

Início	Segunda, 13 de Janeiro de 2020 às 09:06
Estado	Prova submetida
Data de submissão:	Segunda, 13 de Janeiro de 2020 às 10:38
Tempo gasto	1 hora 31 minutos
Nota	5,4/6,0
Nota	17,9 de um máximo de 20,0 (90%)

Pergunta 1

Parcialmente correta Pontuou 0,70 de 1,00

Considere a seguinte função real de variável real, cujos zeros pretendemos determinar:

$f(x) = \sin(x) + x^5 - 0.2x + 0.5$

- a. Quantos zeros tem a função  $f(x)$ ? 1 ✓
- b. Qual dos seguintes intervalos contém a menor raiz da equação  $f(x)=0$  ? 

]-1,0[

 ✓
- c. Preencha o quadro com o valor mais aproximado da raiz **R**, do erro absoluto **ε<sub>abs</sub>** e do erro relativo **ε<sub>rel</sub>** ao fim de seis iterações, usando o **método da bissecção sucessiva**, partindo do intervalo escolhido na alínea anterior:

R	-0,58594	✓
ε <sub>abs</sub>	0,01563	✓
ε <sub>rel</sub>	0,02632	✗

As respostas numéricas são:

- números decimais em vírgula flutuante, com pelo menos 5 decimais na mantissa, no formato `±xxx.xxxxx E±xxx`;
- números decimais em vírgula fixa, com pelo menos 5 decimais, no formato `±xxx.xxxxx`.

Comentário:

"Terminada deste modo a iteração, qual o valor que deve ser escolhido como melhor aproximação à raiz:

- o meio m do intervalo final, que conduz ao menor erro absoluto máximo?
- o extremo do intervalo que corresponde ao menor valor absoluto da função, sujeito à verificação da derivada na vizinhança, mas não esquecendo o carácter fundamental desta verificação!"

Erros calculados de forma incorrecta, pois o valor "exacto" seria o valor pedido como melhor aproximação da raíz.

Considere o seguinte sistema de equações não lineares:

$$\begin{cases} x^2 - y - a &= 0 \\ -x + y^2 - b &= 0 \end{cases}$$

Usando os seguintes valores para os parâmetros

a	b
1.2	0.5

Calcule duas iterações pelo **método de Newton**, partindo do ponto dado.  
Preencha o quadro com os valores corretos.

x <sub>n</sub>		y <sub>n</sub>	
1.10000		1.10000	
1,82604	✓	1,60729	✓
1,64430	✓	1,47070	✓

As respostas numéricas são:

- números decimais em vírgula flutuante, com pelo menos 5 decimais na mantissa, no formato ±xxx.xxxxx E±xxx ;
- números decimais em vírgula fixa, com pelo menos 5 decimais, no formato ±xxx.xxxxx .

Comentário:  
bônus 15%

O comprimento **L** do arco, entre as abcissas **x= a** e **x= b**, de uma curva de equação é dado por:

$y = f(x)$   
é dado por:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (y')^2} \, dx$$

Recorrendo aos métodos numéricos de **Simpson** e dos **Trapézios**, pretendemos determinar o comprimento do arco entre **x= a** e **x= b**, da curva

$y = e^{kx}$

Partindo dos seguintes dados:

k	a	b	Passo de integração h
2	0	1	0.125

Estime o valor do erro absoluto, independentemente do valor obtido para o quociente de convergência.  
Preencha a tabela com os valores correctos:

	M. Trapézios	M. Simpson
h	0.125	0.125
h'	0,0625 ✓	0,0625 ✓
h''	0,03125 ✓	0,03125 ✓
L	1,065498 ✗	0,71033 ✗
L'	0,53275 ✗	0,35517 ✗
L''	0,26637 ✗	0,17758 ✗
Quociente de convergência QC	2,0 ✗	2,0 ✗
Erro estimado absoluto ε	-0,08879 ✗	-0,01184 ✗

As respostas numéricas são:

- números decimais em vírgula flutuante, com pelo menos 5 decimais na mantissa, no formato ±xxx.xxxxx E±xxx ;
- números decimais em vírgula fixa, com pelo menos 5 decimais, no formato ±xxx.xxxxx .

Comentário:  
n está mal calculado

A temperatura  $T$  de um corpo varia com o tempo  $t$  segundo a seguinte lei:

$$\frac{dT}{dt} = -0.25 \left( T - T_a \right)$$

em que  $T_a$  é a temperatura do meio envolvente.

Supondo as seguintes condições iniciais:

$T = 17$  $t = 4$  $T_a = 49$

Usando o *Método de Euler* com passo temporal **0,3**, calcule o valor da temperatura do corpo ao fim de **dois** passos de tempo

As respostas numéricas são:

- números decimais em vírgula flutuante, com pelo menos 5 decimais na mantissa, no formato  $\pm xxx,xxxxx$   $E\pm xxx$
- números decimais em vírgula fixa, com pelo menos 5 decimais, no formato  $\pm xxx,xxxxx$

Resposta: 21,62 ✓

A resposta correta é: 21,62

Os resultados de uma experiência ajustam-se bem à expressão

$$y = 2 \sin x - 10 \cos x$$

no intervalo de  $0 \leq x \leq 6$ .

Use o **método da Secção Áurea** para pesquisar o **máximo** da função.  
Preencha as células em branco com o valor numérico adequado.

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$f(x_1)$	$f(x_2)$	$f(x_3)$	$f(x_4)$
2	4	2.76393	3.23606	5.9801	5.0228	10.0328	9.7667
2 ✓	3,23607	2,47213	2,76393	5,98006	9,76674	9,08271	10,03279
	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
2,47214	3,23607	2,76393	3,05573	9,08271	9,76674	10,03279	10,13468
✓	✓	✓	✗	✓	✓	✓	✗

As iterações apresentadas permitem enquadrar o extremo num intervalo em x com a amplitude 0,47214 ✓

As respostas numéricas são números decimais em vírgula fixa, com pelo menos 5 decimais.

Comentário:  
x3 = x1 + B\*(x4-x1) sinal trocado ?  
bónus 10%

Considere a função não linear que se pretende minimizar, por aplicação do **Método do Gradiente**.

$Z(x,y) = 6x^2 - xy + 12y + y^2 - 8x$

Complete o quadro com os valores em falta, para um passo efectivo de minimização.  
Escolha o melhor valor para  $\lambda$ .

Nº Iteração	$X_n$	$Z(X_n)$	Gradiente	$\lambda$
0	0	0 ✓	-8 ✓	0.25 ⬆ ✓
	0		12 ✓	
1	2 ✓	-13 ✓		
	-3 ✓			

As respostas numéricas são números decimais em vírgula fixa, com pelo menos 5 decimais.