

Problemas

Capítulo 3 Forças e vetores

Vetores a 2 dimensões

Nota: Resolva estes problema com papel e lápis e de seguida em python, usando o pacote numpy.

Vetor: `a=np.array([2, 3, -2]);`

Produto escalar: `np.dot(a,b);` produto vetorial: `np.cross(a,b)`

1. Um vetor a 2 dimensões tem as coordenadas (3, 4).
 - a) Qual o seu módulo ou comprimento?
 - b) Qual o vetor unitário correspondente?
 - c) Qual o vetor $2 \times (3, 4)$? Qual o seu comprimento ou módulo?
 - d) Qual o vetor $-2 \times (3, 4)$? Qual o seu comprimento ou módulo?
2. Dois vetores são (1, 2) e (-2, 3). Qual o seu produto escalar e qual o ângulo entre os dois vetores?
3. Dois vetores são (1, 2) e (-2, 1). Qual o seu produto escalar e qual o ângulo entre os dois vetores?
4. Considere o um espaço a duas dimensões e o vetor (3,4).
 - a) Encontre um vetor perpendicular ao vetor (3, 4).
 - b) Encontre os dois vetores unitários perpendiculares ao vetor (3,4)Note que o produto escalar de dois vetores perpendiculares é nulo.
5. Duas forças aplicadas a um corpo de massa 2 kg, são (2,0; 1,2) N e (-3,0; 5,1) N. Calcule a força resultante. Qual a sua intensidade?

6. Uma força de intensidade 6,0 N e de coordenada $F_x = 2,0$ N, qual a sua coordenada segundo OY?
7. Uma força tem como coordenada segundo OX $F_x = 2,0$ N e faz um ângulo de 60° com o eixo dos OX. Qual a intensidade (ou módulo) da força?
8. Uma força de intensidade $|\vec{F}| = 2,00$ N faz um ângulo θ com o eixo positivo OX. Quais as coordenadas (F_x, F_y) da força, quando o ângulo for:
- a) $\theta = \pi/2$
 - b) $\theta = -\pi/6$
 - c) $\theta = 60^\circ$
 - d) $\theta = 120^\circ$
 - e) $\theta = 3\pi/2$
 - f) $\theta = -7\pi/6$
 - g) $\theta = 310^\circ$
 - h) $\theta = 240^\circ$
9. Uma força de intensidade $|\vec{F}| = 10,0$ N. Quais as coordenadas (F_x, F_y) da força, quando o ângulo for:
- a) 30° com a parte positiva do eixo OX
 - b) 10° com a parte positiva do eixo OY
 - c) 30° com a parte negativa do eixo OX

Vetores a 3 dimensões

10. A força resultante aplicada a um objeto de massa 100 g é (2,0; 4,0; 0,0) N. Qual a aceleração que provoca no objeto?
11. A aceleração de um objeto de massa 2 kg é de (1,0; 0; 2,0) m/s². Qual a força resultante que provoca essa aceleração? E qual a sua intensidade?
12. Estão aplicadas duas forças a um objeto, (2,0, 1,0, 0) N e (3,0, 0,0, 1,0) N. Qual a aceleração que originam num objeto de massa 2,0 kg?

13. Determine o produto escalar dos vetores $(2,0; 3,2; -1,0)$ e $(-1,0; 2,0; 4,6)$.

14. Um feixe de raios catódicos viaja num espaço onde existe um campo elétrico $\vec{E} = (0,1,0)$ N/C (unidades SI). A força aplicada a cada partícula do feixe (eletrão) é $\vec{F} = q \vec{E}$, onde $q = -1,602176208 \times 10^{-19}$ C é a carga elétrica do eletrão. Determine a aceleração que o eletrão sofre nesse campo elétrico, sabendo que a massa do eletrão é $m_e = 9,10938356 \times 10^{-31}$ kg?

15. Encontre o produto vetorial $(2,0; 3,0; -2) \times (-1,5; -1,0; 2,0)$. E o ângulo entre os dois vetores? Calcule também o ângulo entre os dois vetores através do produto escalar.

16. A lei do movimento de um objeto de massa 1 kg é $\vec{r} = (2t, t, 0)$ m.

a) Calcule a lei da velocidade.

b) Calcule o momento angular definido por $\vec{L} = \vec{r} \times (m\vec{v})$.

17. A lei do movimento de um objeto de massa 0.1 kg é $\vec{r} = (\cos \omega t, \sin \omega t, 0)$ m.

a) Calcule a lei da velocidade.

b) Calcule o momento angular definido por $\vec{L} = \vec{r} \times (m\vec{v})$, sabendo que a massa do objeto é 0.1 kg e $\omega = 1.0$ rad/s

18. Um objeto tem aplicada a força $\vec{F} = (0, 0, 0.1)$ N no ponto de coordenadas $\vec{r} = (1, 0, 0)$ m. Calcule o momento da força (torque) definido por $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$.

19. Uma bola de futebol é pontapeada de modo que roda sobre si própria, o que resulta adicionar a força de Magnus às outras forças. A força de Magnus resulta de o escoamento do ar ser diferente nos dois lados opostos da bola. Se a rotação for descrita pelo vetor $\vec{\omega} = (0,0,10)$ rad/s e a velocidade for $\vec{v} = (0, 1, 0)$ m/s, qual a força de Magnus, se for definida por $\vec{F}_{Magnus} = \frac{1}{2} A \rho_{ar} r \vec{\omega} \times \vec{v}$, em que $A = \pi r^2$ é a área da secção de corte da bola, r o raio da bola e $\rho_{ar} = 1.225$ kg/m³ a massa volúmica do ar. O raio da bola de futebol é 11 cm.

20. Um carro desce, sem fricção, uma colina inclinada de ângulo θ , com o motor desligado. Calcule a aceleração que adquire nessa descida.

Soluções Problemas Cap. 3

1. a) 5; b) (375, 4/5); c) (6,8), 10; d) (-6,-8), 10
2. 4, 60,3°
3. 0, 90°
4. a) Família de vetores (a, -3/4 a), por exemplo o vetor (4, -3);
b) os versores (4/5, -3/5) e (-4/5, 3/5)
5. (-1,0; 6,6) N ; 6,7 N
6. +5,7 N ou -5,7 N
7. 4.0 N
8. a) (0.00, 2.00) N; b) (1.73, -1.0) N; c) (1.00 , 1.73) N; d) (-1.00, 1.73) N;
e) (0.00 , -2.00) N; f) (-1.73 , 1.00) N; g) (1.29 , -1.53) N; h) (-1.00 , -1.73) N
9. a) (8.66 , 5.00) N; b) (-9.85 , 1.74) N; c) (-8.66 , 5.00) N
10. (20, 40, 0) m/s²
11. (0,5; 0,0; 1,0) N; 1,0 N
12. (5/2, 1/2, 1/2) m/s²
13. 0,20
14. (0, -1.8, 0) $\times 10^{12}$ m/s²
15. [4., -1., 2.5]; 154.2°
16. a) $\vec{v} = (2, 1, 0)$ m/s; b) $\vec{L} = 0$
17. a) $\vec{v} = (-\omega \sin \omega t, \omega \cos \omega t, 0)$ m/s; b) $\vec{L} = (0, 0, 0.1)$ kg · m²/s
18. $\vec{\tau} = (0, 0.1, 0)$ m · N
19. $\vec{F}_{Magnus} = (-0.026, 0, 0)$ N
20. $g \sin \theta$