

# Mecânica e Campo Eletromagnético

21 Dez 2021

Cap. 3 – Lei de Ampère

Fluxo do campo magnético

Lei geral da indução ou de Faraday

Isabel Malaquias

[imalaquias@ua.pt](mailto:imalaquias@ua.pt)

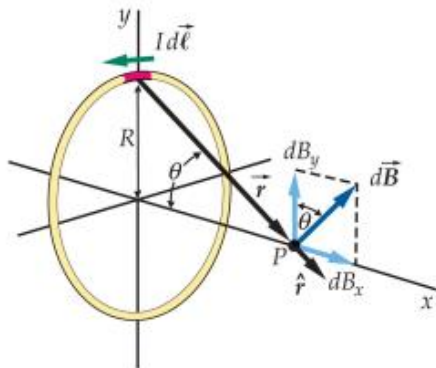
Gab. 13.3.16

1

1

## CAMPO MAGNÉTICO

CAMPO DEVIDO A UMA ESPIRA DE CORRENTE



campo magnético ao longo  
do eixo da espira

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

Lei de Biot-Savart

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \quad r^2 = R^2 + x^2$$

$$d\vec{l} \perp \hat{r} \implies |d\vec{l} \times \hat{r}| = dl$$

$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{R^2 + x^2}$$

Todas as componentes em torno de **y** anulam-se

$$dB_x = dB \sin \theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{R^2 + x^2} \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I R dl}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad \oint dl = 2\pi R$$

No **CENTRO DA ESPIRA**, tem-se

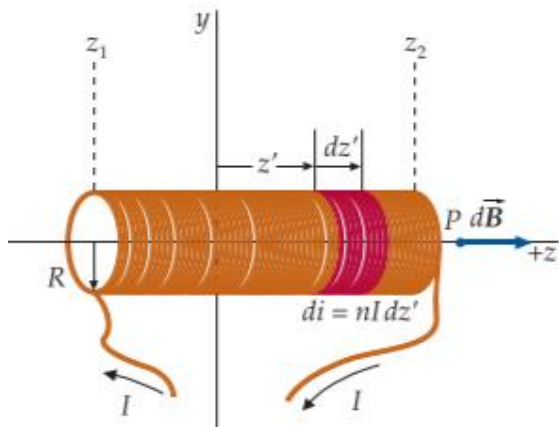
$$B_x = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{R}$$

MCE\_IM\_2021-2022

2

2

## CAMPO MAGNÉTICO



**SOLENÓIDE** ~ conjunto de anéis circulares de corrente justapostos, transportando a mesma corrente

$$B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

Campo magnético para um anel de corrente

$$n = \frac{N \text{ espiras}}{\text{comprimento } L}$$

Cada elemento  $dz'$  é tratado como um anel de corrente  $di = n I dz'$

densidade de corrente solenoidal,  $J$

$$B_z = \mu_0 \frac{NI}{L} = \mu_0 n I$$

$L \gg R$   
no **CENTRO** do solenóide

$$B_z = \mu_0 \frac{NI}{2L} = \mu_0 \frac{nI}{2}$$

numa **EXTREMIDADE** do solenóide

MCE\_IM\_2021-2022

3

3

## LEI DE AMPÈRE

Se tivermos um fio atravessado por uma corrente  $I$ , as linhas de campo magnético são circulares e concêntricas com o fio. O campo magnético é dado, usando a lei de Biot-Savart, por



$$B \cdot 2\pi R = \mu_0 I$$

comprimento do caminho circular à volta do fio

A LEI DE AMPÈRE vai permitir generalizar este resultado para qualquer tipo de caminho ou de fio (não depende do caminho)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad \longleftrightarrow$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

integral de linha sobre uma superfície aberta

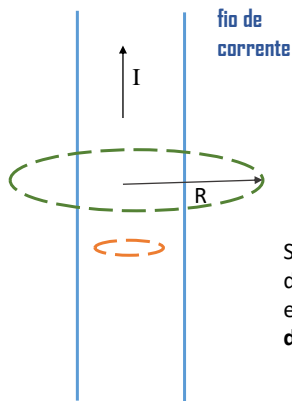
$$\text{se } I = 0, \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

MCE\_IM\_2021-2022

4

4

## LEI DE AMPÈRE



$$B \cdot 2\pi R = \mu_0 I$$

comprimento do  
caminho circular à  
volta do fio

Se o percurso escolhido for dentro  
do condutor (laranja), com  $r < R_{\text{fio}}$ ,  
então falaremos de uma  
**densidade de corrente,  $J$ ,**

$$J = \frac{I}{\pi R_{\text{fio}}^2}$$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 \left( \frac{I}{\pi R_{\text{fio}}^2} \right) \pi r^2$$

A LEI DE AMPÈRE vai permitir generalizar este  
resultado para qualquer tipo de caminho ou de fio  
(não depende do caminho)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

Tem-se, então, que

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

integral de linha sobre uma  
superfície aberta

MCE\_IM\_2021-2022

5

5

## LEI DE AMPÈRE

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

Pelo **TEOREMA DE STOKES**, sabemos que:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_S \text{rot} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

pelo que podemos escrever que

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_S \text{rot} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 I$$



$$\frac{1}{dS} \int_S \text{rot} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 \frac{I}{dS}$$

$$\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$



$$\int \vec{\nabla} \times \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$$



Exemplos de aplicação da lei de Ampère:

- Fios infinitos atravessados por uma corrente
- Planos infinitos com espessura  $b$  e densidade de corrente  $J$
- Solenóide infinito
- Toróide

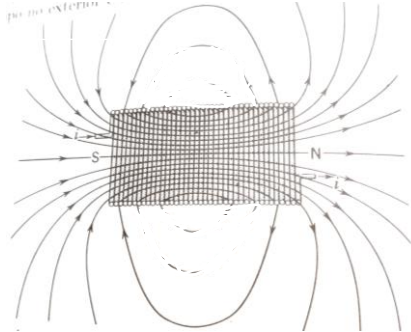
MCE\_IM\_2021-2022

6

6

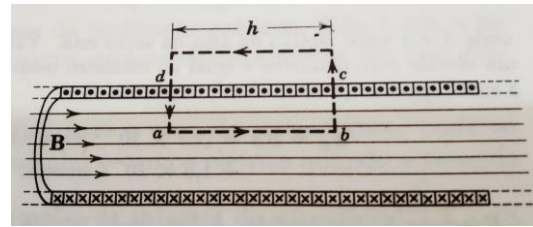
## LEI DE AMPÈRE

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$



A corrente total  $I$  que atravessa a área limitada pelo percurso de integração **não é igual à corrente  $I_0$**  que percorre o solenóide, pois esta área é atravessada por mais de uma espira

MCE\_IM\_2021-2022

percurso  $abcd$  do solenóide

Fora do solenóide, experimentalmente,  $\vec{B} = 0$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

$\downarrow$   $Bh$        $\downarrow$   $\vec{B} \perp d\vec{l}$        $\downarrow$   $\vec{B} \perp d\vec{l}$        $\downarrow$   $\vec{B} \perp d\vec{l}$

 $n = n^0$  espiras por unidade de comprimento

$$I = I_0 (n h)$$

$$Bh = \mu_0 I_0 (n h)$$

$$\boxed{B = \mu_0 n I}$$

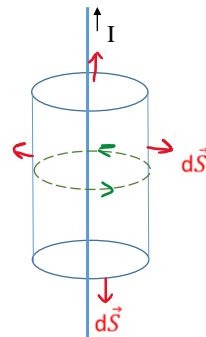
7

## FLUXO DO CAMPO MAGNÉTICO

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

O fluxo do campo magnético pode ocorrer através de uma superfície aberta ou de uma superfície fechada

Através de uma SUPERFÍCIE FECHADA, por exemplo, de um cilindro



$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{S1} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \int_{S2} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \int_{S3} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\Phi = 0$$

O vector  $\vec{B}$  tem rotacional mas não diverge

O integral do vetor campo magnético através de uma qualquer superfície fechada, atravessada ou não por uma corrente, é sempre zero.

MCE\_IM\_2021-2022

8

## FLUXO DO CAMPO MAGNÉTICO

### Divergência do campo magnético

Acabamos de ver que

$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Pelo TEOREMA DE GAUSS, vimos atrás que

$$\int_S \vec{A} \cdot d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{A} dV$$

Poderemos então escrever que

$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 = \int_V \text{div} \vec{B} dV$$

$$\Leftrightarrow \int_V \text{div} \vec{B} dV = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\text{div} \vec{B} = 0}$$

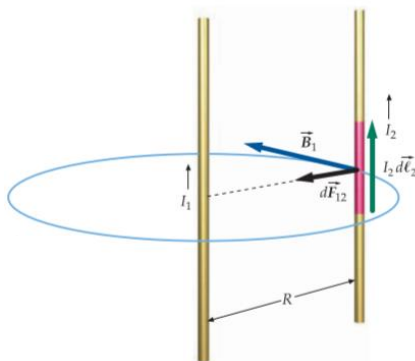
**O vector  $\vec{B}$  tem rotacional mas não diverge**

MCE\_IM\_2021-2022

9

9

## Força magnética entre fios de corrente



Há uma força igual e oposta exercida pela corrente  $I_2$  sobre  $I_1$ .

$$dF_{12} = |I_2| d\vec{l}_2 \times \vec{B}_1$$

$$dF_{12} = I_2 dl_2 B_1$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{R}$$

$$\boxed{dF_{12} = I_2 dl_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R}}$$

$$\frac{dF_{12}}{dl_2} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1}{R} I_2$$

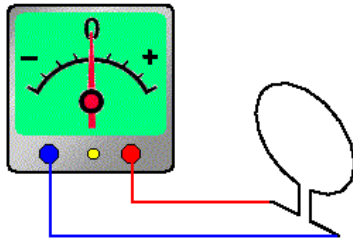
**Força por unidade de comprimento**

MCE\_IM\_2021-2022

10

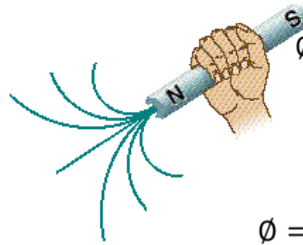
10

## LEI DE FARADAY DA INDUÇÃO ELECTROMAGNÉTICA



[Lenz.gif \(491x267\)](#)  
[\(ensinoadistancia.pro.br\)](#)

f.e.m. = força electromotriz  
 (diferença de potencial)



$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

através de uma **superfície aberta**

$$\Phi = \int_S |\vec{B}| |d\vec{S}| \cos(\vec{B}, d\vec{S})$$

as variações do fluxo no tempo podem ser de três ordens:

$B(t)$

$S(t)$

ângulo entre  $\vec{B}$  e  $d\vec{S}$

f.e.m. induzida,  $\epsilon = - \frac{d\Phi}{dt}$

MCE\_IM\_2021-2022

11

11

## LEI DE FARADAY DA INDUÇÃO ELECTROMAGNÉTICA

- a f.e.m. instantânea induzida num circuito é directamente proporcional à taxa de variação temporal do fluxo magnético através do circuito
- se o circuito for constituído por **N espiras**, todas com a mesma área, e se  $\Phi_B$  for o fluxo através de cada espira, é induzida uma f.e.m. em cada uma e a **lei de Faraday** é dada por

$$\epsilon = - N \frac{d\Phi}{dt}$$

### CONVENÇÃO DE SINAIS

- a f.e.m. e as correntes são positivas se forem contrárias ao sentido do movimento dos ponteiros do relógio
- O fluxo é positivo, se apontar no sentido do observador

USAR A REGRA DA MÃO DIREITA OU DO SACA-ROLHAS

MCE\_IM\_2021-2022

12

12