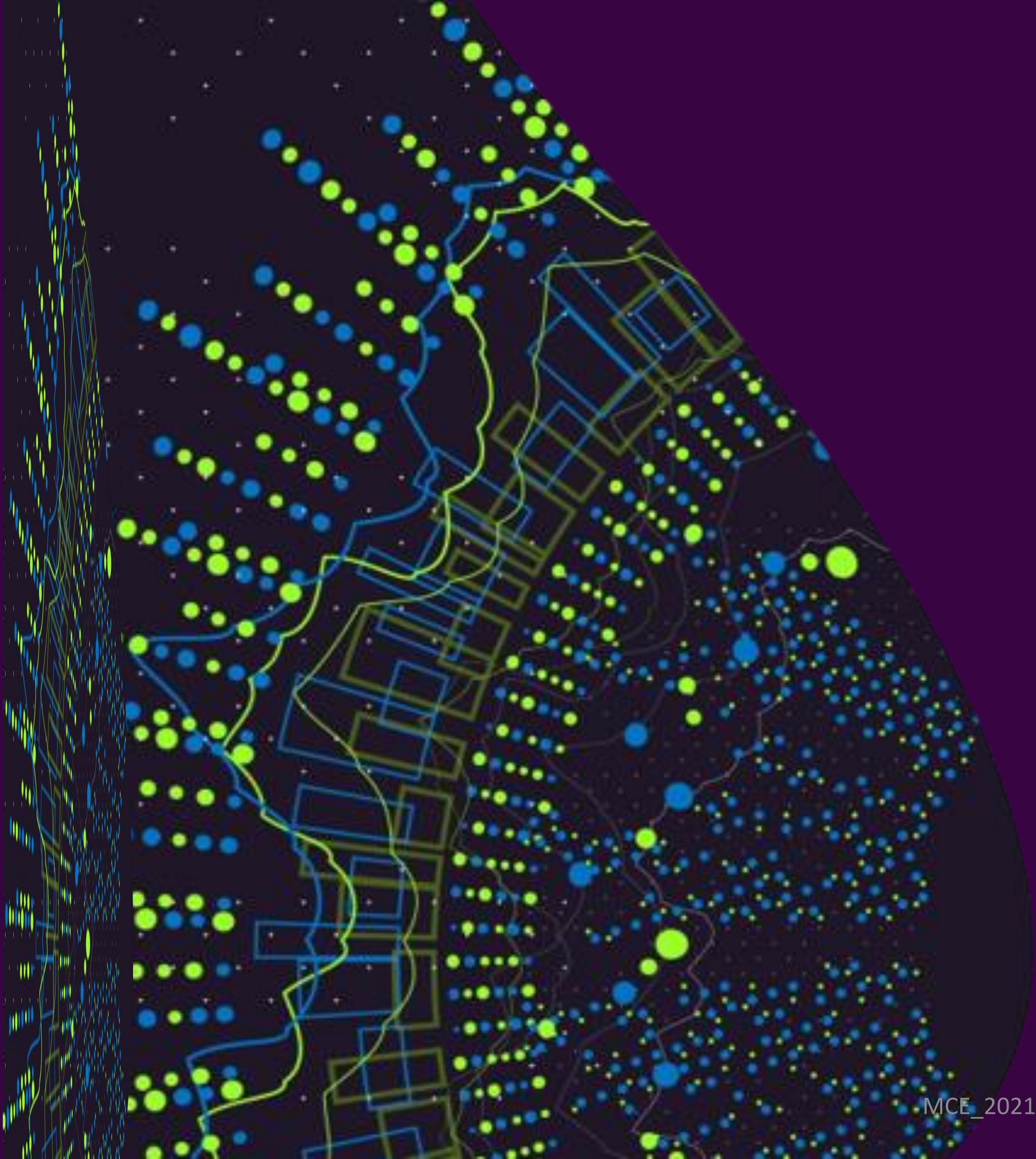


Mecânica e Campo Eletromagnético

3 Nov 2021

Aula - Dinâmica de um Sistema de Partículas

- Centro de Massa
- Resolução de questões numéricas

Isabel Malaquias
imalaquias@ua.pt
Gab. 13.3.16

Folha 1.3

3 - Uma partícula está sujeita a uma força $\vec{F} = (2y^2 - x^2)\,\hat{\imath} + 2xy\,\hat{\jmath}$. Calcule o trabalho realizado pela força quando a partícula se move da origem (0,0) para o ponto (2,4) ao longo dos seguintes caminhos:

a) ao longo do eixo dos x de (0,0) até (2,0) e depois paralelo a y até (2,4).
b) ao longo do eixo dos y de (0,0) até (0,4) e depois paralelo a x até (2,4).
c) ao longo do segmento de reta que une os dois pontos.
d) ao longo da parábola $y=x^2$.
e) Que conclui sobre a força poder ser conservativa? Justifique.

Folha 1.3

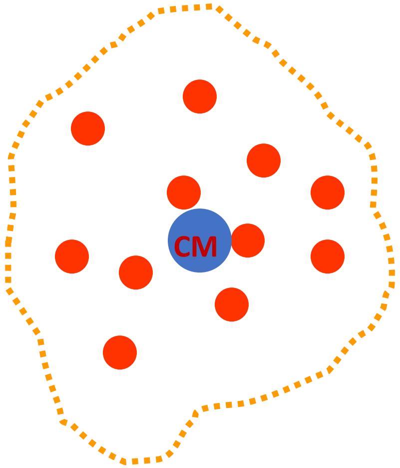
13 - Uma partícula de massa M=1kg está sujeita a uma força $\vec{F}$ que resulta de uma energia potencial $U(x,y) = K(x^2 + y^2)$ (x, y em m).

a) Determine $\vec{F}(x,y)$. Represente para alguns pontos do plano xy.
b) Qual a posição de equilíbrio?
c) Supondo que a partícula possui uma trajetória circular em torno da origem, determine o respetivo raio quando a energia total é de 2 J. Que tipo de movimento se verifica?

Centro de massa

Para qualquer sistema de partículas existe um ponto que se move sob a acção das forças aplicadas ao sistema, como se toda a sua massa desse sistema estivesse concentrada nesse ponto:

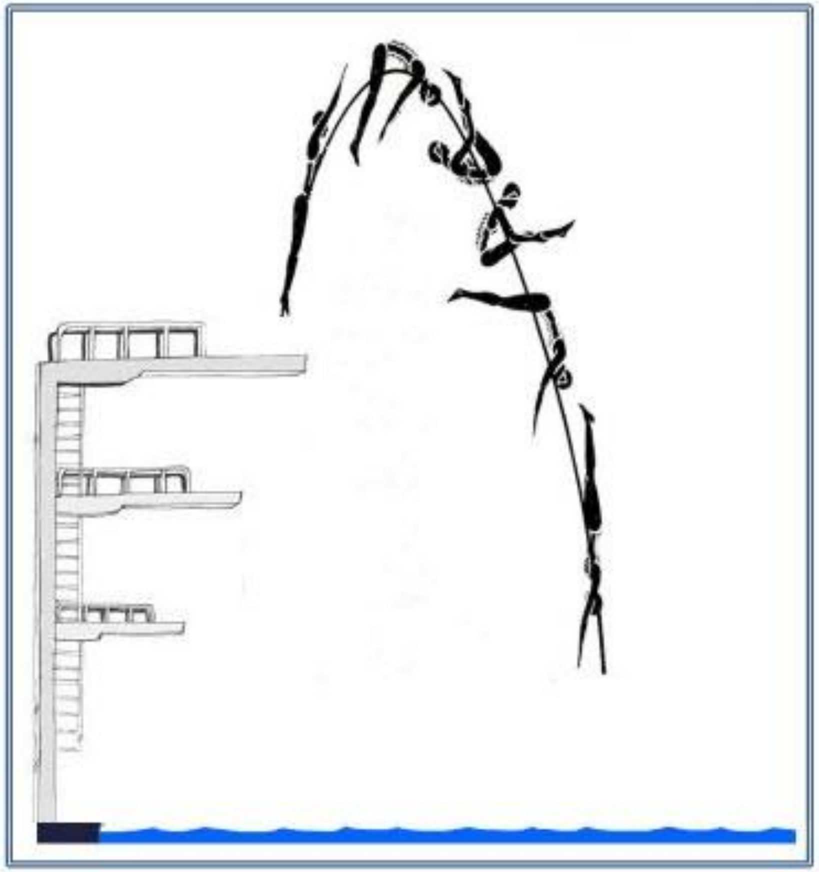
o centro de massa (CM)



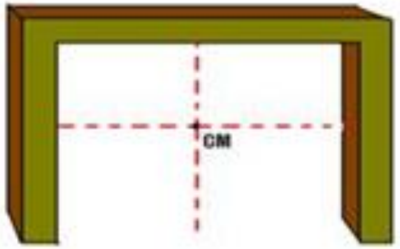
Independentemente dos movimentos individuais neste grupo de partículas, a dinâmica do centro de massa obedece à 2ª Lei de Newton

$$\sum \vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{CM}$$

Centro de massa e equilíbrio

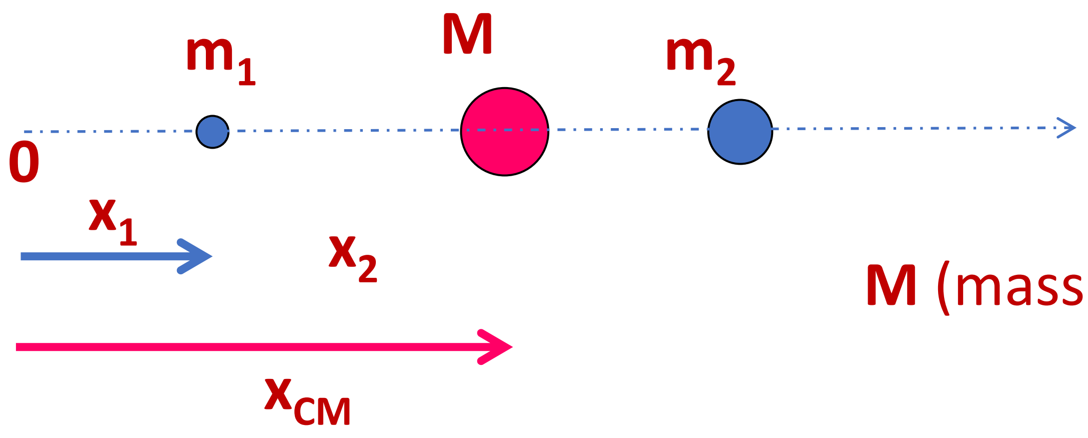


Centro de massa



Um corpo no espaço, longe da atracção gravitacional de qualquer planeta, possui centro de massa, <u>mas não centro de gravidade</u>, CG.

Localização do Centro de Massa a 1D



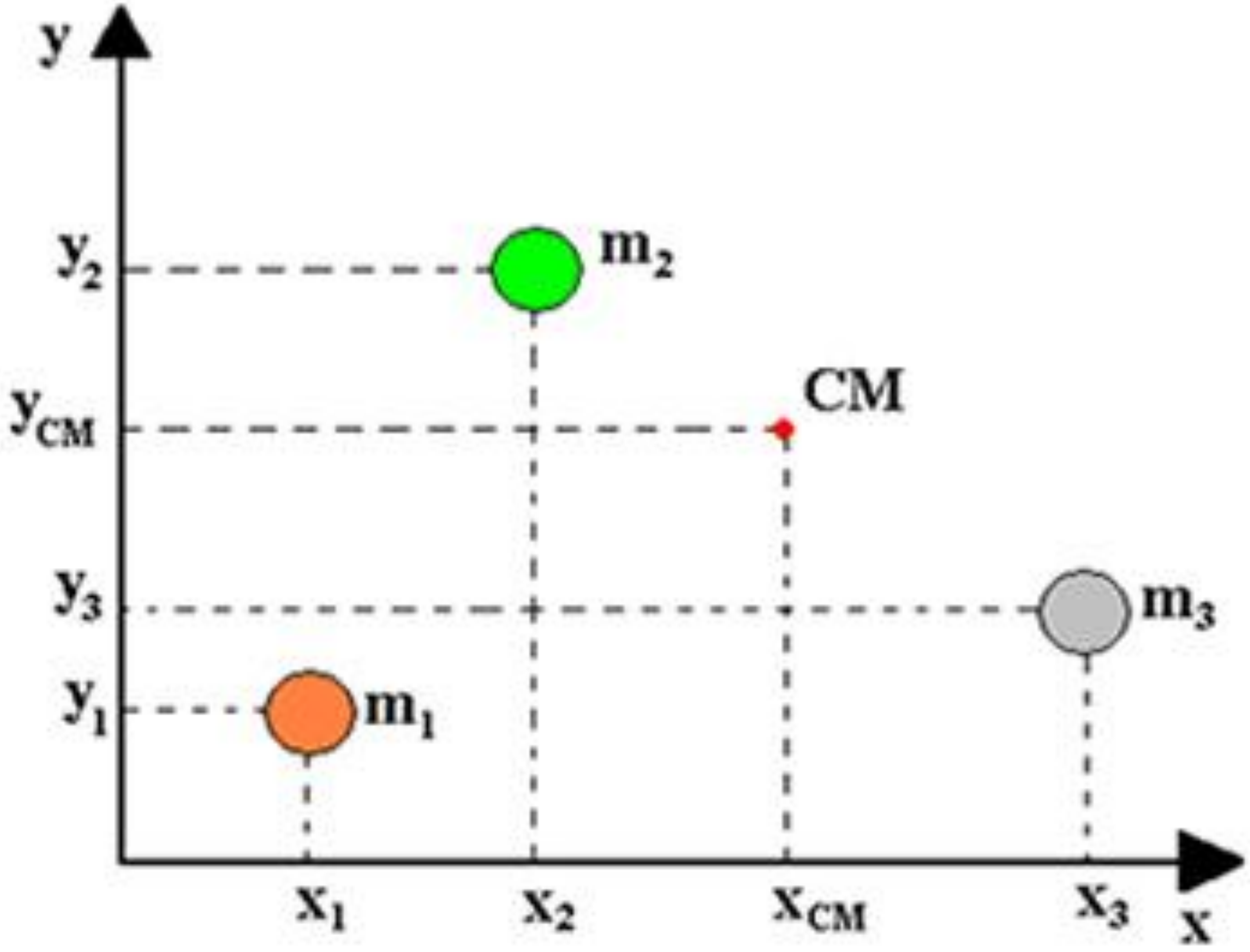
M (massa total) **= m_1 + m_2**

$$x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{M}$$

Para *n* partículas *i*

$$x_{CM} = \frac{1}{M}\sum m_i x_i$$

Localização do Centro de Massa (2D)



Localização do Centro de Massa a 3 D

Posição do centro de massa para um sistema de partículas i:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M}$$

$$com \quad \vec{r}_i = x_i \hat{i} + y_i \hat{j} + z_i \hat{k} \;\; e \;\; M = \sum m_i$$

A posição do CM, para uma distribuição contínua de massa, será dada por:

$$\vec{r}_{CM} = \lim_{\Delta m_i \to 0} \frac{\sum \Delta m_i \vec{r}_i}{\sum \Delta m_i} = \frac{1}{M} \int \vec{r} dm$$

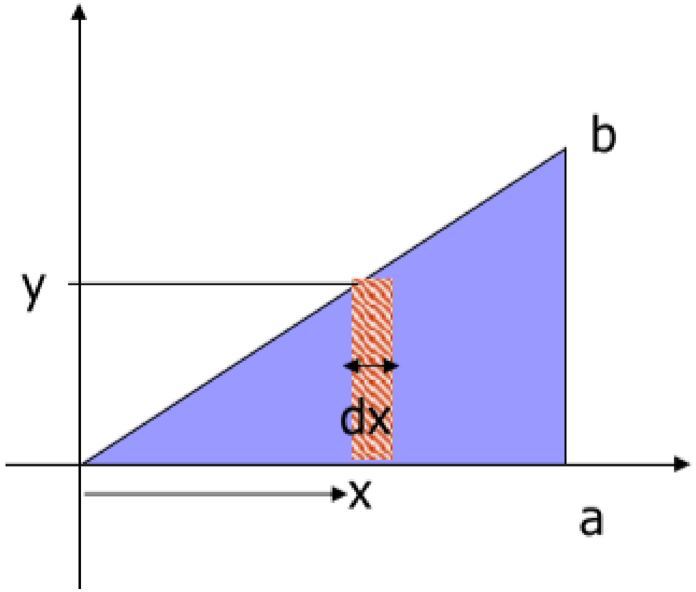
Localização do Centro de Massa

A posição do CM, para uma distribuição contínua de massa, será dada por:

$$\vec{r}_{CM} = \lim_{\Delta m_i \to 0} \frac{\sum \Delta m_i \vec{r}_i}{\sum \Delta m_i} = \frac{1}{M}\int \vec{r}\,dm$$

massa volúmica

$$P = \frac{M}{V} = \frac{M}{A.z}$$



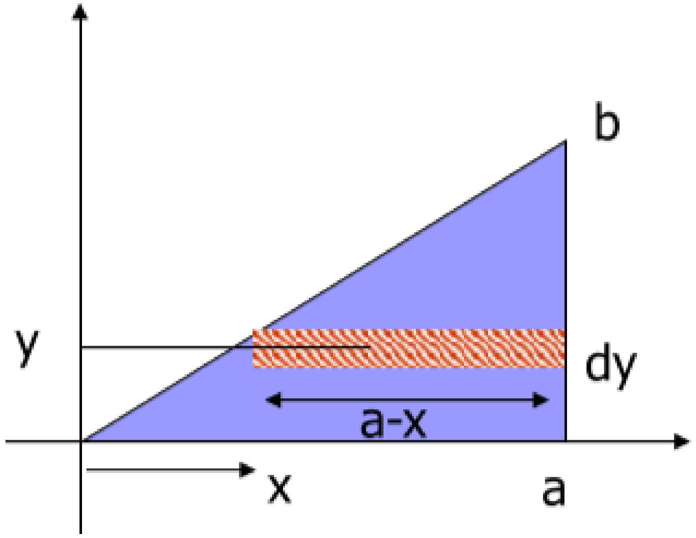
$$x_{CM} = \frac{1}{M}\int x\,dm$$

$$y_{CM} = \frac{1}{M}\int y\,dm$$

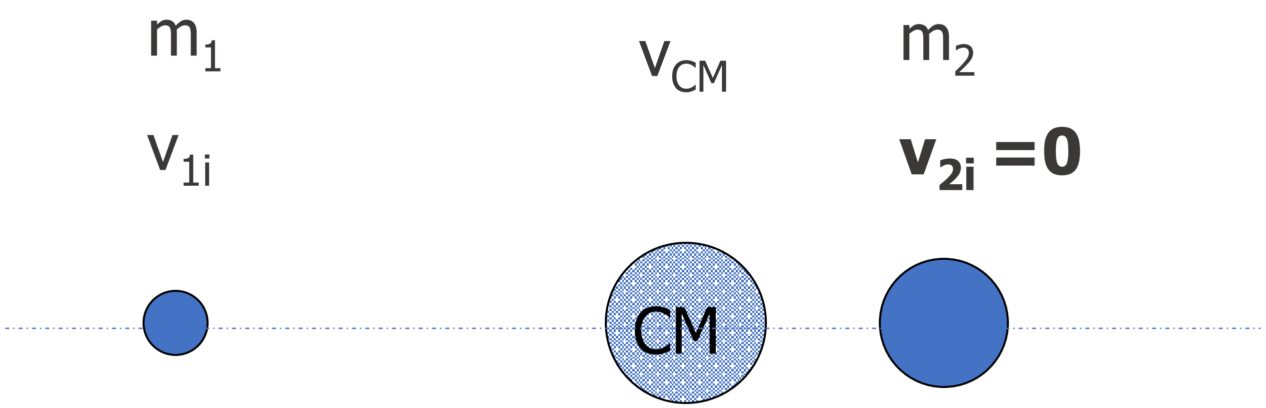
densidade superficial

$$\sigma = \frac{M}{A} = \frac{dm}{dA}$$

$$A = \frac{a.b}{2}$$



Velocidade do centro de massa (CM)



Momento linear do CM = momento linear de m_1 + momento linear de m_2

$(m_1 + m_2)\, V_{CM} = m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}$

$$V_{CM} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{1i}$$

É constante!

Movimento de um sistema de partículas

$$\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum m_i \frac{dr_i}{dt} = \frac{\sum m_i v_i}{M}$$

$$M\vec{v}_{CM} = \sum m_i \vec{v}_i = \sum \vec{p}_i = \vec{P}$$

Movimento de um sistema de partículas

$$\vec{a}_{CM} = \frac{d\vec{v}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \frac{\sum m_i \vec{a}_i}{M}$$

$$M\vec{a}_{CM} = \sum m_i \vec{a}_i = \sum \vec{F}_i$$

F_i são as forças aplicadas ao sistema (externas e internas)

de acordo com a 3ª lei de Newton, anulam-se

Movimento de um sistema de partículas

$$\sum \vec{F}_{ext} = M\vec{a}_{CM} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

Diz-nos que:

- Se a resultante das forças externas aplicadas é igual a zero:

$a_{CM}=0$ ⍰ o sistema está em repouso OU em movimento uniforme

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = M\vec{a}_{CM} = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{p} = M\vec{v}_{CM} = const.$$

- O momento linear total do sistema conserva-se, quando não há forças externas aplicadas ao sistema (sistema isolado)

Tipos de equilíbrio

Para que um corpo fique em equilíbrio é necessário que a linha que contém o Centro de Massa não saia da base de sustentação do corpo

Equilíbrio estável - o corpo regressa à posição inicial se deslocado. Acontece quando o ponto de sustentação está acima do centro de gravidade

Equilíbrio instável - o corpo afasta-se, se deslocado da sua posição

Equilíbrio indiferente - o corpo mantém a sua posição, se deslocado