MI628 / ME920 - Inferência Causal

– Lista 2 –

Carlos Trucíos

Instruções

- A resolução da lista será discutida no dia 21/03 em sala de aula (a participação será avaliada). Os **alunos** apresentarão a solução e farão a discussão pertinente de cada um dos exercícios.
- Os exercícios computacionais deverão ser resolvidos com antecedencia de forma que seja possível ver o código, gráficos, tabelas e outros resultados obtidos (sugestão: Github / Colab / Posit Cloud).
- Os exercícios são para ambas as turmas, exceto quando o contrário seja explicitado.

Exercícios

1. Dado um conjunto de dados, p_{FRT} é fixo mas $\hat{p}_{FRT}$ é aleatório. Mostre que:
   - $\mathbb{E}(\hat{p}_{FRT}) = p_{FRT}$ e
   - $\mathbb{V}(\hat{p}_{FRT}) \leq \dfrac{1}{4R}$.
2. Sejam
   - $\bar{Y}(1) = n_1^{-1} \sum_{i=1}^{n} Y_i(1)$,
   - $\bar{Y}(0) = n_0^{-1} \sum_{i=1}^{n} Y_i(0)$,
   - $S^2(1) = (n-1)^{-1} \sum_{i=1}^{n} (Y_i(1) - \bar{Y}(1))^2$,
   - $S^2(0) = (n-1)^{-1} \sum_{i=1}^{n} (Y_i(0) - \bar{Y}(0))^2$,
   - $S(1,0) = (n-1)^{-1} \sum_{i=1}^{n} [Y_i(1) - \bar{Y}(1)] \times [Y_i(0) - \bar{Y}(0)]$ e

- $S^2(\tau) = (n-1)^{-1}\sum_{i=1}^{n}(\tau_i - \tau)^2$ em que $\tau = n^{-1}\sum_{i=1}^{n}\tau_i$. Mostre que

$$2S(1,0) = S^2(1) + S^2(0) - S^2(\tau)$$

3. Utilize o *dataset* `lalonde` visto no exemplo da aula 02 e implemente o FRT utilizando a estatística t studentizada e a estatística de soma de postos de Wilcoxon. Compare os $p-valores$ obtidos com suas versões asintóticas.
4. Faça um estudo de simulacão e compare p_{FRT}, $\hat{p}_{FRT}$ e $\tilde{p}_{FRT} = (1+R)^{-1}\sum_{r=1}^{R} I(T(z^r, \mathbf{Y}) \geq T(\mathbf{Z}, \mathbf{Y})))$ (utilize diversos valores de R).
5. Mostre que $\hat{\beta} = \hat{\tau}$, em que $\hat{\beta}$ é o estimador do coeficiente de inclinação da regressão de $\mathbf{Y}$ sob $(1, \mathbf{Z})$.
6. O estimador conservador de $\mathbb{V}(\hat{\tau})$ proposto por Neyman ($\hat{V}$) baseia-se no fato que

$$\mathbb{V}(\hat{\tau}) = \frac{S^2(1)}{n_1} + \frac{S^2(0)}{n_0} - \frac{S^2(\tau)}{n} \leq \frac{S^2(1)}{n_1} + \frac{S^2(0)}{n_0}.$$

   - Mostre que $\mathbb{V}(\hat{\tau}) \leq \frac{1}{n}\{\sqrt{\frac{n_0}{n_1}}S(1) + \sqrt{\frac{n1}{n_0}}S(0)\}^2$.
   - Repita a ilustração feita na aula 03 mas utilizando, em lugar de $\hat{V}$, $\tilde{V} = \frac{1}{n}\{\sqrt{\frac{n_0}{n_1}}\hat{S}(1) + \sqrt{\frac{n1}{n_0}}\hat{S}(0)\}^2$.