

Nome do estudante: \_\_\_\_\_ Nº \_\_\_\_\_

Telemóveis deverão permanecer **DESLIGADOS** e **GUARDADOS** durante a duração do exame.

Deve responder cada questão em folhas separadas (1, 2, e 3); não misture respostas de questões diferentes numa mesma folha!

Não são esclarecidas dúvidas durante o exame (se necessário, indique os pressupostos que assumiu na sua resposta)!

1. [4 valores] O João pretende passar 5 dias **consecutivos** de férias num dado mês. Para tal, já reuniu uma lista de todos os hotéis em que poderá ficar e o respetivo preço de cada hotel para cada dia do mês (considere um mês com 31 dias). Como o João tem alguma flexibilidade nas datas dentro desse mês, pretende encontrar a melhor combinação de preços de hotéis, ou seja, os 5 dias consecutivos do mês cujo preço final de estadia é o menor. Considere que, em alguns dias, alguns ou todos os hotéis poderão estar indisponíveis.

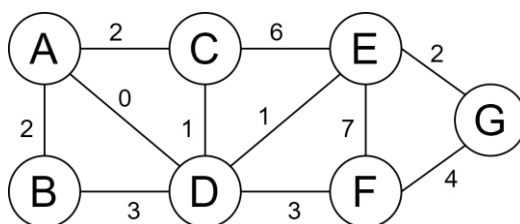
- a) [2,5 valores] Proponha um algoritmo eficiente, em pseudo-código ou em C++, que permita ao João escolher os 5 dias **consecutivos** do mês e respetivo hotel para cada dia com menor preço de estadia total.
- b) [1 valor] Indique a complexidade temporal e espacial do seu algoritmo utilizando a notação **Big O**. Não precisa de justificar a sua resposta!
- c) [0,5 valores] Qual/Quais técnica(s) usou no algoritmo que propôs?

2. [4 valores] O Bernardo e a Bianca participam como uma equipa num concurso de redes de computadores onde cada participante deve ligar uma série de *routers* entre si, de forma a que haja um caminho entre qualquer par de *routers*.

Para isso, as equipas do concurso (compostas por dois membros) recebem uma mesma ficha com todas as ligações que podem fazer entre *routers* consecutivos e uma pontuação para cada conexão. Cada elemento da equipa deve, à vez, criar a sua própria rede, sem qualquer conhecimento sobre a rede do outro elemento da equipa.

O objetivo é que as equipas **minimizem** a soma da pontuação que cada elemento obteve ao criar uma rede conexa. As equipas sabem que existe uma **única** rede que dá a pontuação mínima. Sabem ainda que, de acordo com as regras do concurso, se os elementos criarem exatamente a mesma rede, recebem 1.000.000 pontos – uma derrota certa, tendo em consideração o objetivo de minimização da pontuação total da equipa.

Para evitar esta situação, o Bernardo combina com a colega Bianca que irá construir a rede de menor pontuação possível, deixando outras opções para a sua colega. No dia do concurso, recebem a seguinte ficha:



- a) [2 valores] Indique qual a rede que Bernardo construiu e a pontuação que obteve. Use o algoritmo que achar conveniente. Apresente as etapas para chegar à solução com o algoritmo escolhido.
- b) [1,5 valores] Proponha um algoritmo eficiente, em pseudo-código ou em C++, para que Bianca consiga construir uma rede que permita à equipa obter a menor pontuação possível. O algoritmo deve funcionar para o caso geral, não só para o grafo acima.
- c) [0,5 valores] Indique qual a rede e pontuação obtida por Bianca no caso concreto do grafo acima com o algoritmo proposto na alínea anterior. **Não precisa de justificar ou apresentar os passos!**
3. [4 valores] O António deseja realizar uma festa no dia dos seus anos e pretende convidar os seus amigos a partir da sua rede social. Com os condicionamentos impostos pela pandemia, não os podendo convidar a todos, decide selecionar o **número máximo** dos seus amigos que são concomitantemente amigos diretos entre si, ou seja, aqueles que têm os demais convidados como amigos nas suas próprias redes sociais. A matriz diagonal, abaixo, exemplifica o grau das relações de amizade entre alguns dos  $n$  amigos do António. Relações de amizade de primeiro grau são relações diretas, ou seja, os amigos têm-se concomitantemente nas suas respetivas listas de amigos nas redes sociais; relações de segundo grau e superiores indicam amigos de amigos, e assim por diante; células em branco indicam ausência de relações de amizade.

	Ana	Maria	Pedro	k	...	Tiago	n
Ana		1	2	1		2	3
Maria			1	2		1	1
Pedro				1		1	3
k						2	1
...							
Tiago							1
n							

- a) [1,5 valor] Formalize o problema do António como um Problema de Decisão.
- b) [2,5 valores] Verifique se este problema poderá ter uma solução eficiente, ou se será um problema NP-Completo. Caso seja necessário, utilize a formalização de outros problemas NP-Completo já conhecidos na literatura ou enunciados nas aulas teóricas.

**Bom Exame!**