



ALGORITMOS EVOLUTIVOS MULTIOBJETIVOS



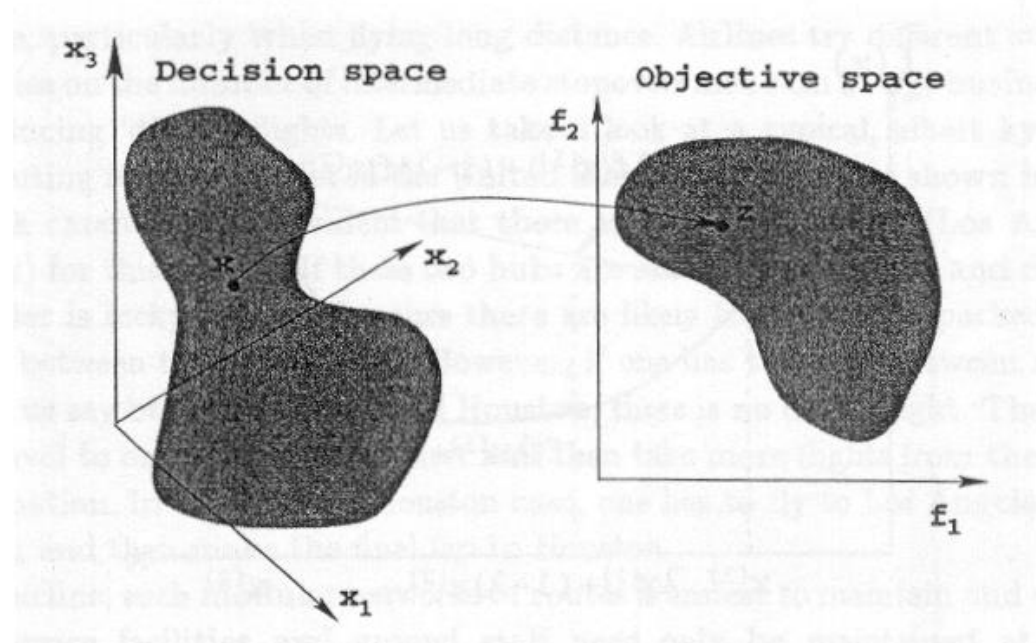
INTRODUÇÃO

- A ideia é lidar com dois ou mais objetivo conflitantes
 - Se os objetivos não são conflitantes a solução no espaço de busca é um único ponto
- Formato de um problema multiobjetivo

$$\begin{array}{lll} \text{Minimize/Maximize} & f_m(x), & m = 1, 2, \dots, M; \\ \text{subject to} & g_j(x) \geq 0, & j = 1, 2, \dots, J; \\ & h_k(x) = 0, & k = 1, 2, \dots, K; \\ & x_i^{(L)} \leq x_i \leq x_i^{(U)}, & i = 1, 2, \dots, n; \end{array}$$

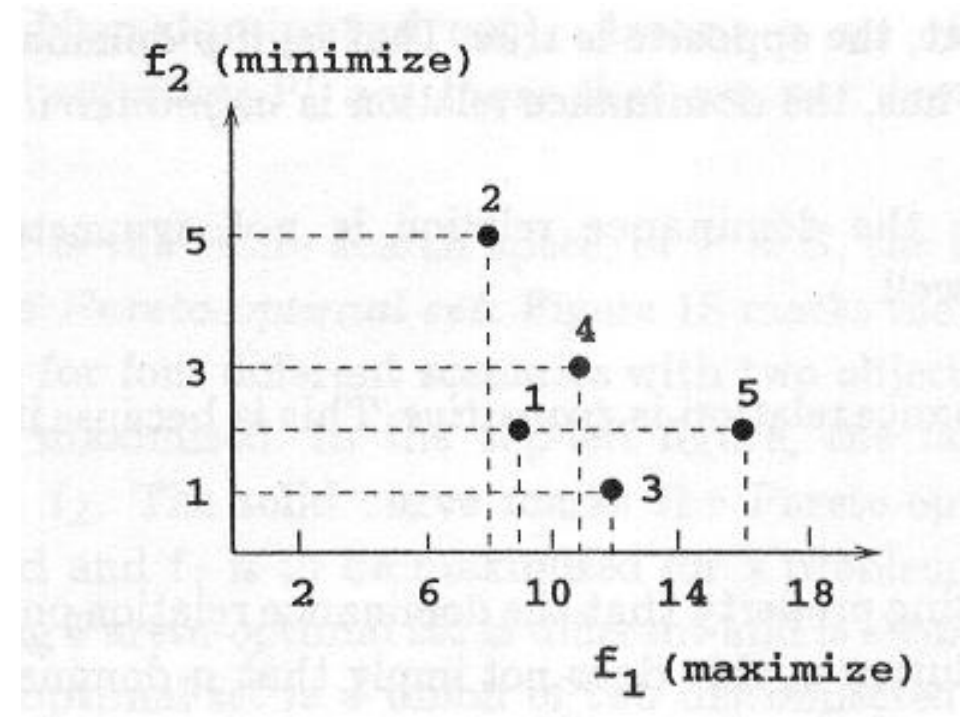
INTRODUÇÃO

- Em problemas multiobjetivos consideram-se dois espaços



INTRODUÇÃO

- Metodologias para solucionar problemas multiobjetivos
 - Weight-Sum
 - ϵ -constraints
 - Dominância – Optimalidade de Pareto
 - Avaliação Vetorial
- Conceito de Dominância
 - A solução x_1 não é pior que a solução x_2 em todos os objetivos
 - A solução x_1 é estritamente melhor que x_2 em pelo menos um objetivo



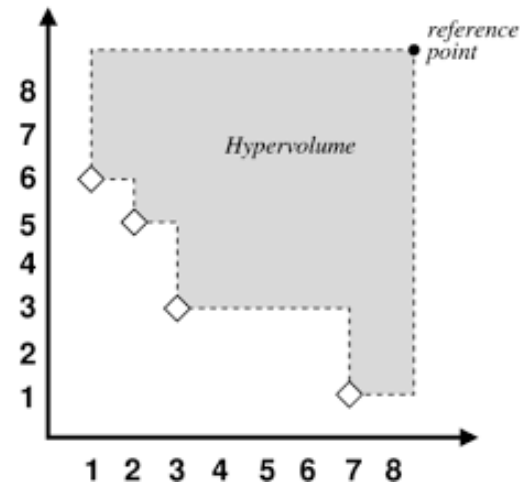
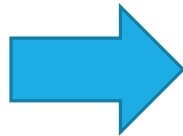
HISTÓRICO - ALGORITMOS

- VEGA – Vector Evaluated Genetic Algorithm (1984)
- MOGA - 1993
- SPEA2 - 2001
- NSGA II - 2002
- VEPSO - 2002
- MOEA/D - 2007
- VEPBIL - 2015

MÉTRICAS DE AVALIAÇÃO

- Número de soluções
- Hypervolume

$$hv = volume\left(\bigcup_{i=1}^{|Q|} v_i\right)$$



- Coverage

$$C(A, B) = \frac{|\{b \in B \mid \exists a \in A : a \preceq b\}|}{|B|}$$

VEPSO

Generate a swarm of particles \mathbf{X} of size s from $[a_i^d, b_i^d]$;

for $i = 1$ to $swarm_size$ **do**

 Evaluate swarm

 Update the best position g

 Update p of the particles

for $j = 1$ to D **do**

$V = w \cdot V + c_1 \cdot r_1 \times (P - X) + c_2 \cdot r_2 \times (g - X)$;

$X = X + V$;

end

end

Verify if the current g is better than the best of the current swarm



forall the *Swarms* (S) $\in k$ **do**

for $i = 1$ to $\#iterations$ **do**

 Canonical PSO on S^k ;

 Send g^k to S^{k+1} ;

 Send g^{k+1} to S^k ;

 Maintain archive with non-dominated solutions;

end

end

VEDE

```
Generate population of size  $n$  and dimension  $d$ 
while (Stop Criteria is FALSE) do
  Evaluate population for  $i = 1$  to #pop_size do
     $idx \leftarrow \text{select\_indiv}(3)$ ;
     $v \leftarrow P_{idx_3} + F * (Pop_{idx_1}^k - Pop_{idx_2}^k)$  ;
    for  $j = 1$  to dimension do
       $nj = \text{rand}()$ ;
      if ( $nj < CR$ ) then
        |  $pop' \leftarrow v_j$ ;
      else
        |  $pop' \leftarrow pop_j$ ;
      end
    end
    Replace current individual if new one is better
  end
end
```



```
forall the Populations ( $S$ )  $\in k$  do
  for  $i = 1$  to #iterations do
    Canonical DE;
     $fit'_i \leftarrow \text{evaluate\_}f_k(P_i^k)$ ;
     $sol_k \leftarrow \text{get\_best}(P^k)$ ;
    if ( $sol_1$  dominates  $sol_2$ ) then
      | replace( $indiv_1 \in P^2$ );
    else if ( $sol_2$  dominates  $sol_1$ ) then
      | replace( $indiv_2 \in P^1$ );
    Maintain archive with non-dominated solutions;
  end
end
```


SPEA2

```
archive_size ← input_size(n)
archive ← ∅
pop ← init_population(funk, pop_size, dim)
archive ← -non_dominated_sol(pop)
for (i=1 to max_it) do
  Rt ← mix(pop, archive)
  s ← compute_s(Rt)
  raw ← compute_raw(s)
  d ← compute_density(Rt)
  fitness ← raw + d
  indexes ← (fitness < 1)
  archive_tmp ← Rt[indexes,]
  if (#non_dom == archive_size) then
    archive ← archive_tmp
  else if (#non_dom < archive_size) then
    archive ← archive_tmp
    archive ← fill()
  else
    archive ← clustering()
  end if
  pop ← gen_operators()
end for
```

$$s(i) = |\{j | j \in Rt \wedge i \succ j\}|$$

$$raw[i] = \sum_{j \in Rt, j \prec i} s(j)$$

$$d(i) = \frac{1}{\sigma_i^k + 2} \quad k = \lfloor \sqrt{pop_size} \rfloor$$

ATIVIDADE V

- Implementar uma abordagem vetorial do algoritmo implementado na atividade 4. Comparar o resultado com o NSGA-II em termos de hypervolume usando pelo menos um teste-t.
- O NSGA-II pode ser utilizado a partir de uma biblioteca pronta.
- Para implementar o algoritmo de abordagem vetorial em R sugere-se a utilização do pacote *emoa* que possui funções prontas para serem utilizadas em problemas multiobjetivo como, por exemplo, para calcular o hypervolume de uma fronteira de Pareto.
- Os resultados e como o algoritmo foi implementado deve ser apresentados em um seminário