

Sistemas Digitais

1º Ano de Engenharia Informática



Trabalho Prático n.º 2

Álgebra de Boole

Grupo

_____ n.º _____

_____ n.º _____

_____ n.º _____

☐☐☐

Turma _____

Objectivos

- Verificar com medições algumas leis e teoremas da **Álgebra Booleana**
- Usar as leis e teoremas para simplificar expressões booleanas

Referências

- TAUB, Herbert, “Circuitos Digitais e Microprocessadores”, McGraw–Hill
- Texas Instruments online [<http://www.ti.com/>]

Material

- Placa RH21
- Circuito Integrado (CI) 74LS04 — inversor (NOT)
- Circuito Integrado (CI) 74LS08 — AND, duas entradas
- Circuito Integrado (CI) 74LS11 — AND, três entradas
- Circuito Integrado (CI) 74LS32 — OR, duas entradas

1. Leis fundamentais da Álgebra Booleana

As leis fundamentais da Álgebra Booleana são importantes como meio para a avaliação e simplificação de expressões booleanas, e formam a base a partir da qual surgem outros teoremas.

1.1 Leis comutativas

As duas leis comutativas (ao lado) afirmam simplesmente que a **ordem da adição ou multiplicação lógicas** não é importante.

$$\begin{aligned}A + B &= B + A \\ A \cdot B &= B \cdot A\end{aligned}$$

1.2 Leis associativas

As duas leis associativas (ao lado, exemplo para três variáveis) oferecem a possibilidade de **agrupar termos** da adição ou da multiplicação lógicas de qualquer forma.

$$\begin{aligned}A + (B + C) &= (A + B) + C \\ A \cdot (B \cdot C) &= (A \cdot B) \cdot C\end{aligned}$$

1.3 Lei distributiva

A lei distributiva possibilita a **expansão por multiplicação termo-a-termo**. De modo inverso, também permite a **factorização de uma expressão** (vulgo. “pôr em evidência”). Ao contrário da Álgebra tradicional, na Álgebra Booleana também existe a distributividade da adição em relação à multiplicação (página seguinte).

$$A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$$

$$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$$

As oito leis que se seguem, agrupadas em quatro pares, são diferentes da Álgebra usual e formam a coluna vertebral da Álgebra Booleana. Cada par tem as operações **AND** (multiplicação lógica) e **OR** (adição lógica), e cada lei pode ser facilmente visualizada em termos de **portas lógicas**.

1.4 Operações com 0

Preencha as tabelas de verdade apresentadas em baixo com os **valores lógicos** obtidos experimentalmente e conclua quanto à **regra geral** (à esquerda).

$$A + 0 = \underline{\hspace{1cm}}$$



A	A + 0
0	
1	

$$A \cdot 0 = \underline{\hspace{1cm}}$$



A	A · 0
0	
1	

1.5 Operações com 1

Preencha as tabelas de verdade apresentadas em baixo com os **valores lógicos** obtidos experimentalmente e conclua quanto à **regra geral** (à esquerda).

$$A + 1 = \underline{\hspace{1cm}}$$



A	A + 1
0	
1	

$$A \cdot 1 = \underline{\hspace{1cm}}$$



A	A · 1
0	
1	

1.6 Operações numa variável com ela própria

Preencha as tabelas de verdade apresentadas em baixo com os **valores lógicos** obtidos experimentalmente e conclua quanto à **regra geral** (à esquerda).

$$A + A = \underline{\hspace{1cm}}$$



A	A + A
0	
1	

$$A \cdot A = \underline{\hspace{1cm}}$$



A	A · A
0	
1	

1.7 Operações numa variável com o seu complemento

Preencha as tabelas de verdade apresentadas em baixo com os **valores lógicos** obtidos experimentalmente e conclua quanto à **regra geral** (à esquerda).

$$A + \bar{A} = \underline{\hspace{1cm}}$$



A	$A + \bar{A}$
0	
1	

$$A \cdot \bar{A} = \underline{\hspace{1cm}}$$



A	$A \cdot \bar{A}$
0	
1	

1.8 Elementos neutros e elementos absorventes

Preencha a tabela seguinte com as conclusões que se podem tirar dos pontos anteriores.

	Adição lógica (OR)	Multiplicação lógica (AND)
Elemento Neutro:		
Elemento Absorvente:		

2. Teoremas Booleanos

As leis básicas da Álgebra Booleana que se seguem podem ser usadas para obter um sem-número de teoremas úteis:

$$\overline{\bar{A}} = A$$

$$A + AB = A$$

$$A \cdot (A + B) = A$$

$$A + \bar{A}B = A + B$$

$$A \cdot (\bar{A} + B) = AB$$

$$AB + A\bar{B} = A$$

$$(A + B) \cdot (A + \bar{B}) = A$$

$$AB + \bar{A}C = (A + C)(\bar{A} + B)$$

$$(A + B)(\bar{A} + C) = AC + \bar{A}B$$

$$AB + \bar{A}C + BC = AB + \bar{A}C$$

$$(A + B)(\bar{A} + C)(B + C) = (A + B)(\bar{A} + C)$$

$$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$$

$$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

O último par de teoremas (coluna da direita), devido a **DeMorgan**, são expressões para as portas **NAND** ($\overline{A \cdot B}$) e **NOR** ($\overline{A + B}$). Estes dois teoremas devem ser memorizados, pois são muito úteis na simplificação de expressões contendo complementos.

2.1 Desenhe o circuito lógico para $(A + B)(\bar{A} + C)$:

A

B

C

2.2 Desenhe o circuito lógico para $AC + \bar{A}B$:

A

B

C

2.3 Verifique, **por indução (prática)**, o teorema $(A + B)(\bar{A} + C) = AC + \bar{A}B$. Para tal **implemente o circuito lógico** correspondente ao primeiro membro, aplique nas entradas os valores lógicos apresentados na tabela de verdade em baixo e registre os valores de saída na mesma tabela. Proceda de igual modo para o segundo membro da igualdade.

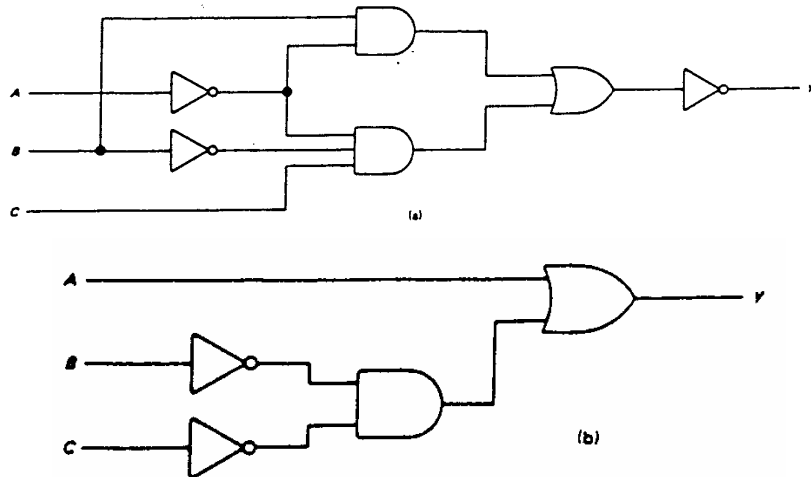
A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
$(A + B)(\bar{A} + C)$								
$AC + \bar{A}B$								

2.4 Use a **indução (teórica)** para provar o teorema $AB = A(\bar{A} + B)$. **Não implemente** os circuitos — sirva-se apenas da seguinte **tabela**:

A	B	\bar{A}	AB	$\bar{A} + B$	$A(\bar{A} + B)$

↑
↑

2.5 Use a **indução (prática)**, **implementando os circuitos**, para verificar a equivalência dos dois circuitos lógicos apresentados a seguir:



A	0	0	0	0	1	1	1	1
B	0	0	1	1	0	0	1	1
C	0	1	0	1	0	1	0	1
a)								
b)								