

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PEF3208 - Fundamentos de Mecânica das Estruturas

Gustavo Hess Vaz de Lima - 12550601

Henrique de Andrade Assme - 11339822

Pedro Henrique Marinho Bressan - 12551540

Tiago Mariotto Lucio - 12550556

Grupo 12 - Turma 01

DA CARACTERIZAÇÃO ESTRUTURAL DE UM PATINETE

Uma análise dos esforços envolvidos e implicações para tensões de segurança



São Paulo (SP), 05 de julho de 2022

Conteúdo

1	Proposta e Modelo	4
2	Hipóteses Simplificadoras	4
3	Equilíbrio da Estrutura	5
4	Equilíbrio das Subestruturas	6
4.1	Corte em C_1	6
4.2	Corte em C_2	6
4.3	Corte em C_3	7
4.4	Corte em C_4	7
5	Seções Transversais	8
6	Momento Fletor	9
7	Tensões Normais	9
7.1	Seção transversal circular	9
8	Tensões Normais de Ruptura	9

Resumo

Atualmente a prática esportiva com patinetes é atividade comum nas áreas urbanas, de forma que, visando à segurança dos esportistas, o presente trabalho objetiva a análise estrutural deste equipamento, bem como os esforços limites que este suporta. Nesse sentido, a fim de possibilitar a aplicação da teoria de barras de Bernoulli-Euler, modelou-se o patinete a partir de hipóteses simplificadores condizentes com a proposta abordada e utilização típica do modal. A partir desse modelo, calcularam-se as reações vinculares e os esforços solicitantes sobre a estrutura do patinete conforme princípios da mecânica estática. Por conseguinte, o fator de segurança foi analisado com base nos pontos críticos de tais esforços ao longo das barras e suas seções transversais. Finalmente, executou-se uma análise numérica dos cálculos realizados com a validação do software computacional “Ftool”.

Palavras-chave: Patinete; estrutura; segurança; esforços.

1 Proposta e Modelo

Seja pela agilidade de movimento ou por lazer, os patinetes, desde o fim do século passado, se popularizaram principalmente entre as camadas mais jovens da população. Nesse sentido, a análise da segurança desse meio de transporte urge necessária, examinando quantitativamente os esforços que ele deve estar preparado a resistir. Por isso, neste trabalho, confeccionar-se-á um modelo físico de um patinete considerando que uma pessoa o conduz.

Para possibilitar a análise e determinação dos diagramas de esforços solicitantes, um modelo deve ser realizado abstraindo o patinete real para uma representação com simplificações (elaboradas e justificadas na seção seguinte) justificadas pelos diferentes comprimentos e forças experimentadas pelo patinete. Nesse sentido, considera-se que o patinete é composto por três barras delgadas, sendo duas delas inclinadas em relação à horizontal. Além disso, podemos considerar a estrutura do patinete vinculada às rodas, de forma que esta tem seu movimento restringido devido ao vínculo entre a estrutura e as rodas. Por fim, a presença do condutor implicará esforços nessa estrutura.

Tendo isso em vista, realizou-se um diagrama caracterizando a estrutura do patinete em relação ao modelo proposto:

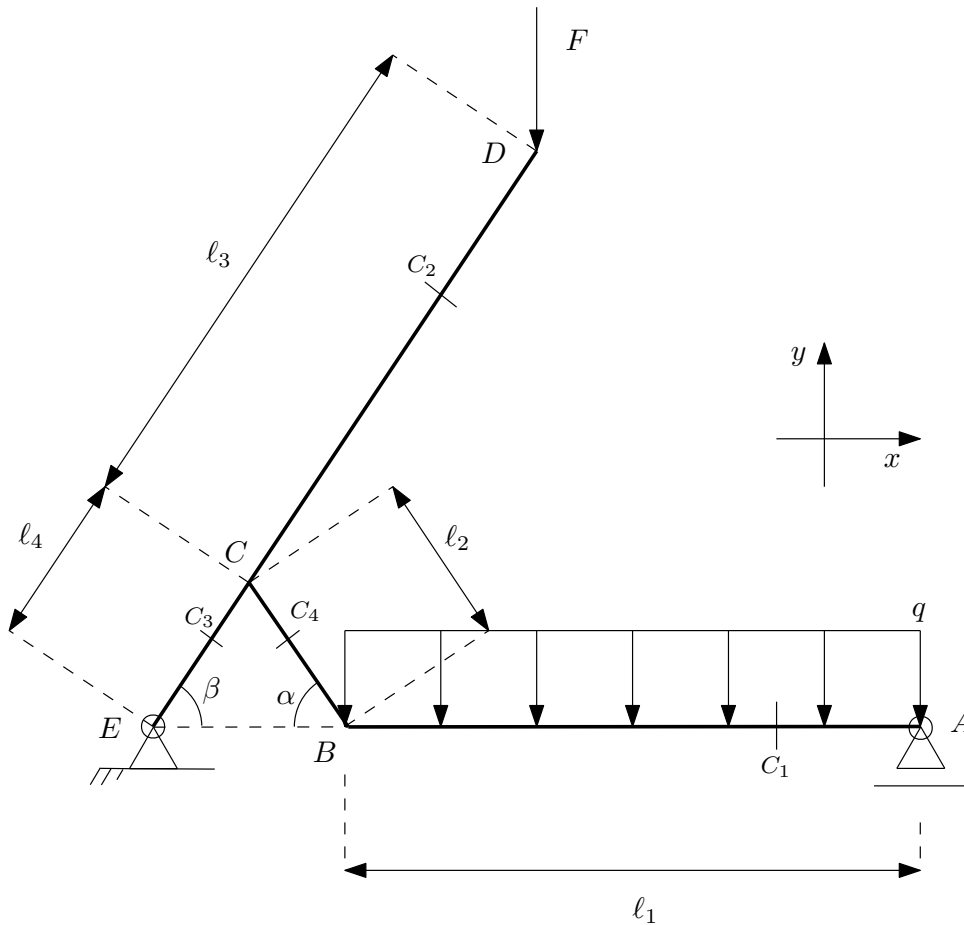


Figura 1: Diagrama lateral do patinete.

2 Hipóteses Simplificadoras

A fim de se permitir a aplicação da teoria de barras de Bernoulli-Euler, assumiram-se as seguintes hipóteses simplificadoras como fundamentação ao modelo do patinete que representa sua estrutura:

1. As barras e os esforços estão contidas em um plano. Tal hipótese é razoável, visto que as dimensões de largura do patinete são desprezíveis ante o seu comprimento dentro do contexto da proposta abordada;

2. A carga da pessoa é uniformemente distribuída em relação à base AB . A hipótese se deve ao fato de que, em sua situação real, uma pessoa geralmente mantém os dois pés no patinete (um na parte posterior da base e o outro na anterior). Contudo, o esportista, durante a prática, realiza movimentos diversos, ocupando variadamente regiões da base do patinete. A fim de se simplificar as diferentes posições de cada esportista, optou-se por um modelo de força externa distribuído ao longo da barra base AB ;
3. A força que o esportista realiza no guidão F é estritamente no sentido de y (para baixo). Essa hipótese é razoável, pois o guidão auxilia o esportista a equilibrar o peso do corpo, logo somente os esforços no guidão na direção vertical são significativos;
4. As rodas do patinete são rolamentos ideais, isto é, não realizam torque reativo (dessa forma, A é apoio simples e E uma articulação). Isso é uma hipótese consistente, visto que, ainda que na realidade rolamentos perfeitos sejam impossíveis, o torque de resistência exercido por os rolamentos reais da roda são desprezíveis diante os momentos de inércia envolvidos.

3 Equilíbrio da Estrutura

A estrutura do patinete deve estar em equilíbrio, portanto o somatório das forças e dos momentos que atuam na estrutura representada na figura (1) é nulo. Para maior clareza sobre as reações vinculares, na figura (2) está representado o patinete em diagrama de corpo livre, com o vínculos removidos e substituídos por suas forças reativas.

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} \sum F_x = 0 \Rightarrow X_E = 0 \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow Y_E + Y_A = q \cdot l_1 + F \end{cases} \quad (1)$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow \frac{q \cdot l_1^2}{2} + F \cdot (l_1 + l_2 \cdot \cos \alpha - l_3 \cdot \cos \beta) = Y_E \cdot (l_1 + l_2 \cdot \cos \alpha + l_4 \cdot \cos \beta) \quad (2)$$

Isolando Y_E em (2):

$$Y_E = \frac{\frac{q \cdot l_1^2}{2} + F \cdot (l_1 + l_2 \cdot \cos \alpha - l_3 \cdot \cos \beta)}{l_1 + l_2 \cdot \cos \alpha + l_4 \cdot \cos \beta} \quad (3)$$

Substituindo a expressão de Y_E em (1), pode-se isolar Y_A obtendo a seguinte igualdade:

$$Y_A = \frac{\frac{q \cdot l_1^2}{2} + F \cdot \cos \beta \cdot (l_3 + l_4) + q \cdot l_1 \cdot (l_2 \cdot \cos \alpha + l_4 \cdot \cos \beta)}{l_1 + l_2 \cdot \cos \alpha + l_4 \cdot \cos \beta} \quad (4)$$

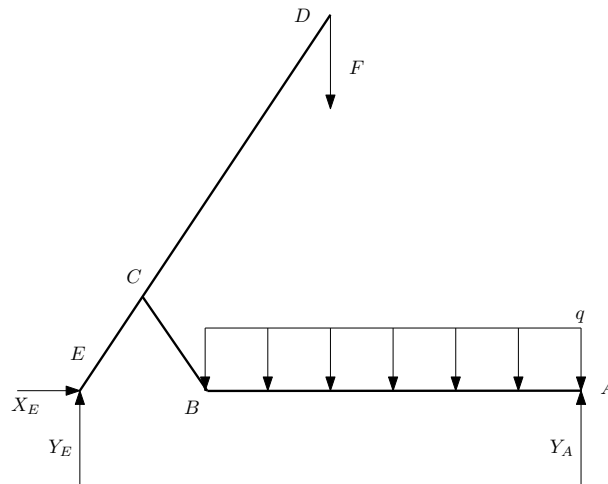


Figura 2: Diagrama de Corpo Livre do patinete.

4 Equilíbrio das Subestruturas

Realizam-se os cortes a fim de se possibilitar o cálculo dos esforços solicitantes impondo que as subestruturas resultantes dos cortes estão em equilíbrio.

4.1 Corte em C_1

Conforme indicado na figura (3), o corte é dado por C_1 e orientado na direção do eixo da barra da seguinte forma: $A = 0$ e $C_1 = x_1$.

$$\begin{cases} N_1 = 0 \\ V_1 + Y_A - q \cdot x_1 = 0 \\ -M_1 - \frac{q \cdot x_1^2}{2} + Y_A \cdot x_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_1 = 0 \\ V_1 = q \cdot x_1 - Y_A \\ M_1 = Y_A \cdot x_1 - \frac{q \cdot x_1^2}{2} \end{cases} \quad (5)$$

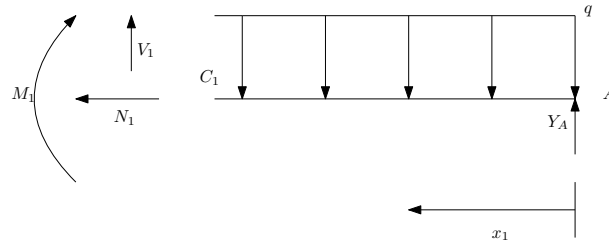


Figura 3: Representação esquemática do corte em C_1 .

4.2 Corte em C_2

Conforme indicado na figura (4), o corte é dado por C_2 e orientado na direção do eixo da barra da seguinte forma: $D = 0$ e $C_2 = x_2$.

$$\begin{cases} N_2 + F \cdot \sin \beta = 0 \\ V_2 - F \cdot \cos \beta = 0 \\ -M_2 - F \cdot \cos \beta \cdot x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_2 = -F \cdot \sin \beta \\ V_2 = F \cdot \cos \beta \\ M_2 = -F \cdot \cos \beta \cdot x_2 \end{cases} \quad (6)$$

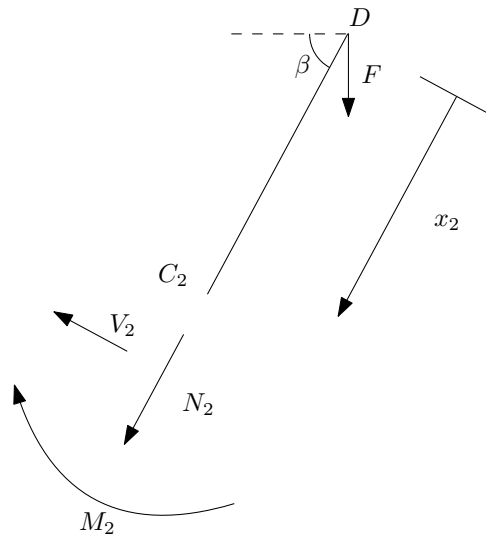


Figura 4: Representação esquemática do corte em C_2 .

4.3 Corte em C_3

Conforme indicado na figura (5), o corte é dado por C_3 e orientado na direção do eixo da barra da seguinte forma: $E = 0$ e $C_3 = x_3$. Nota-se que a força X_E não é representada por ser nula.

$$\begin{cases} N_3 + Y_E \cdot \sin \beta = 0 \\ V_3 - Y_E \cdot \cos \beta = 0 \\ M_3 - Y_E \cdot \cos \beta \cdot x_3 = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} N_3 = -Y_E \cdot \sin \beta \\ V_3 = Y_E \cdot \cos \beta \\ M_3 = Y_E \cdot \cos \beta \cdot x_3 \end{cases} \quad (7)$$

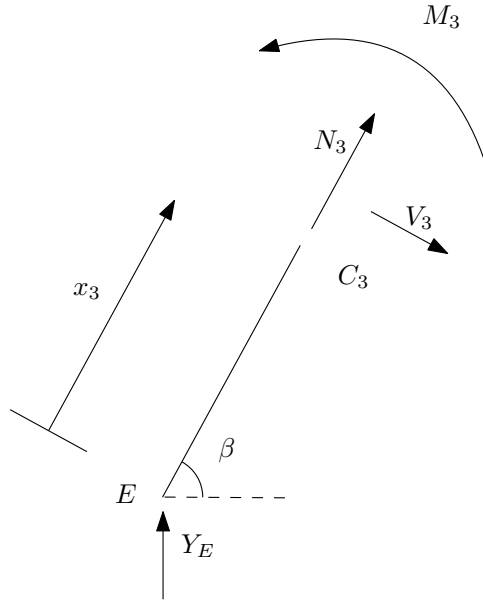


Figura 5: Representação esquemática do corte em C_3 .

4.4 Corte em C_4

O corte é dado por C_4 e orientado na direção do eixo da barra da seguinte forma: $B = 0$ e $C_4 = x_4$. Uma vez que a barra BC se encontra entre duas barras, inicialmente é preciso impor o equilíbrio no nó B para transmitir as forças da barra AB para a BC:

$$\begin{cases} N' \cdot \cos \alpha - V' \cdot \sin \alpha = 0 \\ -V'_1 - N' \cdot \sin \alpha - V' \cdot \cos \alpha = 0 \\ M'_1 + M' = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} N' = -V'_1 \sin \alpha \\ V' = -V'_1 \cos \alpha \\ M' = -M'_1 \end{cases} \quad (8)$$

Do diagrama da figura (6), calculam-se os esforços solicitantes do corte em C_4 :

$$\begin{cases} N_4 + N = 0 \\ V_4 + V = 0 \\ M_4 + M + V_4 \cdot x_4 = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Substituindo nessa expressão os valores obtidos em (8) e (5), conforme o princípio da ação e reação:

$$\begin{cases} N = -N' \\ V = -V' \\ M = -M' \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} N_1 = -N'_1 \\ V_1 = -V'_1 \\ M_1 = -M'_1 \end{cases} \quad (10)$$

$$\implies \begin{cases} N_4 = (q \cdot l_1 - Y_A) \sin \alpha \\ V_4 = (q \cdot l_1 - Y_A) \cos \alpha \\ M_4 = Y_A \cdot l_1 - \frac{q \cdot l_1^2}{2} - (q \cdot l_1 - Y_A) \cos \alpha x_4 \end{cases} \quad (11)$$

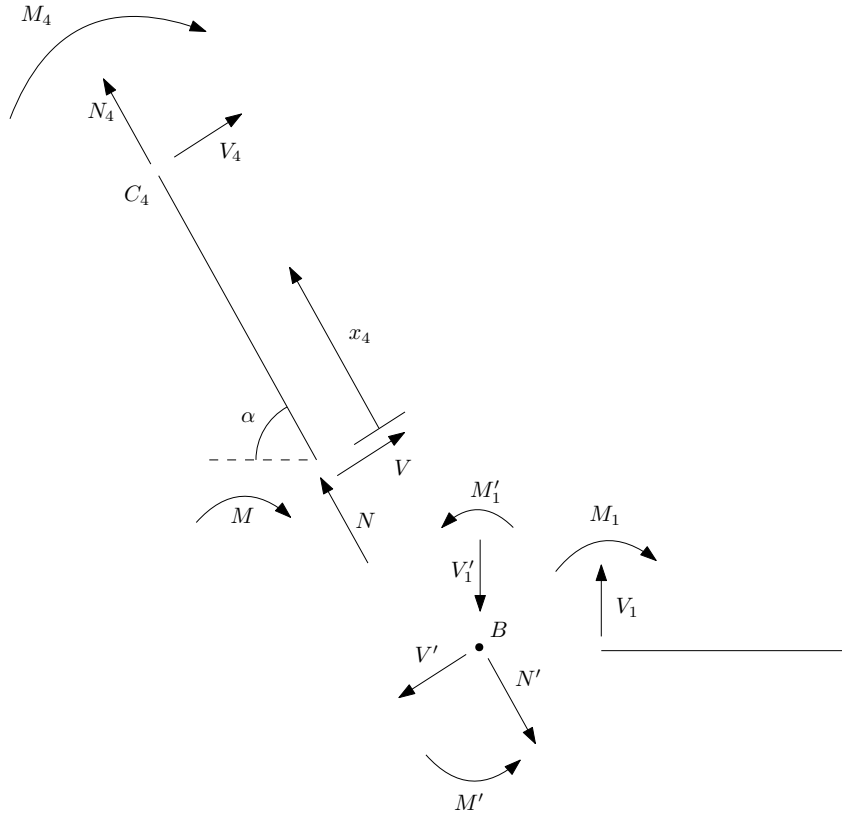


Figura 6: Representação esquemática do corte em C_4 , bem como da transferência de forças.

5 Seções Transversais

Consoante a conformação típica de patinetes esportivos, as barras de sua estrutura são consideradas cilíndricas, possuindo seção transversal circular. Ademais, as barras não são maciças, de forma que detêm um porção oca ao centro.

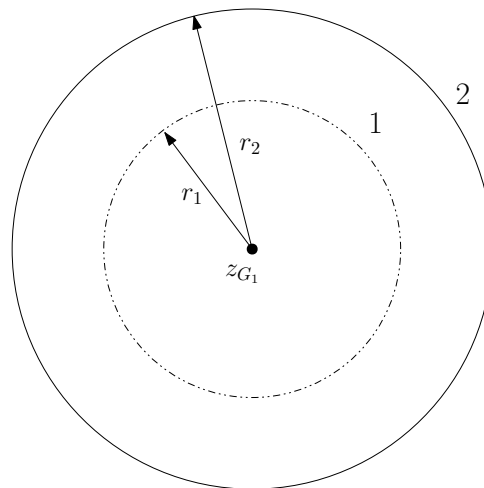


Figura 7: Representação da seção transversal das barras cilíndricas.

O cálculo das propriedades de tal seção transversal é feito considerando todo o elemento externo 2 como constituinte da barra (como se fosse maciça) e removendo um elemento 1 concêntrico dessa porção (matematicamente de massa negativa).

Como a seção transversal é circular, seu baricentro coincide com o centro da sua circunferência, logo o baricentro de ambos os elementos é o centro z_G indicado na figura (7). O referencial para as coordenadas é o centro das circunferências, logo $z_G = 0$. Isso se justifica matematicamente abaixo acompanhado do

cálculo do momento de inércia:

- Elemento 1:

$$\begin{aligned} A_1 &= \pi \cdot r_1^2 \\ z_{G_1} &= 0 \\ I_{y_{G_1}} &= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r_1^4 \end{aligned}$$

- Elemento 2:

$$\begin{aligned} A_2 &= \pi \cdot r_2^2 \\ z_{G_2} &= 0 \\ I_{y_{G_2}} &= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r_2^4 \end{aligned}$$

Assim, obtém-se:

$$\begin{aligned} \Rightarrow z_G &= \frac{A_1 \cdot z_{G_1} + A_2 \cdot z_{G_2}}{A_1 + A_2} = 0 \\ \Rightarrow I_{y_G} &= I_{y_{G_2}} - I_{y_{G_1}} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (r_2^4 - r_1^4) \end{aligned}$$

6 Momento Fletor

O momento fletor máximo em cada barra é obtido avaliando pontos críticos que correspondam a valores máximos das expressões para os momentos fletores:

$$\begin{aligned} M_{max_1} &= \frac{Y_A^2}{2 \cdot q} \\ M_{max_2} &= -F \cdot \sin \beta \cdot l_3 \\ M_{max_3} &= Y_E \cdot \cos \beta \cdot l_4 \\ M_{max_4} &= \frac{q \cdot l_1^2}{2} = M_{max_1} \end{aligned}$$

7 Tensões Normais

7.1 Seção transversal circular

Por simetria: $|\sigma_c^{max}| = |\sigma_t^{max}|$

$$\sigma_t^{max} = -\sigma_c^{max} = \frac{\max \left\{ \frac{q \cdot l_1^2}{2}, \quad F \cdot \sin \beta \cdot l_3, \quad Y_E \cdot \cos \beta \cdot l_4 \right\} \cdot r_2}{\frac{1}{2} \cdot \pi (r_2^4 - r_1^4)}$$

8 Tensões Normais de Ruptura

A partir de um fator de segurança desejado, podemos obter as menores tensões normais de ruptura mínimas para que esse fator seja atingido:

$$\begin{aligned} S &= \min \left\{ \frac{\sigma_r^t}{\sigma_t^{max}}, \quad \frac{\sigma_r^c}{\sigma_c^{max}} \right\} \\ \sigma_r^t = \sigma_r^c &= 2 \cdot S \cdot r_2 \cdot \frac{\max \left\{ \frac{q \cdot l_1^2}{2}, \quad F \cdot \sin \beta \cdot l_3, \quad Y_E \cdot \cos \beta \cdot l_4 \right\}}{\pi (r_2^4 - r_1^4)} \end{aligned}$$

Em uma utilização comum do patinete: $q \cdot l_1 \gg F$ e $l_1 \gg l_4$:

$$\sigma_r^t = \sigma_r^c = \frac{S \cdot r_2 \cdot q \cdot l_1^2}{\pi (r_2^4 - r_1^4)}$$