TP4_18_03_2021_18h
18 de março de 2021

(b) $f(x,y)=\sqrt{y\cos x}$

$+ \cdot + \longrightarrow +$

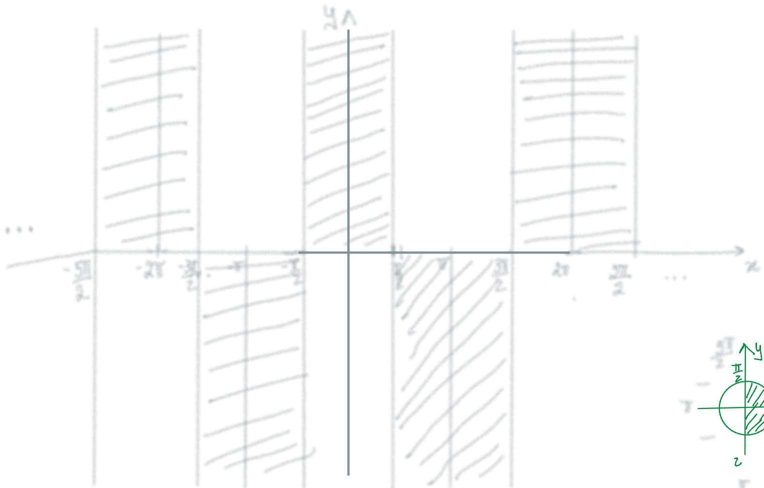
$- \cdot - \longrightarrow +$

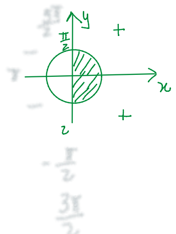
Analiticamente:

$$D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : \underbrace{y\cdot\cos x \geq 0}\}$$

$$(y\geq 0 \wedge \cos x \geq 0) \vee (y\leq 0 \wedge \cos x \leq 0)$$

Geometricamente:





$x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ $\cos x>0$

$\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$ $\cos x<0$

9 b) Não limitado
Não é aberto

(g) $f(x,y)=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{\frac{3}{4}-x^2-y^2+x}}$

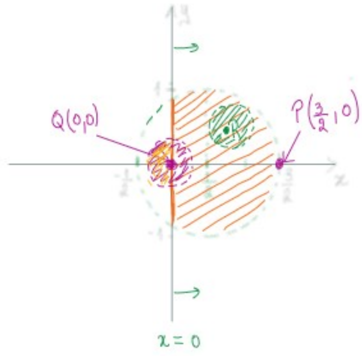
$$D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x\geq 0 \wedge \underbrace{\frac{3}{4}-x^2-y^2+x>0}\}$$

$$x^2+y^2-x<\frac{3}{4}$$

$$\underbrace{x^2-x+\left(\frac{1}{2}\right)^2}_{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2}+y^2<\underbrace{\frac{3}{4}+\left(\frac{1}{2}\right)^2}_{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}=1}$$

$$D_f=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : \underline{x\geq 0} \wedge \underbrace{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+y^2<1}\}$$

interior da circunferência centrada em $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ e raio 1



9. g) limitado ✓ pq existe uma bola que contém o conjunto D.

um disco de centro na origem

Aberto X — o conjunto não é nem aberto nem fechado

$Q \in D$ ✓ $\quad Q \notin \text{int } D$

$D \neq \text{int } D$

D não é aberto

Q é um ponto interior a D se existir uma bola centrada em Q contida no conjunto

Se C é um subconjunto qualquer de $\mathbb{R}^n$

* No caso de se ter $\mathring{C} = C$ dizemos que C é aberto

interior de C

$\overline{C}$ é sempre um conjunto fechado

* No caso de se ter $C = \overline{C}$ dizemos que C é fechado

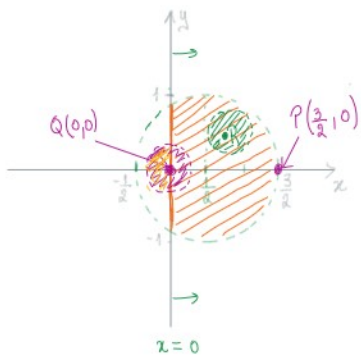
$\mathring{C} = \text{int } C$ = conjunto dos pontos interiores → é sempre um conjunto aberto

$\overline{D}$ = aderência ou fecho do conjunto → é " " " fechado

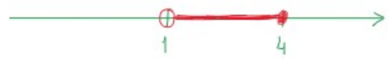
$\overline{D} = \text{int } D \cup \text{Fr } D$

Fechado X — o conj. D não é fechado pq $D \neq \overline{D}$ uma vez que, por exemplo, o ponto $P\left(\frac{3}{2}, 0\right) \notin D$ mas $P \in \overline{D} = \text{int}(D) \cup \text{fr}(D)$

é um ponto fronteiro, donde é ponto aderente



Exemplo : $A =]1, 4]$



não é aberto pq $\text{int} A \neq A$

não é fechado pq $\overline{A} \neq A$

interior de A : $\text{int}(A) =]1, 4[$

Fronteira de A : $\text{Fr}(A) = \{1, 4\}$

Fecho ou aderência de A : $\overline{A} = \text{int}(A) \cup \text{Fr}(A) = [1, 4]$

$\boxed{\text{Derivado de A}}$: $A' = [1, 4]$

é o conjunto dos pontos de acumulação

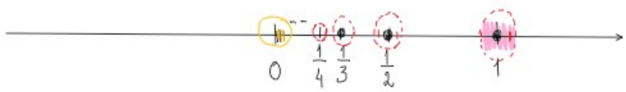
$\lim_{x \to a}$

ponto de acumulação

X é um ponto de acumulação de A se qualquer bola centrada em X contém pelo menos um ponto do conjunto A diferente de X (isto é, X é ponto de acumulação se não for ponto isolado)

11 $A = \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\}$

$\lim_n \frac{1}{n} = 0$



$\text{int}(A) = \emptyset$

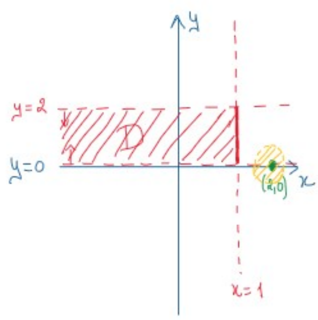
$\text{Fr}(A) = A \cup \{0\}$

$\overline{A} = A \cup \{0\}$

$A' = \{0\}$

$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq 1 \wedge 0 < y < 2\}$

não é aberto, nem fechado



$E = D \cup \{(2,0)\}$

$\text{int}\, E = \text{int}\, D$

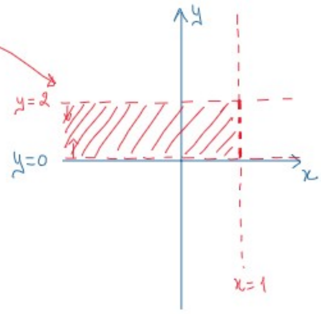
$\text{Fr}\, E =$

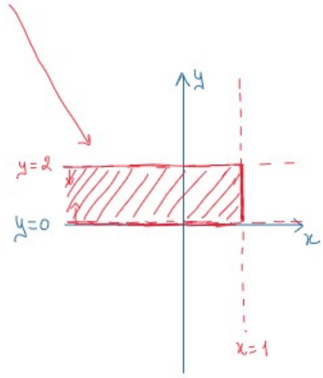
$\text{int}\, D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x < 1 \wedge 0 < y < 2\}$

$\overline{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq 1 \wedge 0 \leq y \leq 2\}$

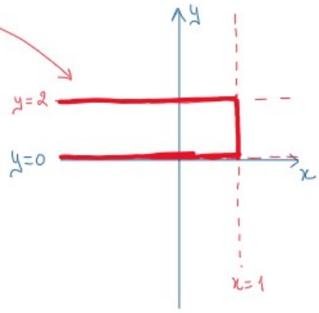
int (D)

int (D)





Fr D

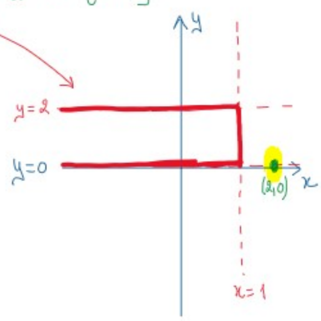


$$\mathbf{Fr(D)} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y=2 \ \wedge \ x \leq 1\} \ \cup$$

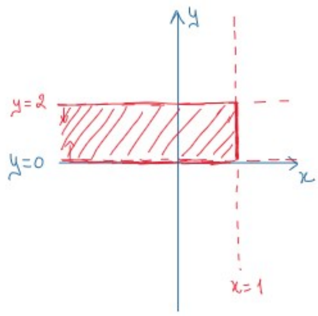
$$\cup \ \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x=1 \ \wedge \ 0 \leq y \leq 2\} \ \cup$$

$$\cup \ \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y=0 \ \wedge \ x \leq 1\}$$

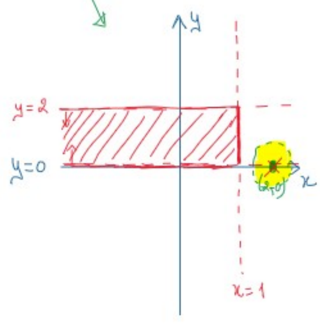
$$Fr(E) = Fr(D) \cup \{(2,0)\}$$



$$D' = \overline{D}$$



$$\overline{E} = int(E) \cup fr(E) =$$



$$E = D \cup \{(2,0)\}$$

$$E' = D$$