Departamento de Eletrónica, Telecomunicações e Informática

Universidade de Aveiro

Sistemas Multimédia

2018/2019

Aula Prática 02

I. Sinais Compostos por Sinusoides

1. Determine o período, a frequência e o valor máximo (valor de pico) de cada um dos seguintes sinais periódicos. Verifique visualmente no MATLAB.
   a) $x(t) = 2\sin(4\pi t)$
   b) $y(t) = \sin(10\pi t + pi/2)$
   c) $z(t) = \sin(6\pi t) + \sin(8\pi t)$
   d) $w(t) = \sin(6\pi t) + \sin(8\pi t + 0.1)$
   e) $q(t_1, t_2) = \sin(6\pi t) + \sin(7\pi t) + \sin(8\pi t)$

2. Com base no que verificou na alínea 1, obtenha a relação que determina o período de um sinal genérico descrito por:
$$x(t) = \sum_{n=1}^{N} A_n \sin(2\pi f_n t + \phi_n).$$

3. Determine a potência associada a cada um dos sinais representados na alínea 1. Desenvolva uma função no MATLAB que, aceitando como argumentos de entrada o vetor de amostras de um sinal, x, o período de amostragem referente a esse sinal, T_a, e o período do sinal, T, retorna a potência associada ao sinal.

4. Considere um conjunto de sinais definidos pela expressão da alínea 2, onde $N = 3$, $A_1 = A_2 = A_3 = 1$, e $f_1 = 1.1 f_2 = 1.2 f_3 = 3\ kHz$. Testando diferentes valores para $\phi_n,\ n = 1,2,3$, determinados aleatoriamente entre $]-\pi; \pi]$, mostre que as realizações obtidas para o sinal $x(t)$ são muito distintas entre si (e que o valor de pico varia notoriamente), mas que todas mantêm a mesma potência. Explique esta observação.

II. Revisão sobre Números Complexos

1. Considere os números complexos $p = 2 + j3$ e $q = 2 - j3$.
   a) Represente-os na forma polar.
   b) Determine (e represente no plano complexo) o resultado das operações: $p + q$, $p - q$, $p * q$, p/q, $\sqrt{p}$, e $\sqrt{-p-q}$.

2. Efetue as seguintes operações, determinando o respetivo resultado final:
   a) $\frac{1-j}{2+j} + \frac{3+j}{4+j2}$
   b) $\frac{1-j}{2+j} + \frac{2+j}{2-j2}$

c) $2e^{j\frac{\pi}{2}} + 2e^{-j\frac{\pi}{2}}$

d) $1 + j + \sqrt{2}e^{j\frac{7\pi}{4}}$

3. Utilizando a relação de Euler, demonstre que:

$$\cos(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \qquad \text{e que} \qquad \sin(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j}.$$

4. Usando as relações apresentadas na alínea 2, mostre que

$$\cos(\omega_1 t)\cos(\omega_2 t) = \frac{1}{2}\left[\cos\big((\omega_1 - \omega_2)t\big) + \cos\big((\omega_1 + \omega_2)t\big)\right]$$

5. Determine o conjunto de soluções da seguinte equação, de variável $x \in \mathbb{C}$ e coeficiente $a \in [-1; 1]$, e desenhe o lugar geométrico dessas soluções no plano complexo:

$$x^2 + 2ax + 1 = 0$$

6. Considere a equação geral de coeficientes reais:

$$a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0.$$

Que condições devem ser verificadas para que esta equação tenha como solução números imaginários puros?

7. Mostre que a multiplicação de um número complexo pelo seu conjugado é igual ao quadrado do seu módulo.