

Capítulo 2 Movimento a uma dimensão

7. Uma bola é lançada verticalmente para cima com a velocidade 10 m/s.

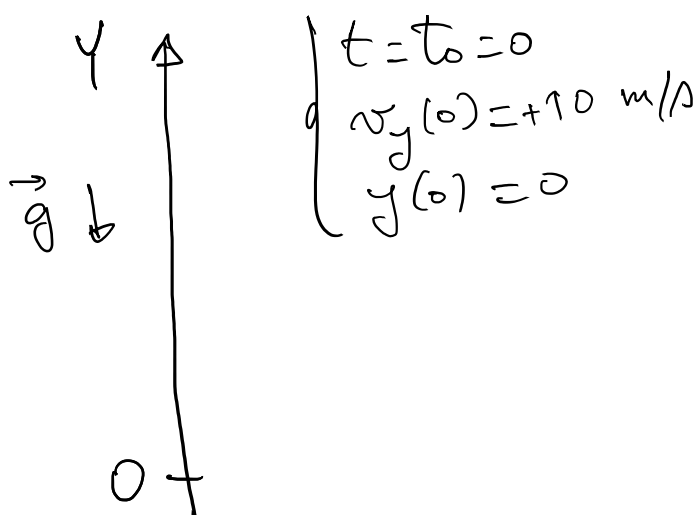
a) Encontre analiticamente a lei do movimento $y = y(t)$, se não considerar a resistência do ar.

b) Qual a altura máxima e o instante em que ocorre, no caso da alínea a)?

c) Em que instante volta a passar pela posição inicial, no caso da alínea a)?

d) Resolva as alíneas anteriores, considerando a resistência do ar. Resolva usando o método de Euler. A velocidade terminal da bola no ar é de 100 km/h.

Resolução resumida:



a) s/ resistência do ar

$$a_y = -g$$

$$v_y(t) = v_y(0) + \int_0^t a_y dt$$
$$= 10 - g(t-0) = 10 - gt$$

$$y(t) = y(0) + \int_0^t (10 - gt) dt$$

$$= y(0) + 10t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$= 10t - \frac{1}{2}gt^2$$

b) altura máxima (\Rightarrow) y máximo
(instante t_m) $\frac{dy}{dt} = 0$

$$10 - g t_m = 0$$

$$t_m = \frac{10}{g} = 1.02 \text{ s}$$

$$y(t_m) = 5.10 \text{ m}$$

c) no solo $y = 0$

$$0 = 10t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$(10 - \frac{1}{2} g t) t = 0$$

$$t = 0 \vee t = \frac{10}{g/2} = 2.04 \text{ s}$$

d) c/ resistência do ar

$$a_y^{\text{res}} = -D |v_y| v_y \quad ; \quad D > 0$$

$$a_y = -g - D |v_y| v_y \quad D = \frac{g}{v_T^2}$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}$$

integração numérica usando o método de Euler
ver programa pub2.7-euler.py

- Altura máxima é quando a velocidade é nula ($\frac{dy}{dt} = v_y = 0$).

Podemos estimar a altura máxima e o instante desse acontecimento verificando qual o valor absoluto mais pequeno do vetor velocidade. É uma aproximação, mas à medida que o passo temporal diminui o erro da aproximação diminui muito.

δt (s)	v_y (m/s)	y_m (m)	t_m (s)	
0.01	-0.011	4.84357	0.98	
0.001	0.0040	4.80207	0.979	
0.0001	-0.00039	4.78794	0.9795	
0.00001	-0.000045	4.79752	0.97947	

Num outro problema vamos calcular as mesmas quantidades, usando um método numérico (interpolação de Lagrange)

- O instante em que volta a passar pela a posição inicial ($y = 0$)

δt (s)	y (m)	t_{solo} (s)		
0.01	-0.02	1.99		
0.001	-0.0006	1.980		
0.0001	-0.0008	1.9792		
0.00001	-0.00003	1.97904		

Solução:

7. $y(t) = +10t - \frac{1}{2}gt^2$; b) $t_m = 1.02$ s, $y_m = 5.10$ m; c) $t_{solo} = 2.04$ s;

d) $t_m = 0.979$ s, $y_m = 4.798$ m, $t_{solo} = 1.979$ s