

Início	Segunda, 13 de Janeiro de 2020 às 09:06
Estado	Prova submetida
Data de submissão:	Segunda, 13 de Janeiro de 2020 às 10:38
Tempo gasto	1 hora 31 minutos
Nota	5,4/6,0
Nota	17,9 de um máximo de 20,0 (90%)

Pergunta 1

Parcialmente correta Pontuou 0,70 de 1,00

Considere a seguinte função real de variável real, cujos zeros pretendemos determinar:

$f(x) = \sin(x) + x^5 - 0.2x + 0.5$

- a. Quantos zeros tem a função $f(x)$? ✓
- b. Qual dos seguintes intervalos contém a menor raiz da equação $f(x)=0$? ✓
- c. Preencha o quadro com o valor mais aproximado da raiz **R**, do erro absoluto **ε_{abs}** e do erro relativo **ε_{rel}** ao fim de seis iterações, usando o **método da bissecção sucessiva**, partindo do intervalo escolhido na alínea anterior:

R	<input type="text" value="-0,58594"/>	✓
ε _{abs}	<input type="text" value="0,01563"/>	✓
ε _{rel}	<input type="text" value="0,02632"/>	✗

As respostas numéricas são:

- números decimais em vírgula flutuante, com pelo menos 5 decimais na mantissa, no formato ±xxx.xxxxx E±xxx ;
- números decimais em vírgula fixa, com pelo menos 5 decimais, no formato ±xxx.xxxxx .

Comentário:

"Terminada deste modo a iteração, qual o valor que deve ser escolhido como melhor aproximação à raiz:

- o meio m do intervalo final, que conduz ao menor erro absoluto máximo?
- o extremo do intervalo que corresponde ao menor valor absoluto da função, sujeito à verificação da derivada na vizinhança, mas não esquecendo o carácter fundamental desta verificação!"

Erros calculados de forma incorrecta, pois o valor "exacto" seria o valor pedido como melhor aproximação da raiz.

Considere o seguinte sistema de equações não lineares:

$$\begin{cases} x^2 - y - a &= 0 \\ -x + y^2 - b &= 0 \end{cases}$$



Usando os seguintes valores para os parâmetros

a	b
1.2	0.5

Calcule duas iterações pelo **método de Newton**, partindo do ponto dado.
Preencha o quadro com os valores corretos.

x _n		y _n	
1.10000		1.10000	
1,82604	✓	1,60729	✓
1,64430	✓	1,47070	✓

As respostas numéricas são:

- números decimais em vírgula flutuante, com pelo menos 5 decimais na mantissa, no formato ±xxx.xxxxx E±xxx ;
- números decimais em vírgula fixa, com pelo menos 5 decimais, no formato ±xxx.xxxxx .

Comentário:
bónus 15%

O comprimento **L** do arco, entre as abcissas **x= a** e **x= b**, de uma curva de equação é dado por:

$y = f(x)$
é dado por:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (y')^2} \, dx$$

Recorrendo aos métodos numéricos de **Simpson** e dos **Trapézios**, pretendemos determinar o comprimento do arco entre **x= a** e **x= b**, da curva

$y = e^{kx}$

Partindo dos seguintes dados:

k	a	b	Passo de integração h
2	0	1	0.125

Estime o valor do erro absoluto, independentemente do valor obtido para o quociente de convergência.
Preencha a tabela com os valores correctos:

	M. Trapézios	M. Simpson
h	0.125	0.125
h'	<div>0,0625✓</div>	<div>0,0625✓</div>
h''	<div>0,03125✓</div>	<div>0,03125✓</div>
L	<div>1,065498✗</div>	<div>0,71033✗</div>
L'	<div>0,53275✗</div>	<div>0,35517✗</div>
L''	<div>0,26637✗</div>	<div>0,17758✗</div>
Quociente de convergência QC	<div>2,0✗</div>	<div>2,0✗</div>
Erro estimado absoluto ε	<div>-0,08879✗</div>	<div>-0,01184✗</div>

As respostas numéricas são:

- números decimais em vírgula flutuante, com pelo menos 5 decimais na mantissa, no formato ±xxx.xxxxx E±xxx ;
- números decimais em vírgula fixa, com pelo menos 5 decimais, no formato ±xxx.xxxxx .

Comentário:
n está mal calculado

Pergunta 4

Correta Pontuou 1,00 de 1,00

A temperatura T de um corpo varia com o tempo t segundo a seguinte lei:

$$\frac{dT}{dt} = -0.25 \left(T - T_a \right)$$

em que T_a é a temperatura do meio envolvente.

Supondo as seguintes condições iniciais:

$$T = 17 \qquad t = 4 \qquad T_a = 49$$

Usando o *Método de Euler* com passo temporal **0,3**, calcule o valor da temperatura do corpo ao fim de **dois** passos de tempo

As respostas numéricas são:

- números decimais em vírgula flutuante, com pelo menos 5 decimais na mantissa, no formato $\pm xxx,xxxxx$ E $\pm xxx$
- números decimais em vírgula fixa, com pelo menos 5 decimais, no formato $\pm xxx,xxxxx$

Resposta:

21,62

✓

A resposta correta é: 21,62

Pergunta 5

Parcialmente correta Pontuou 0,88 de 1,00

Os resultados de uma experiência ajustam-se bem à expressão

$$y = 2 \sin x - 10 \cos x$$

no intervalo de $0 \leq x \leq 6$.

Use o **método da Secção Áurea** para pesquisar o **máximo** da função.
Preencha as células em branco com o valor numérico adequado.

x_1	x_2	x_3	x_4	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_3)$	$f(x_4)$
2	4	2.76393	3.23606	5.9801	5.0228	10.0328	9.7667
<div>2</div> ✓	<div>3,23607</div>	<div>2,47213</div>	<div>2,76393</div>	<div>5,98006</div>	<div>9,76674</div>	<div>9,08271</div>	<div>10,03279</div>
	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
<div>2,47214</div>	<div>3,23607</div>	<div>2,76393</div>	<div>3,05573</div>	<div>9,08271</div>	<div>9,76674</div>	<div>10,03279</div>	<div>10,13468</div>
✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗

As iterações apresentadas permitem enquadrar o extremo num intervalo em x com a amplitude

0,47214

✓

As respostas numéricas são números decimais em vírgula fixa, com pelo menos 5 decimais.

Comentário:

x3 = x1 + B*(x4-x1) sinal trocado ?

bónus 10%

Considere a função não linear que se pretende minimizar, por aplicação do **Método do Gradiente**.

$Z(x,y) = 6x^2 - xy + 12y + y^2 - 8x$

Complete o quadro com os valores em falta, para um passo efectivo de minimização.
Escolha o melhor valor para λ .

Nº Iteração	X_n	$Z(X_n)$	Gradiente	λ
0	0	0 ✓	-8 ✓	0.25 ✓
	0		12 ✓	
1	2 ✓	-13 ✓		
	-3 ✓			

As respostas numéricas são números decimais em vírgula fixa, com pelo menos 5 decimais.