“Formulário”

Seja ImplFree: $G_P \rightarrow H_P$ a seguinte função recursiva.

$$\text{ImplFree}(\varphi) = \begin{cases} \neg\text{ImplFree}(\varphi_1), & \text{se } \varphi = \neg\varphi_1 \\ \text{ImplFree}(\varphi_1) \vee \text{ImplFree}(\varphi_2), & \text{se } \varphi = \varphi_1 \vee \varphi_2 \\ \text{ImplFree}(\varphi_1) \wedge \text{ImplFree}(\varphi_2), & \text{se } \varphi = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \\ \neg\text{ImplFree}(\varphi_1) \vee \text{ImplFree}(\varphi_2), & \text{se } \varphi = \varphi_1 \rightarrow \varphi_2 \\ \varphi, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Note-se que o caso base da definição recursiva é quando a fórmula φ é um símbolo proposicional.

Seja NNFC: $H_P \rightarrow H_P$ a seguinte função recursiva.

$$\text{NNFC}(\varphi) = \begin{cases} \text{NNFC}(\varphi_1), & \text{se } \varphi = \neg\neg\varphi_1 \\ \text{NNFC}(\neg\varphi_1) \vee \text{NNFC}(\neg\varphi_2), & \text{se } \varphi = \neg(\varphi_1 \wedge \varphi_2) \\ \text{NNFC}(\neg\varphi_1) \wedge \text{NNFC}(\neg\varphi_2), & \text{se } \varphi = \neg(\varphi_1 \vee \varphi_2) \\ \text{NNFC}(\varphi_1) \vee \text{NNFC}(\varphi_2), & \text{se } \varphi = \varphi_1 \vee \varphi_2 \\ \text{NNFC}(\varphi_1) \wedge \text{NNFC}(\varphi_2), & \text{se } \varphi = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \\ \varphi, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Note-se que o caso base da definição recursiva é quando a fórmula φ é um símbolo proposicional ou a sua negação (*i.e.*, um literal).

Seja CNFC: $H_P \rightarrow H_P$ a seguinte função recursiva.

$$\text{CNFC}(\varphi) = \begin{cases} \text{Distr}(\text{CNFC}(\varphi_1), \text{CNFC}(\varphi_2)), & \text{se } \varphi = \varphi_1 \vee \varphi_2 \\ \text{CNFC}(\varphi_1) \wedge \text{CNFC}(\varphi_2), & \text{se } \varphi = \varphi_1 \wedge \varphi_2 \\ \varphi, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

sendo Distr: $H_P \times H_P \rightarrow H_P$ a seguinte função.

$$\text{Distr}(\varphi_1, \varphi_2) = \begin{cases} \text{Distr}(\varphi_{11}, \varphi_2) \wedge \text{Distr}(\varphi_{12}, \varphi_2), & \text{se } \varphi_1 = \varphi_{11} \wedge \varphi_{12} \\ \text{Distr}(\varphi_1, \varphi_{21}) \wedge \text{Distr}(\varphi_1, \varphi_{22}), & \text{se } \varphi_2 = \varphi_{21} \wedge \varphi_{22} \\ \varphi_1 \vee \varphi_2, & \text{caso contrário} \end{cases}$$