

# Defesa de mestrado

Estratégias bio-inspiradas aplicadas em  
problemas discretos com muitos objetivos

Autor: Tiago Peres França

Orientadora: Gina Maira Barbosa de Oliveira

Co-orientador: Luiz Gustavo Almeida Martins

# Introdução



- Otimização: maximizar ou minimizar um aspecto do problema.
- Análise combinatória: alto custo computacional:
- Algoritmos gulosos, programação dinâmica, algoritmos bio-inspirados.
- Otimização multiobjetivo:
  - múltiplas funções para minimizar ou maximizar;
  - Qual solução é melhor? Dominância de Pareto;
  - Fronteira de Pareto
  - Otimização *many-objective*
- Este trabalho faz uma análise comparativa entre diversos métodos de otimização multiobjetivo e propõe um novo framework ACO.

# Problemas de teste



- Problemas discretos:
  - Caixeiro viajante
  - Roteamento de veículos com janelas de tempo
  - Sequenciamento de proteínas
  - Problema da mochila multiobjetivo
  - Problema do roteamento multicast

# Problema da mochila



A	B	C	D	E	F	G	H
\$10 20KG	\$6 10KG	\$12 25KG	\$8 8KG	\$6 7KG	\$6 12KG	\$8 14KG	\$7 9KG

$S_1$ :

A	B	D	E
\$10 20KG	\$6 10KG	\$8 8KG	\$6 7KG

Valor (lucro): \$30  
Peso: 45KG

$S_2$ :

C	D	F
\$12 25KG	\$8 8KG	\$6 12KG

Valor (lucro): \$26  
Peso: 45KG

$S_3$ :

B	D	E	F	H
\$6 10KG	\$8 8KG	\$6 7KG	\$6 12KG	\$7 9KG

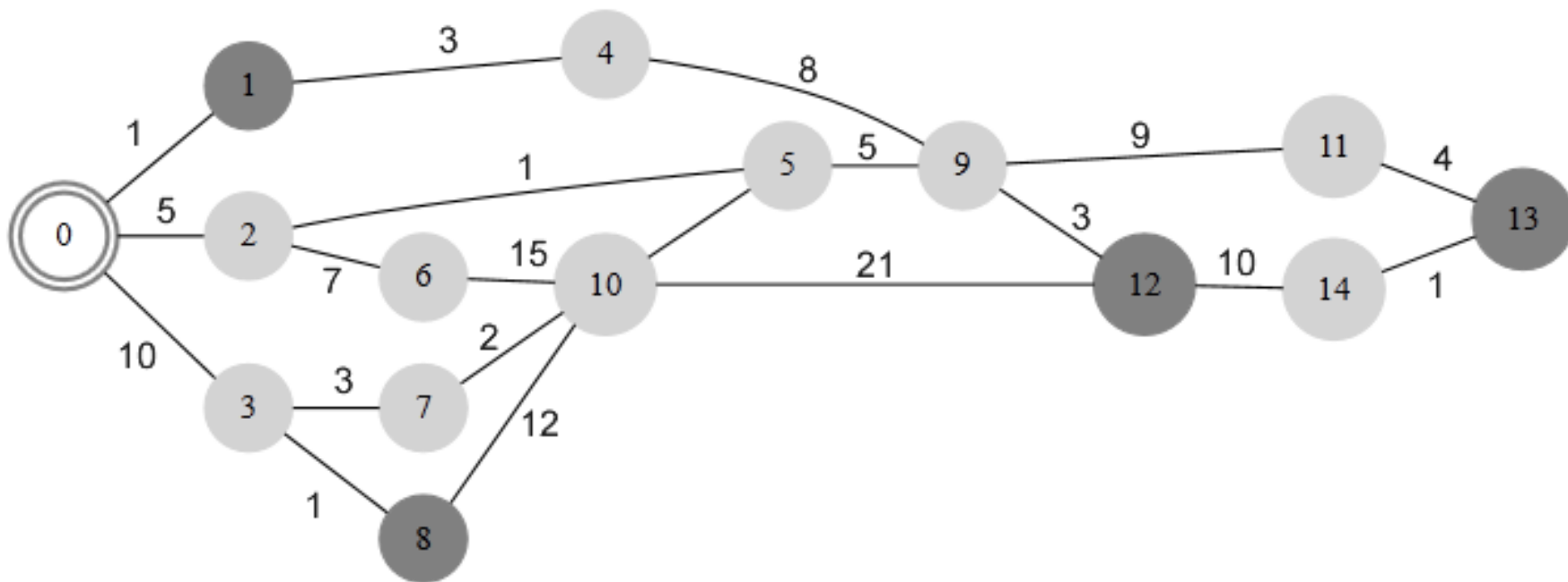
Valor (lucro): \$33  
Peso: 46KG

# Problema da mochila multiobjetivo (PMM)

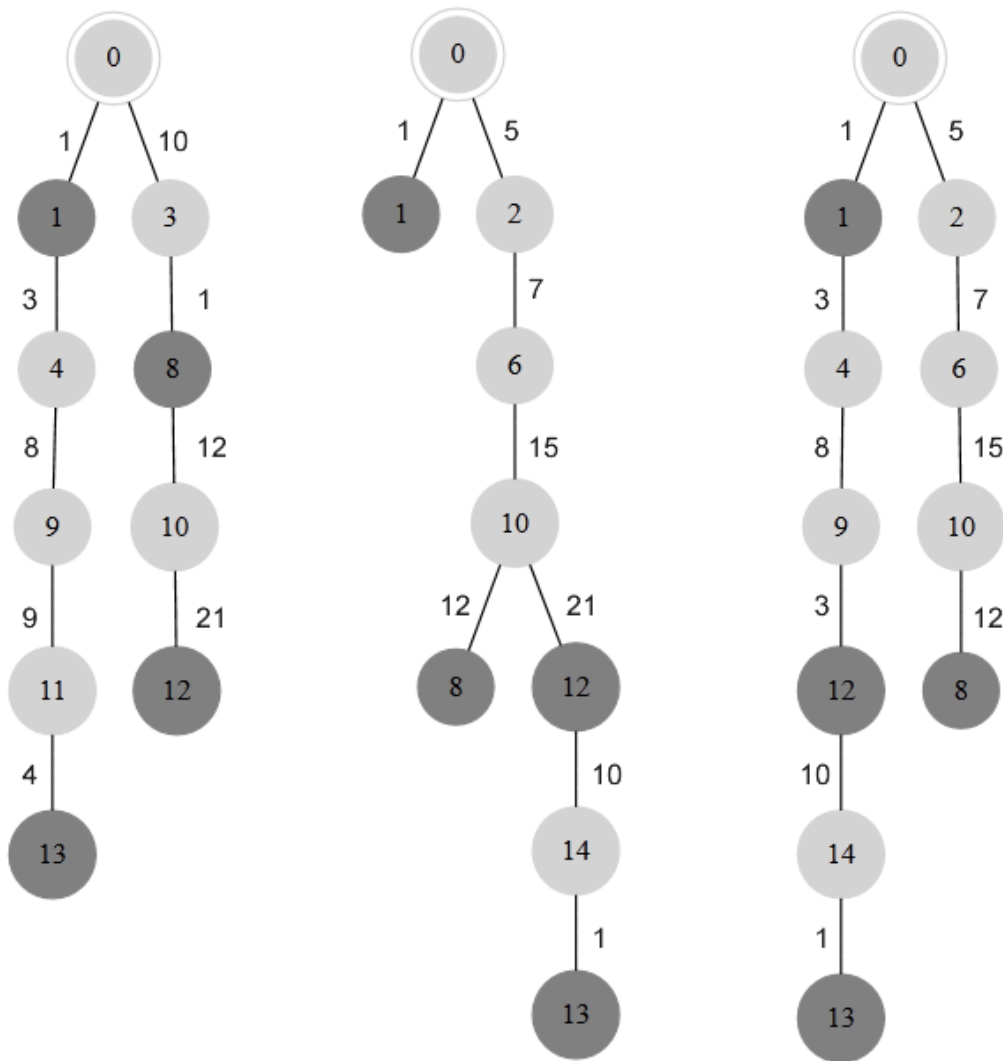


- Cada item é associado a múltiplos valores de lucro (*array* de lucros);
- Apenas uma restrição de peso (capacidade da mochila);
- Objetivo: arranjar os itens na mochila de forma a obter os maiores valores de lucro considerando todos os objetivos. Não exceder a capacidade da mochila.
- Formulações de objetivos (problemas): relacionado ao número de posições no *array* de lucro.
- Instâncias: variação na cardinalidade dos conjuntos de itens: 30, 40, 50, 100, 200.

# Problema do roteamento multicast (PRM)



# Problema do roteamento multicast (PRM)



# PRM multiobjetivo



- quatro valores de peso para um enlace da rede: custo, delay, capacidade de tráfego e tráfego corrente, representados respectivamente pelas funções:  $c()$ ,  $d()$ ,  $z()$  e  $t()$ .
- Objetivos:
  1. Custo total
  2. Delay fim-a-fim médio
  3. Delay fim-a-fim máximo
  4. Hops count
  5. Utilização máxima de enlaces
  6. Utilização média dos enlaces



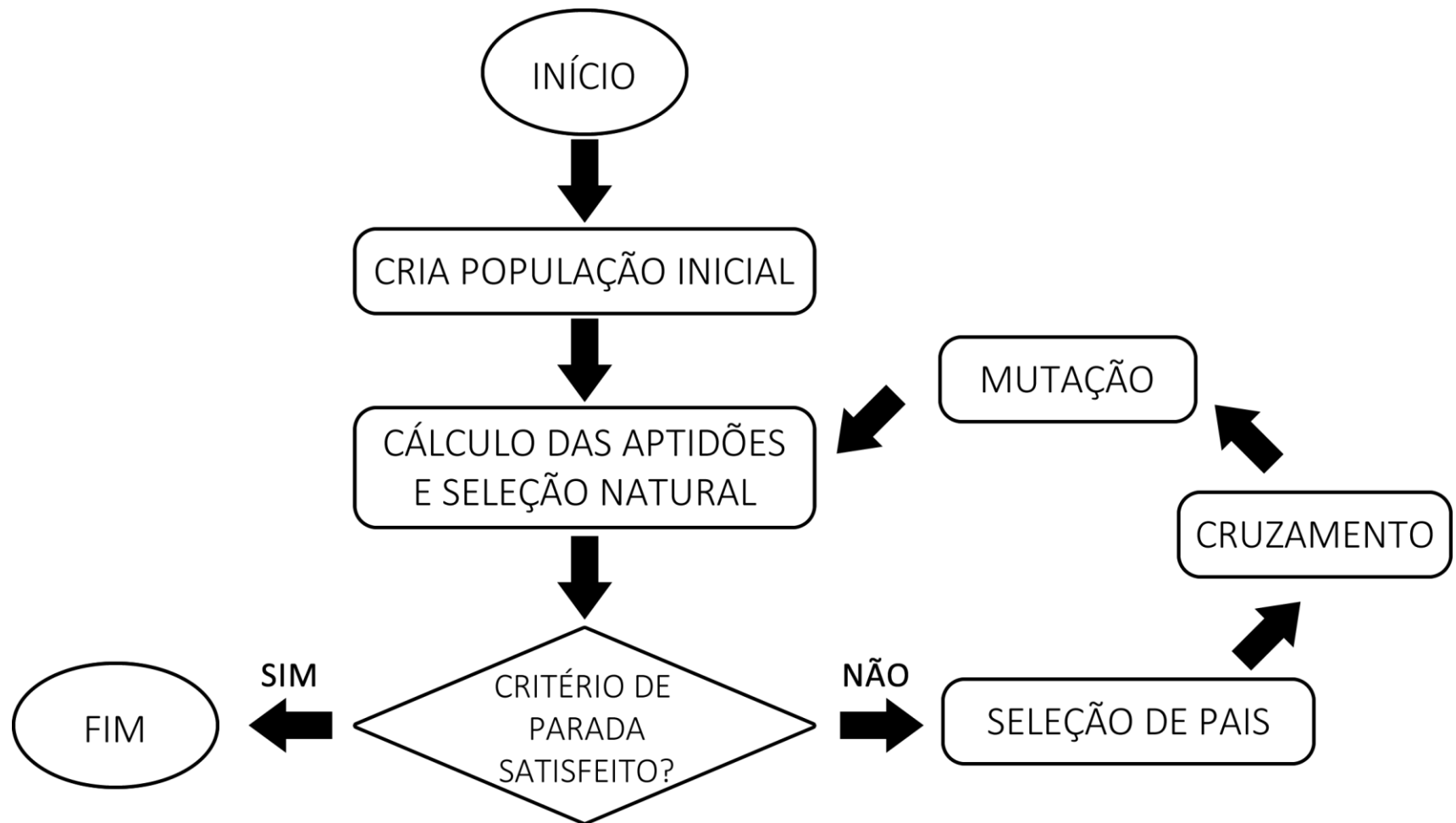
# PRM multiobjetivo



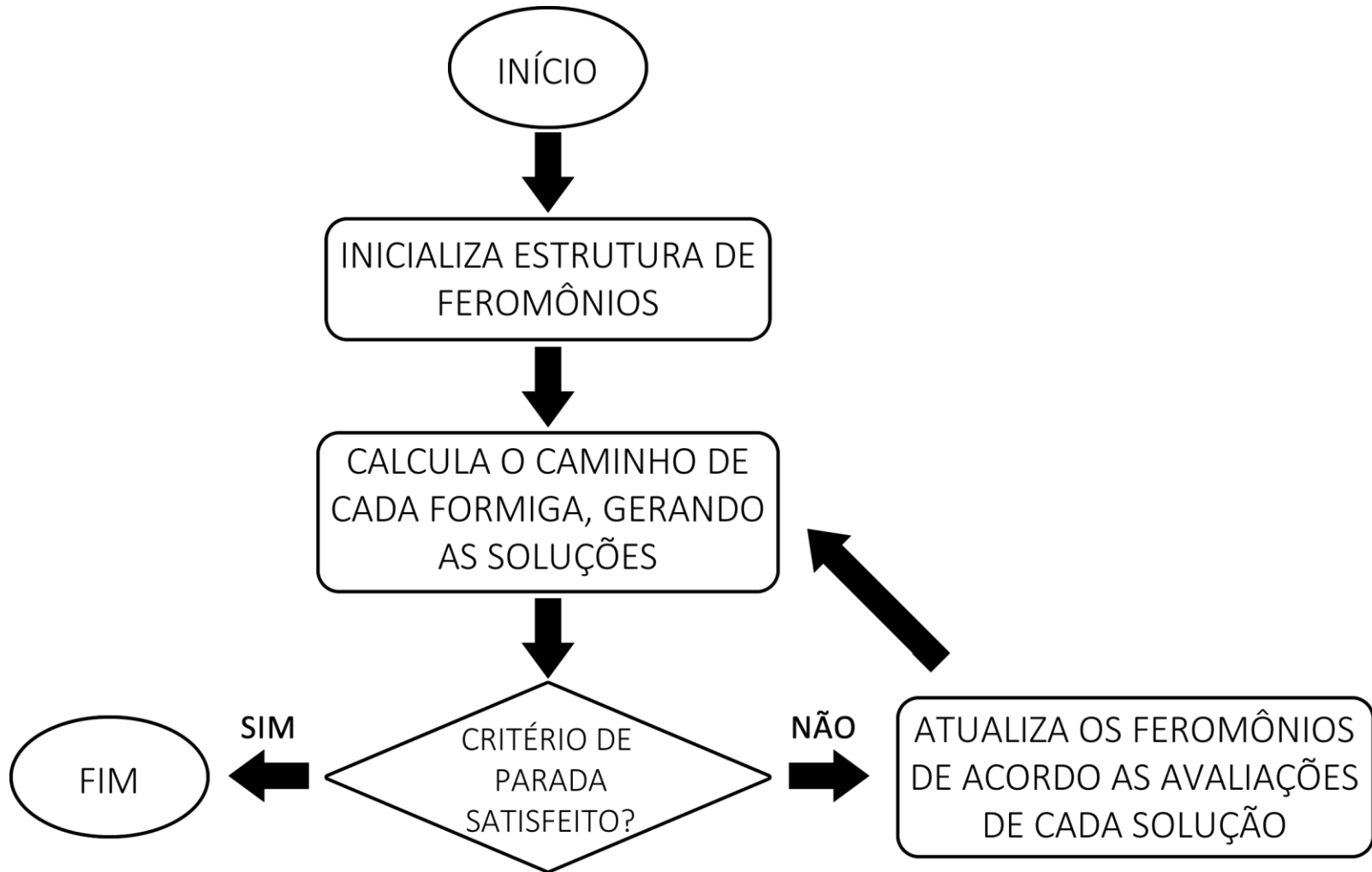
- Formulações de objetivos (problemas):
  - $P_2$ : formado pelos objetivos 1 e 3.
  - $P_3$ : formado pelos objetivos 1, 3 e 4.
  - $P_4$ : formado pelos objetivos 1, 3, 4 e 5.
  - $P_5$ : formado pelos objetivos 1, 3, 4, 5 e 6.
  - $P_6$ : formado pelos objetivos 1, 2, 3, 4, 5 e 6.
- Instâncias de redes

Nome	Destinos	Vértices	Arestas
Rede 1 (R1)	10	33	106
Rede 2 (R2)	18	75	188
Rede 3 (R3)	37	75	188
Rede 4 (R5)	12	75	300
Rede 5 (R5)	16	100	250

# Otimização bio-inspirada (AGs)



# Otimização bio-inspirada (ACOs)



# Algoritmos multiobjetivos



- AGs clásicos:
  - NSGA-II, SPEA2
- AGs *many-objective*
  - MOEA/D, MEAMT (AEMMT), MEANDS (AEMMD), NSGA-III, SPEA2-SDE
- ACOs *many-objective*
  - MOACS, MOEA/D-ACO, MACO/NDS

# Construindo um AG para o PMM



- Representação da solução
  - Vetor binário. Ex.: [1,0,0,1,0,1,1,0,0,0].
- Geração da população inicial
  - Vetores aleatórios com correção de soluções inválidas.
- Cruzamento
  - *Crossover uniforme*

Pai 1: 

0	0	1	0	1	1
---	---	---	---	---	---

Filho 1: 

0	0	1	0	1	1
---	---	---	---	---	---

Pai 2: 

1	0	0	1	1	0
---	---	---	---	---	---

Filho 2: 

1	0	0	1	1	0
---	---	---	---	---	---

Máscara: 

0	1	0	0	1	0
---	---	---	---	---	---

- Mutação: inversão binária

# Construindo um AG para o PRM

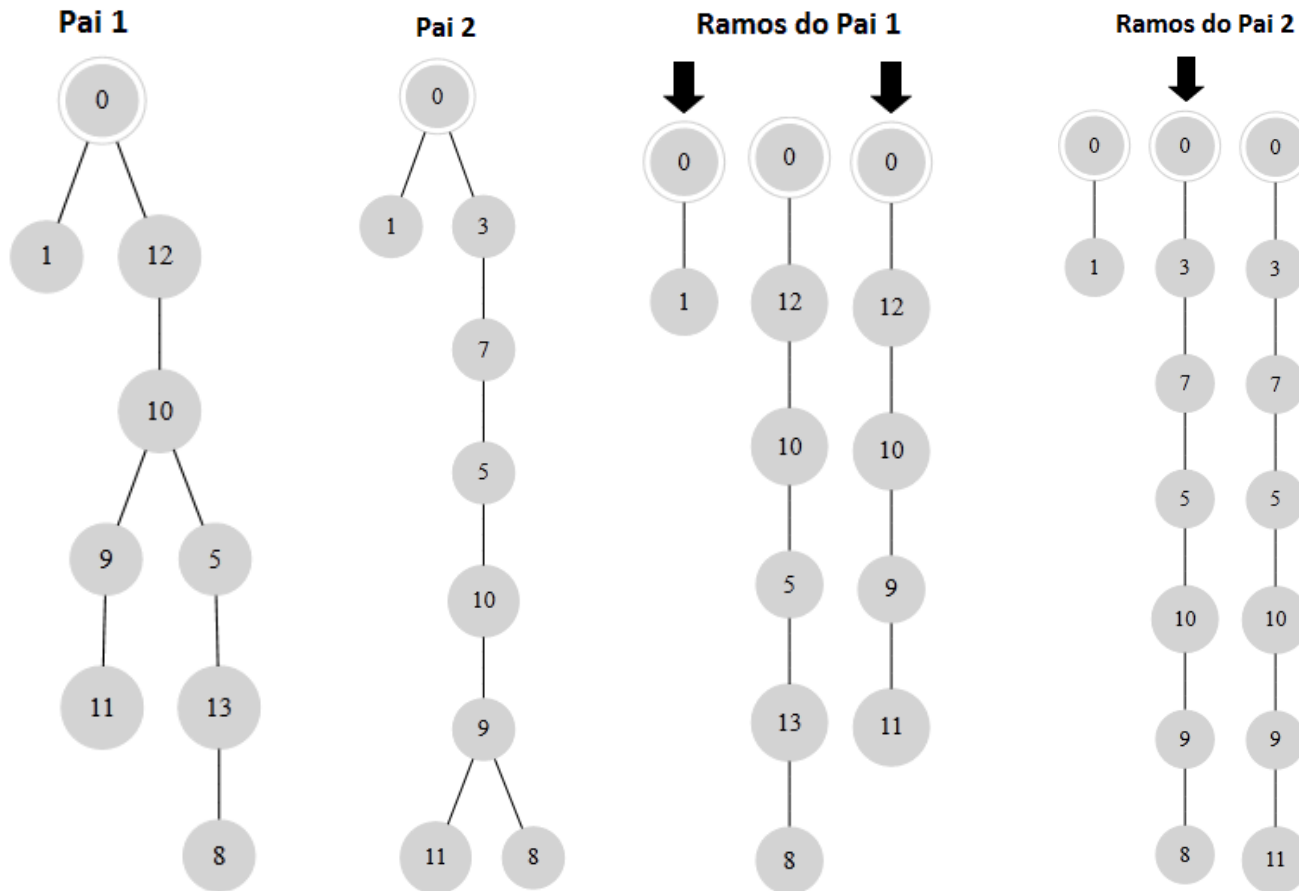


- Representação da solução: árvore
- Geração da população inicial
  1. Inicia-se um grafo  $S$  apenas com o vértice raiz  $r$ .
  2. Extrair um destino aleatório  $d \in D$
  3. Com base no grafo de entrada  $G$ , criar um caminho em  $S$  entre qualquer um de seus vértices atuais e  $d$ .
  4. Repete até que todos os nós destinos estejam no grafo  $S$ .
  5. Remove os ciclos de  $S$
  6. Poda a árvore  $S$

# Construindo um AG para o PRM



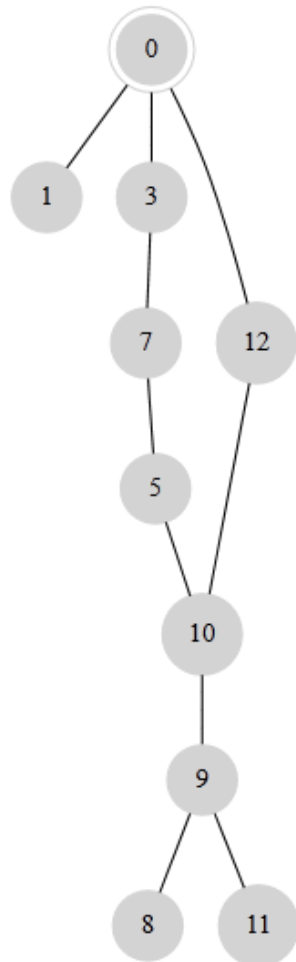
- Cruzamento por caminho e mutação:



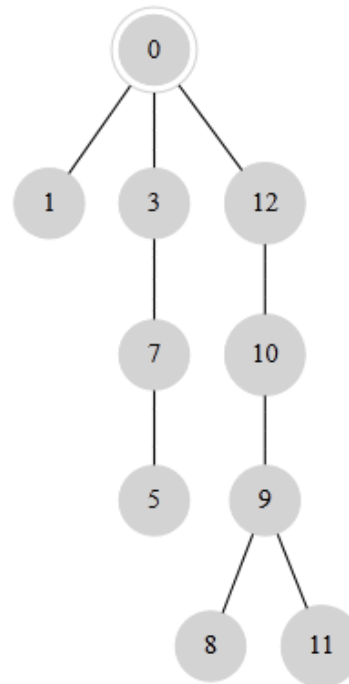
# Construindo um AG para o PRM



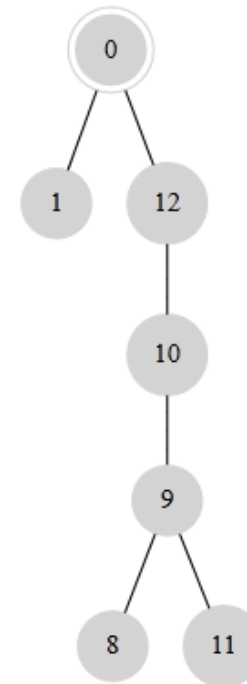
**Reconexão**



**Tratando factibilidade**



**Poda**





# Construindo um ACO para o PMM



- Construção da solução
  - Depósito de feromônios nos itens
  - Uma heurística para cada valor de lucro (objetivo) + uma heurística para o peso.

$$h_k(item, cr) = lucro_k(item) \times \left(1 - \frac{peso(item)}{cr}\right)$$

$$h_{peso}(item) = 1 - \frac{peso(item)}{peso\_maximo}$$

# Construindo um ACO para o PMM



- Para decidir qual item incorporar na solução:
  - Considera-se todos os itens possíveis (que ainda não foram incluídos e que não ultrapassariam a capacidade da mochila).
  - Calcula-se a probabilidade de acordo com a quantidade de feromônio em cada item e com a heurística relativa ao mesmo.

$$p(exp_i) = \frac{\tau_i^\alpha + h(exp_i)^\beta}{\sum_{j \leftarrow 0}^{tamanho(Exp)} \tau_j^\alpha + h(exp_j)^\beta}$$

# Construindo um ACO para o PMM



- Amostragem: A fim de reduzir a complexidade do algoritmo de construção da solução para o PMM, ao invés de se utilizar a lista completa de itens possíveis ( $Exp$ ), utiliza-se uma amostra desse conjunto ( $Exp'$ ).

# Construindo um ACO para o PRM



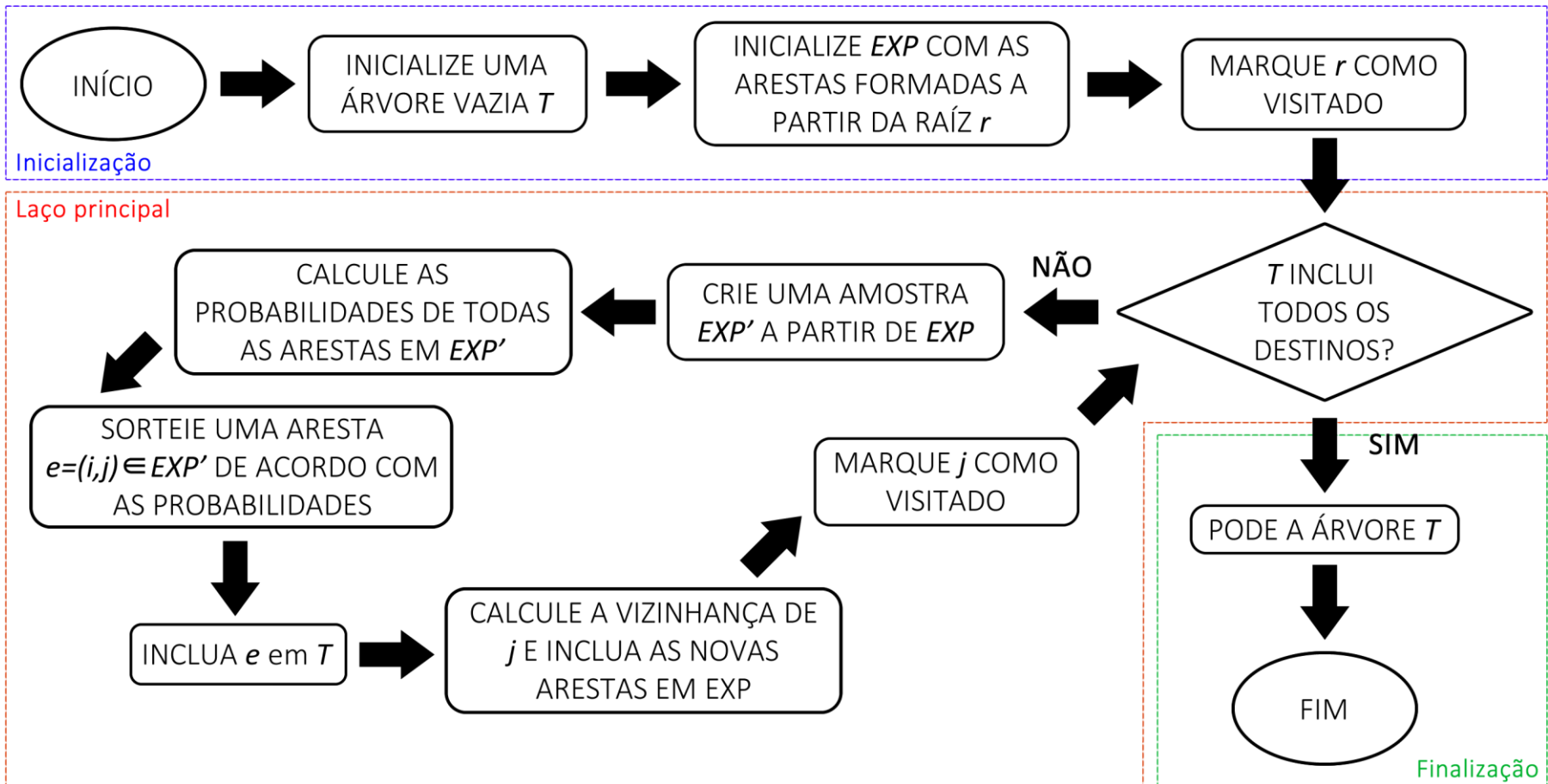
- O PRM já trabalha com grafos, o que facilita a representação.
- Soluções: árvores
- Feromônios nas arestas.
- Uma heurística para cada valor de peso nas arestas.

$$p(i, j) = \frac{\tau_{i,j}^{\alpha} \times \eta_{i,j}^{\beta}}{\sum_{v \in adj(i)} \tau_{i,v}^{\alpha} \times \eta_{i,v}^{\beta}}$$

# Construindo um ACO para o PRM



- Construção da solução:



# Algoritmo proposto: MACO/NDS



- *Many-objective Ant Colony Optimization based on Non-Dominated Sets* / Otimização em colônia de formigas para muitos objetivos baseada em conjuntos de não dominância.
- Usa o conceito de decomposição em conjuntos de não dominância (AEMMD) aplicado ao framework de colônia de formigas.

# Algoritmo proposto: MACO/NDS



- Como representar os diferentes objetivos no depósito de feromônio?
  - Decomposição em subproblemas (NDS)
  - O número de subproblemas é determinado pelo número de objetivos. 2 a 2, 3 a 3, ..., m a m.
  - Cada subproblema possui uma tabela de feromônios
- Como compor as múltiplas heurísticas em uma única função?
  - Pesos aleatórios (RIVEROS et al., 2016)

# Algoritmo proposto: MACO/NDS



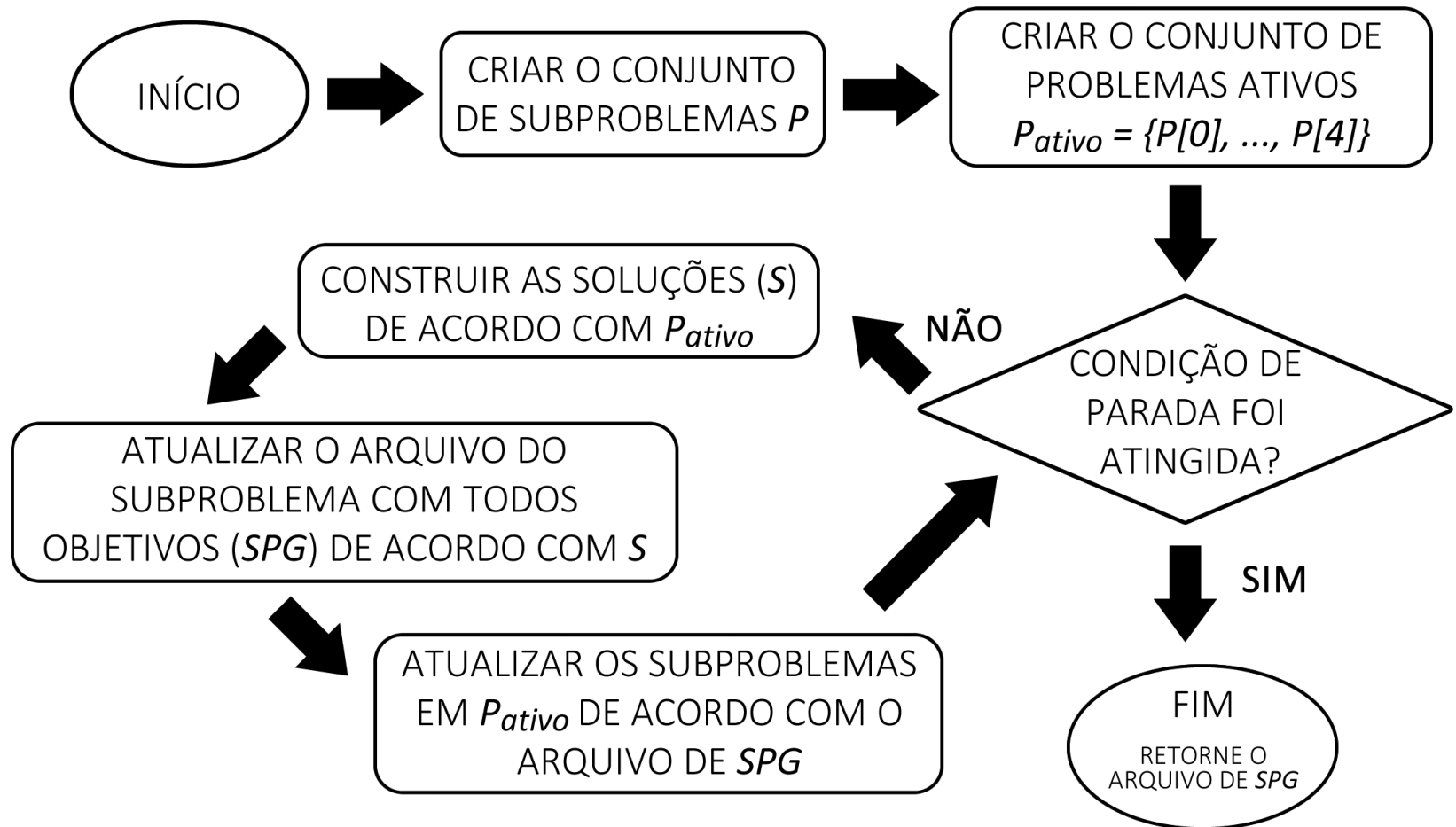
- Um subproblema é composto de:
  - **Objetivos:** objetivos representados pelo subproblema.
  - **Feromônios:** matriz/array de feromônios com a quantidade de feromônios em cada aresta/item.
  - **Arquivo:** soluções não dominadas encontradas até o momento considerando apenas os objetivos do subproblema.
  - **Convergência:** quantidade de iterações seguidas em que o arquivo não foi modificado.
  - $\beta$ : Valor do parâmetro  $\beta$  para este subproblema.



# Algoritmo proposto: MACO/NDS



- Algoritmo geral do MACO/NDS



# Experimentos



- Etapa 1:
  - Analisar o comportamento dos algoritmos de acordo com o número de objetivos tratados
- Etapa 2:
  - Estratégias para a construção de uma solução em um ACO mono-objetivo.
- Etapa 3
  - 4 a 6 objetivos
  - Testar o MACO/NDS contra os algoritmos many-objective vistos até então
- Etapa 4:
  - 5 AEMOs + 3 ACOs
  - Testar instâncias mais complexas dos problemas.



- Métricas de desempenho
  - Taxa de erro (ER)
  - Generational Distance (GD)
  - GDp
  - Pareto Subset (PS)
  - Tempo de execução
  - Hipervolume

# Experimentos: Etapa 1



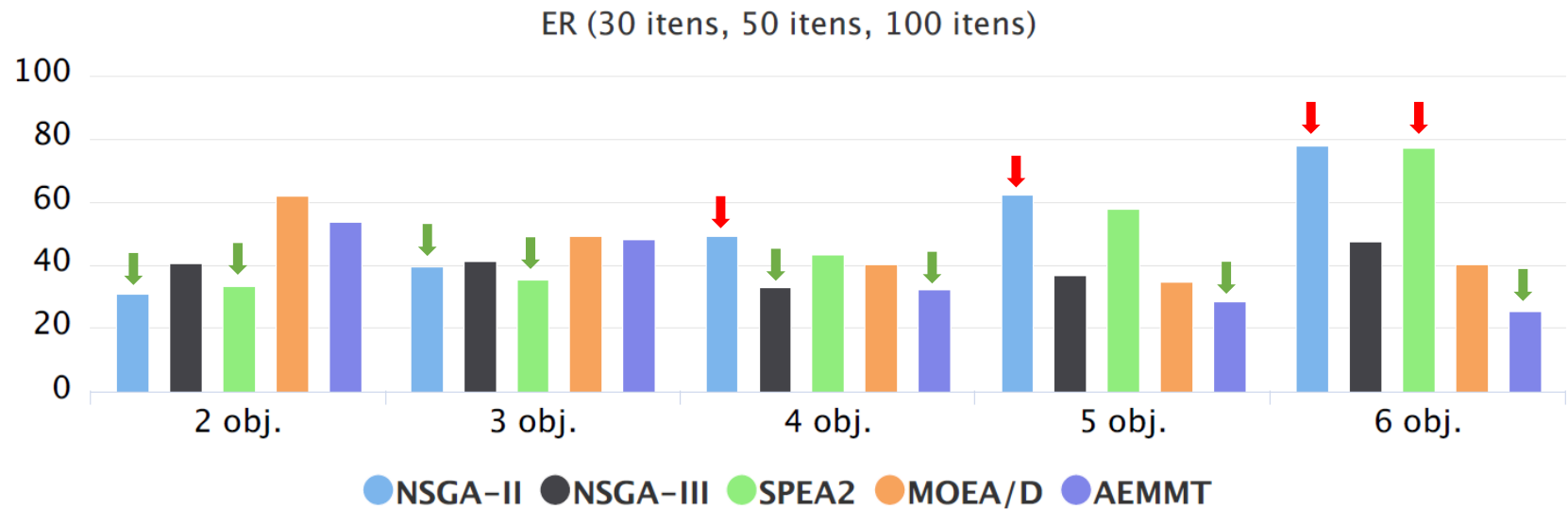
- NSGA-II, NSGA-III, SPEA2, MOEA/D e AEMMT
- Resultados PRM: Thiago Fialho
- Artigo publicado no 6th Brazilian Conference on Intelligent Systems (BRACIS) (FRANÇA et al., 2017).
- PMM: 5 formulações de objetivos (2 a 6) e 3 instâncias (30, 50 e 100 itens).
- PRM: 5 formulações de objetivos ( $P2$  a  $P6$ ) e 3 redes ( $R1$ ,  $R2$  e  $R3$ ).
- Para cada um dos cenários foi obtida uma fronteira de Pareto aproximada.
- 100 execuções de cada algoritmo

# Experimentos: Etapa 1

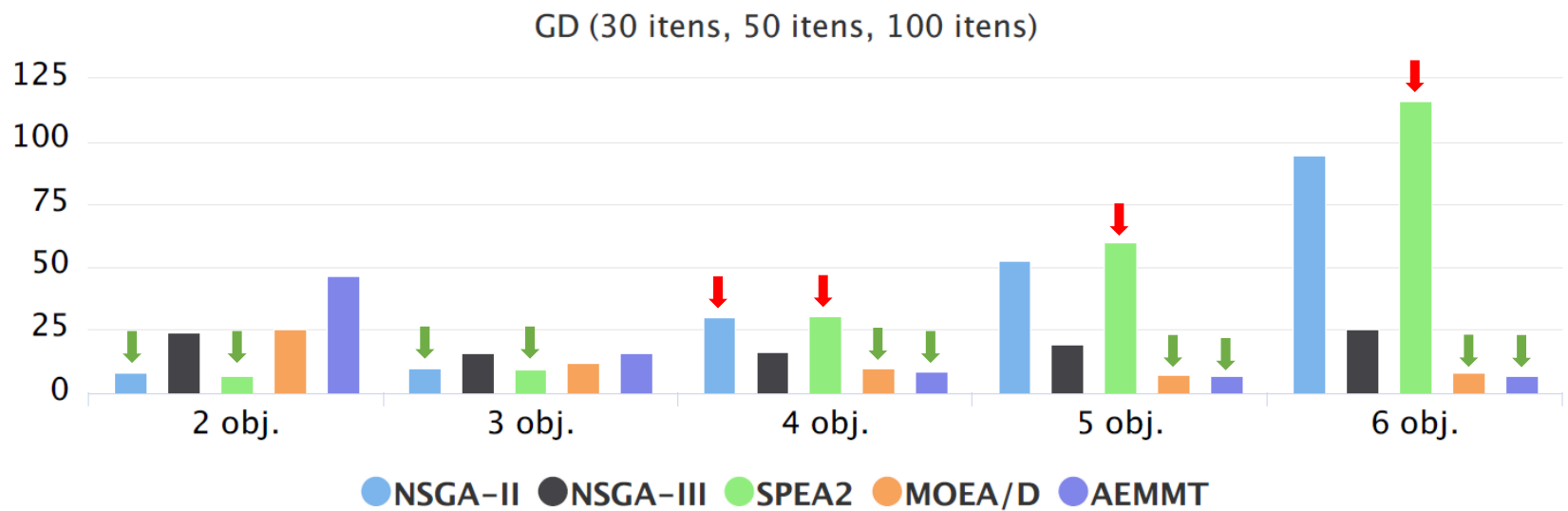


Parâmetro	(A) PRM	(B) PMM
Tamanho da população	90	150
Número de gerações*	100 (9000*)	100 (7500*)
Taxa de crossover	100%	100%
Taxa de mutação	20%	variável
Tamanho da vizinhança (MOEA/D)	10	10
Tamanho das tabelas (AEMMT)	30	50
Tamanho da tabela de dominância (AEMMT)	90	150
Número de subdivisões (NSGA-III)	8	8

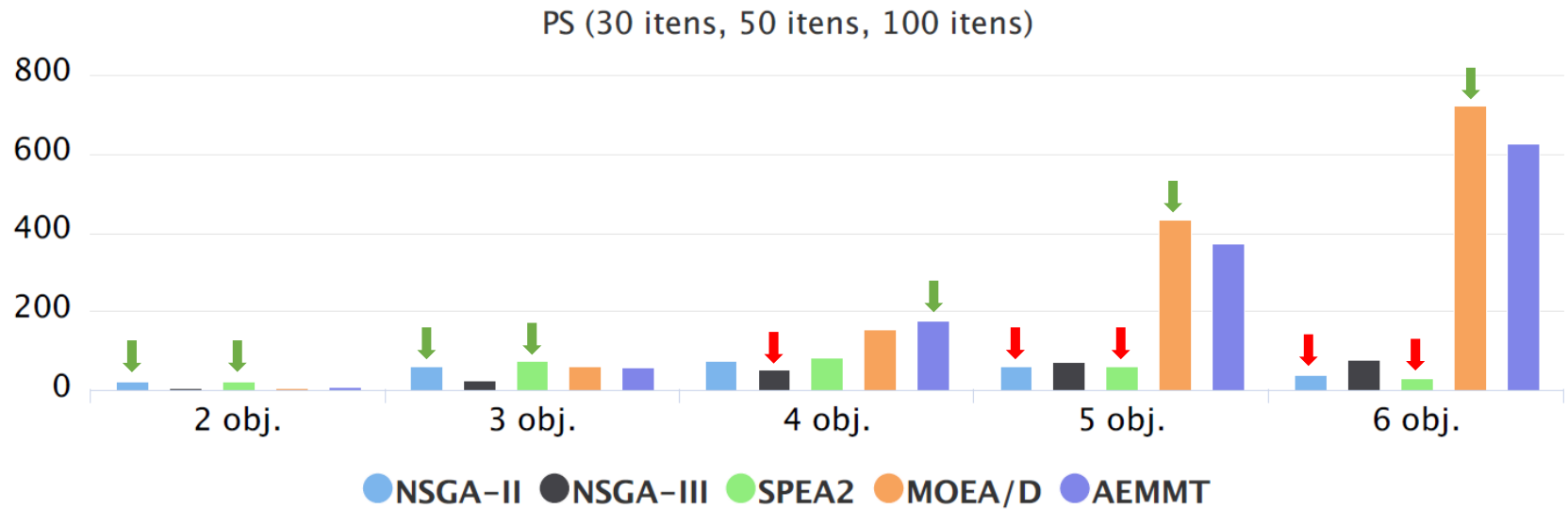
# Experimentos: Etapa 1 (PMM, ER)



# Experimentos: Etapa 1 (PMM, GD)

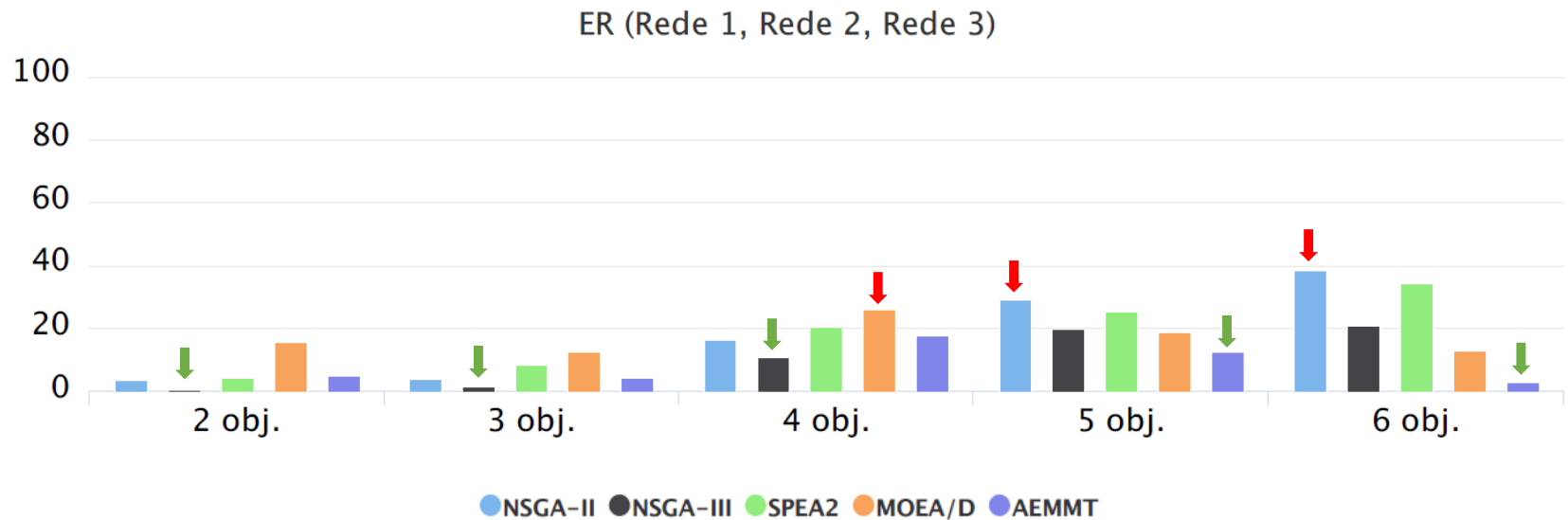


# Experimentos: Etapa 1 (PMM, PS)

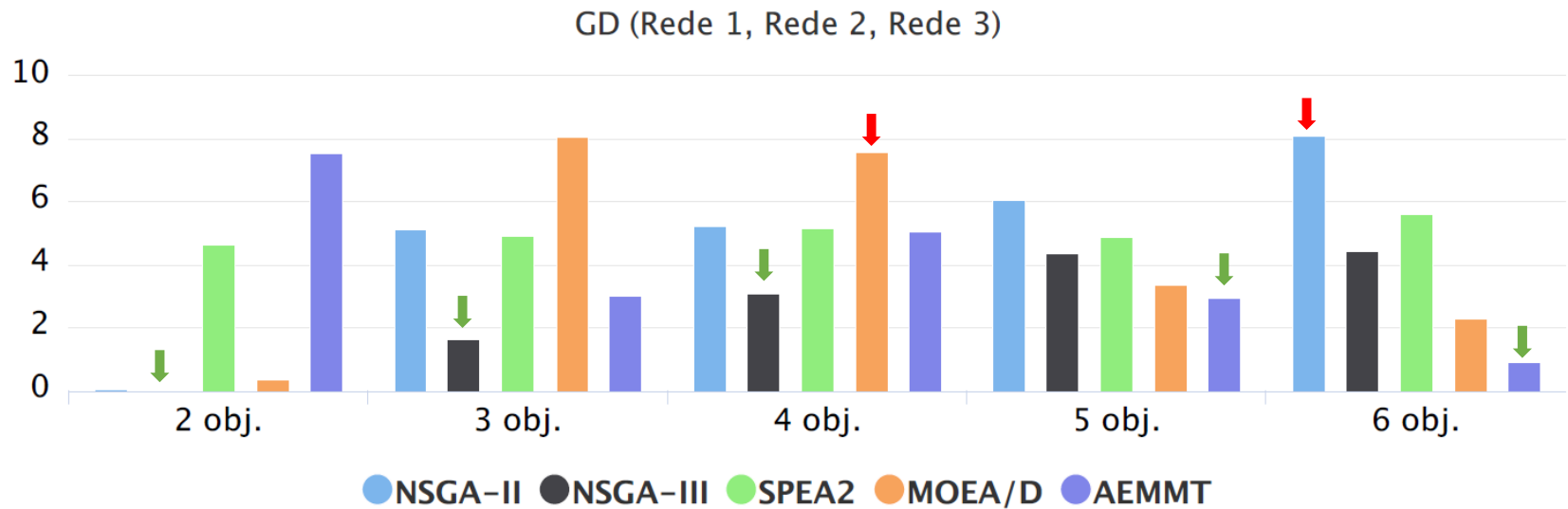




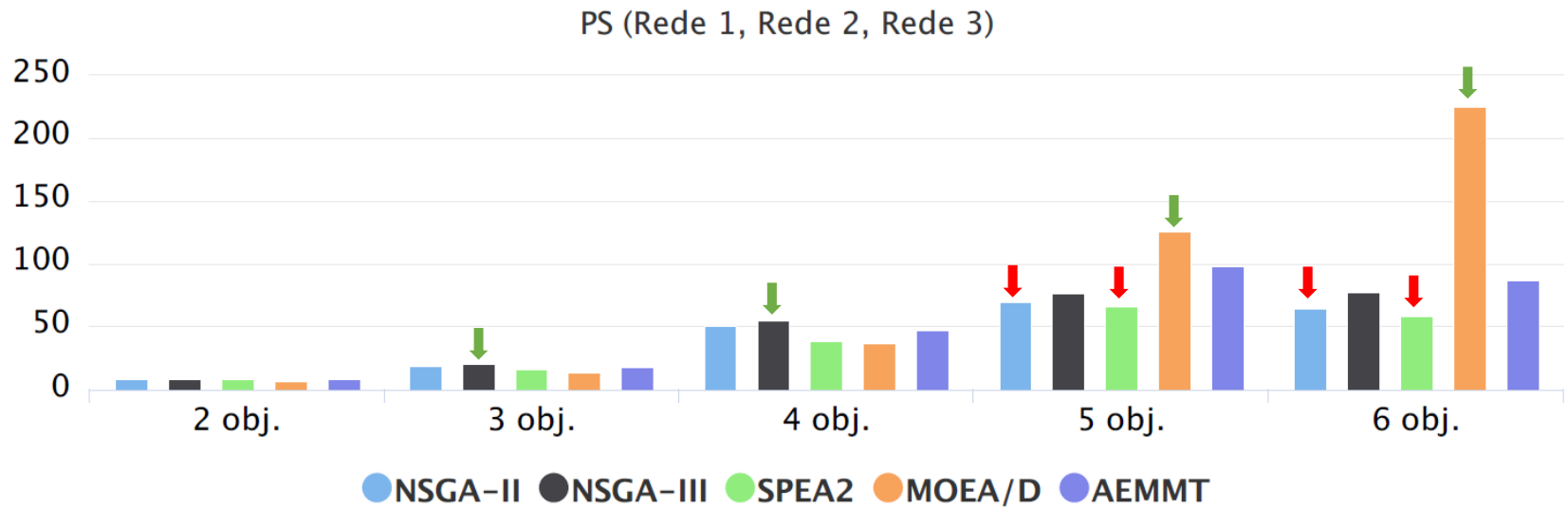
# Experimentos: Etapa 1 (PRM, ER)



# Experimentos: Etapa 1 (PRM, GD)



# Experimentos: Etapa 1 (PRM, PS)



# Experimentos: Etapa 2



- Análise das estratégias e configurações para o PRM no MACO/NDS.
- Fase 1: construção da solução para o PRM simplificado mono-objetivo ( $f(x) = custo(x) \times delay(x)$ ).
- Foram testadas 4 estratégias para construir a árvore multicast:
  1. Formiga única;
  2. múltiplas formigas;
  3. formiga com sobreposição quântica;
  4. formigas invertidas.

# Experimentos: Etapa 2



Estratégia	Rede	Resultado	Tempo (s)
Prim	$R_1$	3,28	0,02
1	$R_1$	3,04	2,49
2	$R_1$	3,03	5,94
3	$R_1$	3,00	3,88
4	$R_1$	3,00	3,16
Prim	$R_2$	3,13	0,01
1	$R_2$	3,34	4,94
2	$R_2$	3,26	13,22
3	$R_2$	3,13	10,69
4	$R_2$	3,30	5,549
Prim	$R_3$	7,96	0,024
1	$R_3$	8,13	4,212
2	$R_3$	8,23	25,60
3	$R_3$	7,48	9,82
4	$R_3$	8,11	6,93

Estratégia	Rede	Resultado	Tempo (s)
Prim	$R_4$	1,80	0,02
1	$R_4$	2,34	4,71
2	$R_4$	2,32	12,47
3	$R_4$	1,85	11,01
4	$R_4$	1,97	4,93
Prim	$R_5$	6,34	0,01
1	$R_5$	6,12	6,87
2	$R_5$	6,33	17,38
3	$R_5$	5,85	14,76
4	$R_5$	5,85	8,42

# Experimentos: Etapa 2



Amostragem	Rede	Resultado	Tempo (s)
s/ amostragem	$R_1$	3	3,88
c/ amostragem	$R_1$	3	3,41
s/ amostragem	$R_2$	3,13	10,69
c/ amostragem	$R_2$	3,13	7,60
s/ amostragem	$R_3$	7,48	9,82
c/ amostragem	$R_3$	7,48	7,26
s/ amostragem	$R_4$	1,85	11,01
c/ amostragem	$R_4$	1,78	7,28
s/ amostragem	$R_5$	5,85	14,76
c/ amostragem	$R_5$	5,76	10,03

# Experimentos: Etapa 2



- Melhorias para problemas *many-objective*:
  - Depósito de feromônio baseado na qualidade da aresta (ou do item, no caso do PMM).
  - Dinamização do parâmetro de entrada  $\beta$ .

Algoritmo	Rede	$ER$	$GDp$	$PS$
AEMMD	$R_1$	6,59	0,38	502,8
MACO/NDS-alpha	$R_1$	18,42	0,30	337,6
MACO/NDS	$R_1$	11,57	0,36	424,2
AEMMD	$R_2$	7,58	0,49	296,6
MACO/NDS-alpha	$R_2$	11,75	0,47	284,4
MACO/NDS	$R_2$	11,18	0,37	300
AEMMD	$R_3$	11,73	0,19	388,6
MACO/NDS-alpha	$R_3$	36,47	0,16	206
MACO/NDS	$R_3$	30,20	0,25	232,4

Algoritmo	Rede	$ER$	$GDp$	$PS$
AEMMD	$R_4$	35,88	0,17	234
MACO/NDS-alpha	$R_4$	54,48	0,11	150,2
MACO/NDS	$R_4$	50,57	0,15	186,6
AEMMD	$R_5$	32,67	0,20	181,2
MACO/NDS-alpha	$R_5$	32,95	0,22	168,6
MACO/NDS	$R_5$	32,67	0,30	160,8

# Experimentos: Etapa 3



- Análise comparativa entre o MACO/NDS e os AEMOs many-objective.
- NSGA-III, MOEA/D, AEMMT, AEMMD e MACO/NDS
- 4 a 6 objetivos
- PMM: 30, 40 e 50 itens
- PRM: Redes 1, 2 e 3

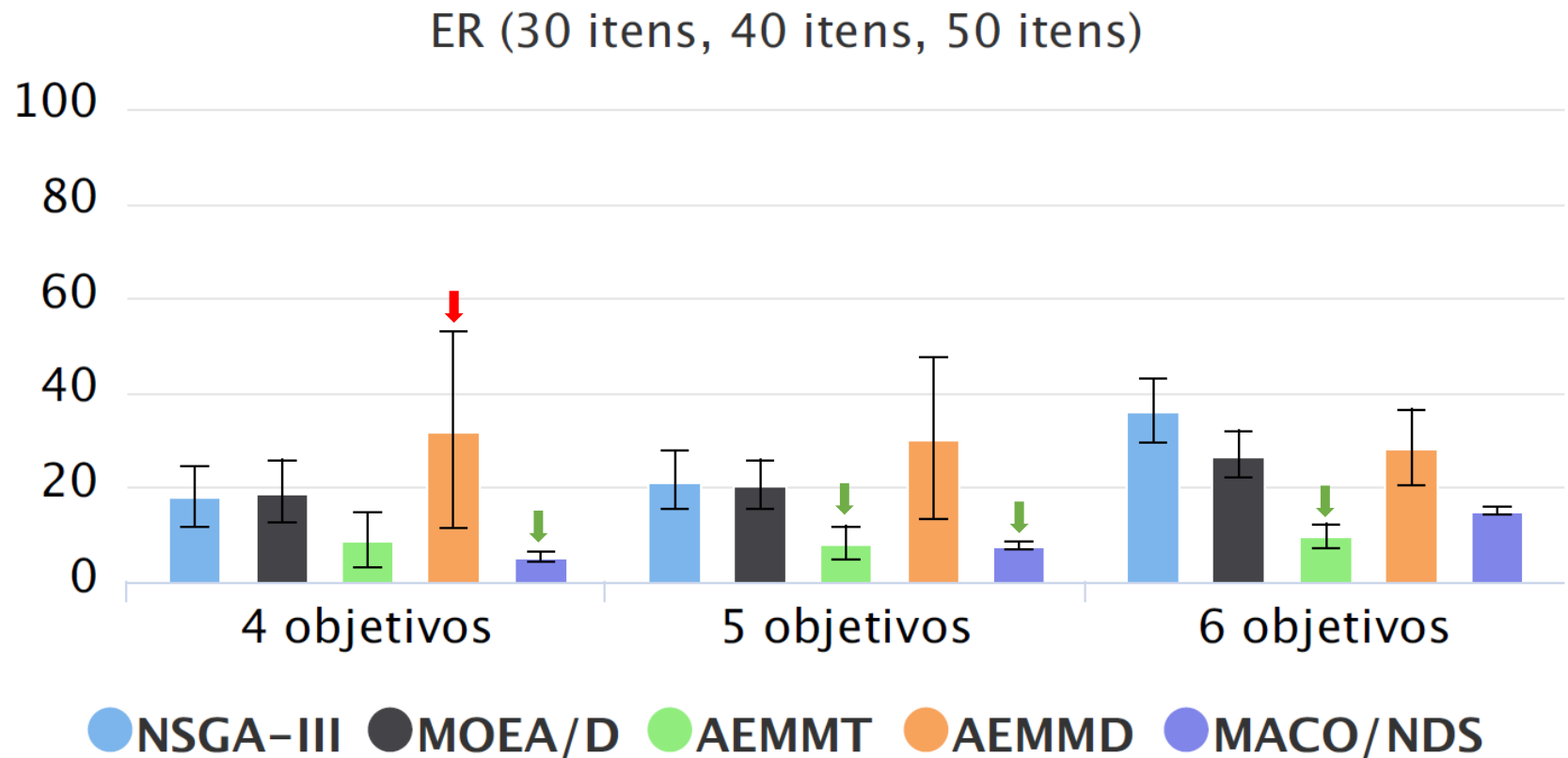


# Experimentos: Etapa 3

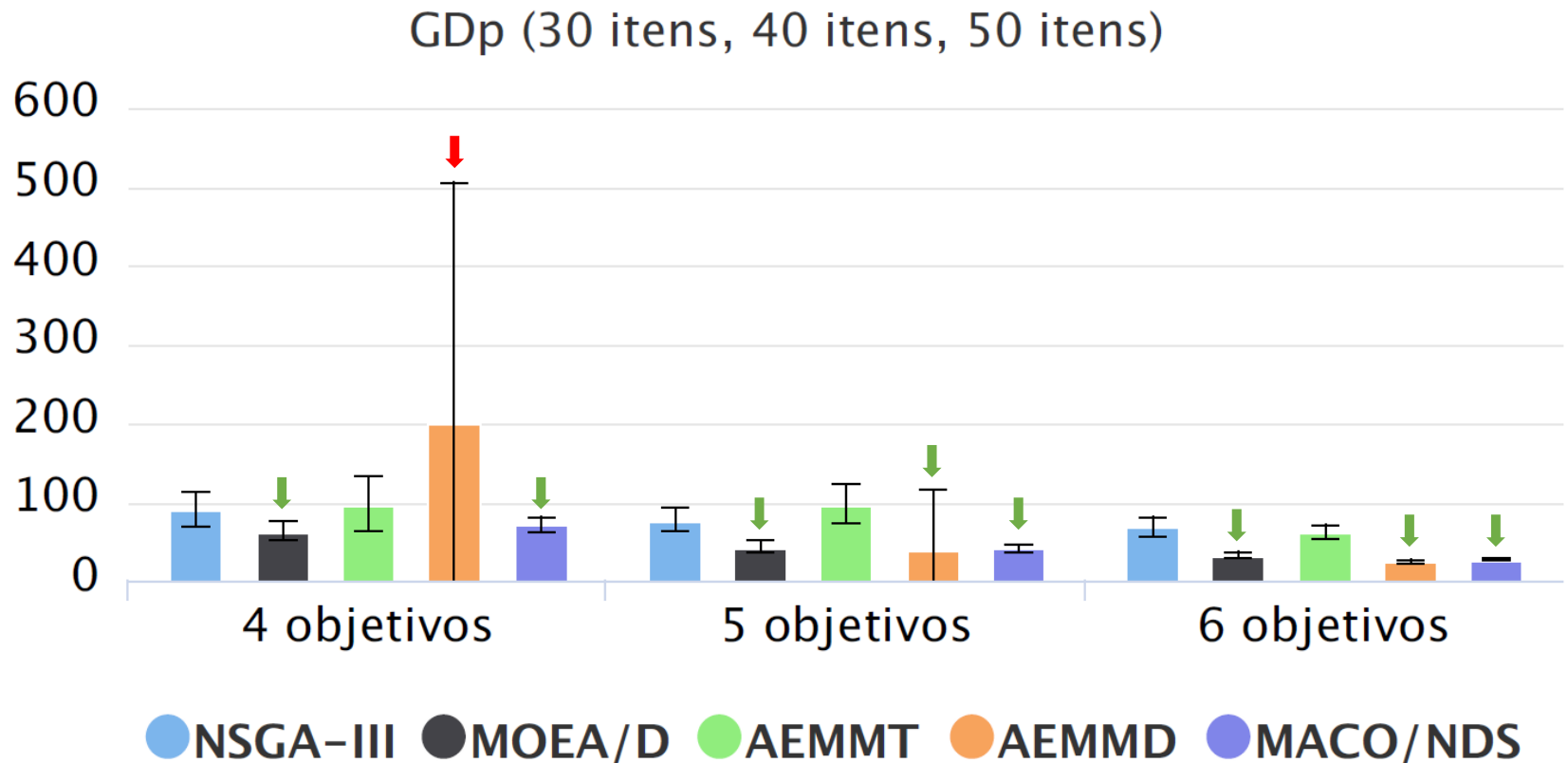


Parâmetro	PRM	PMM
Tamanho da população	90	150
Número de gerações*	100	100
Taxa de crossover	100%	100%
Taxa de mutação	20%	5%
Tamanho da vizinhança (MOEA/D)	10	10
Tamanho das tabelas (MEAMT)	30	50
Tamanho da tabela de dominância (MEAMT)	90	150
Número de divisões (NSGA-III)	8	8
$\alpha, \beta, \rho$ (MACO/NDS)	1, 2, 0,3	1, 4,3; 0,3
Intervalo de valores para os feromônios (MACO/NDS)	[0,1; 0,9]	[0,1; 0,9]
Tamanho das amostras (MACO/NDS)	10	25% do n° de itens
Tamanho do grupo de estruturas ativas (MACO/NDS)	5	5

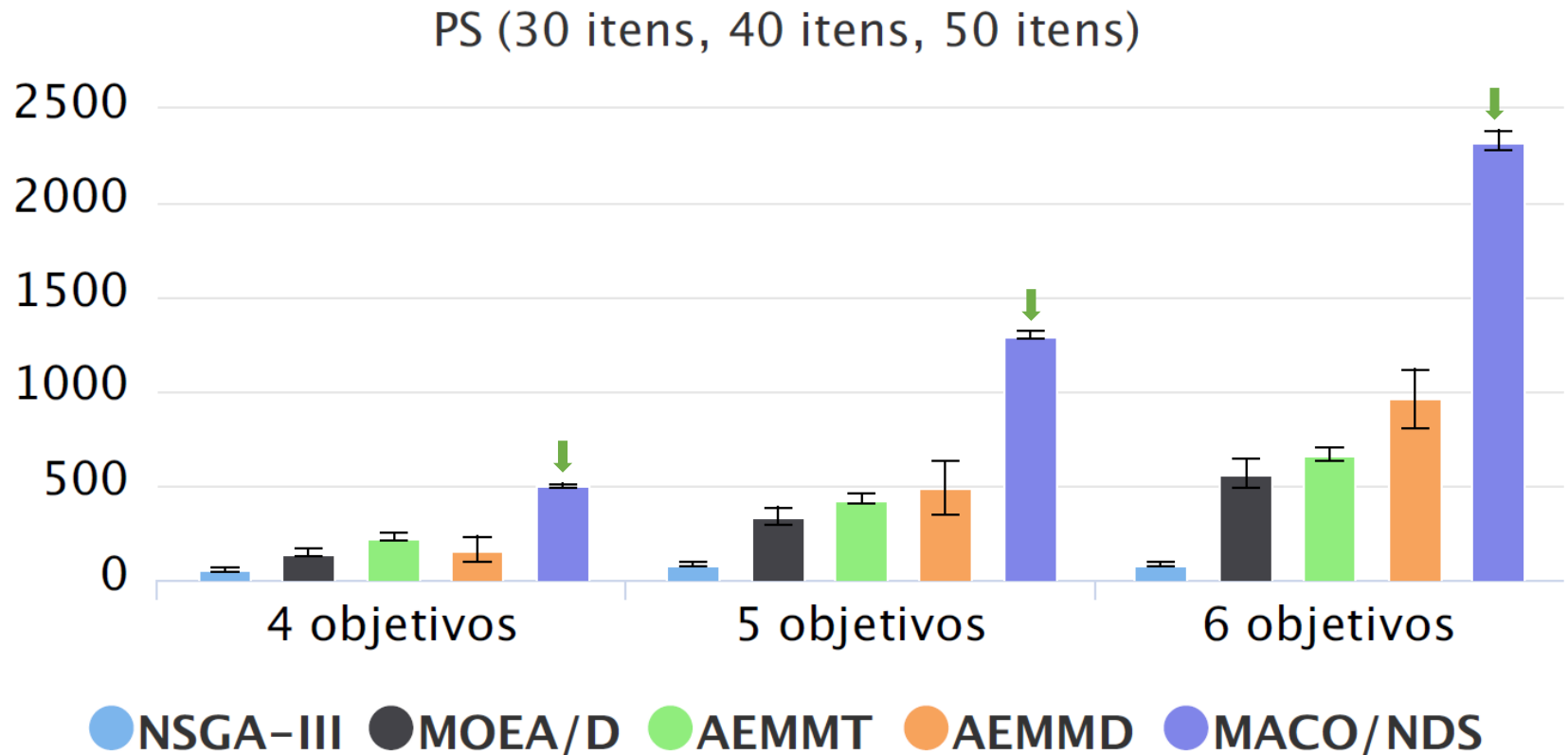
# Experimentos: Etapa 3 (PMM, ER)



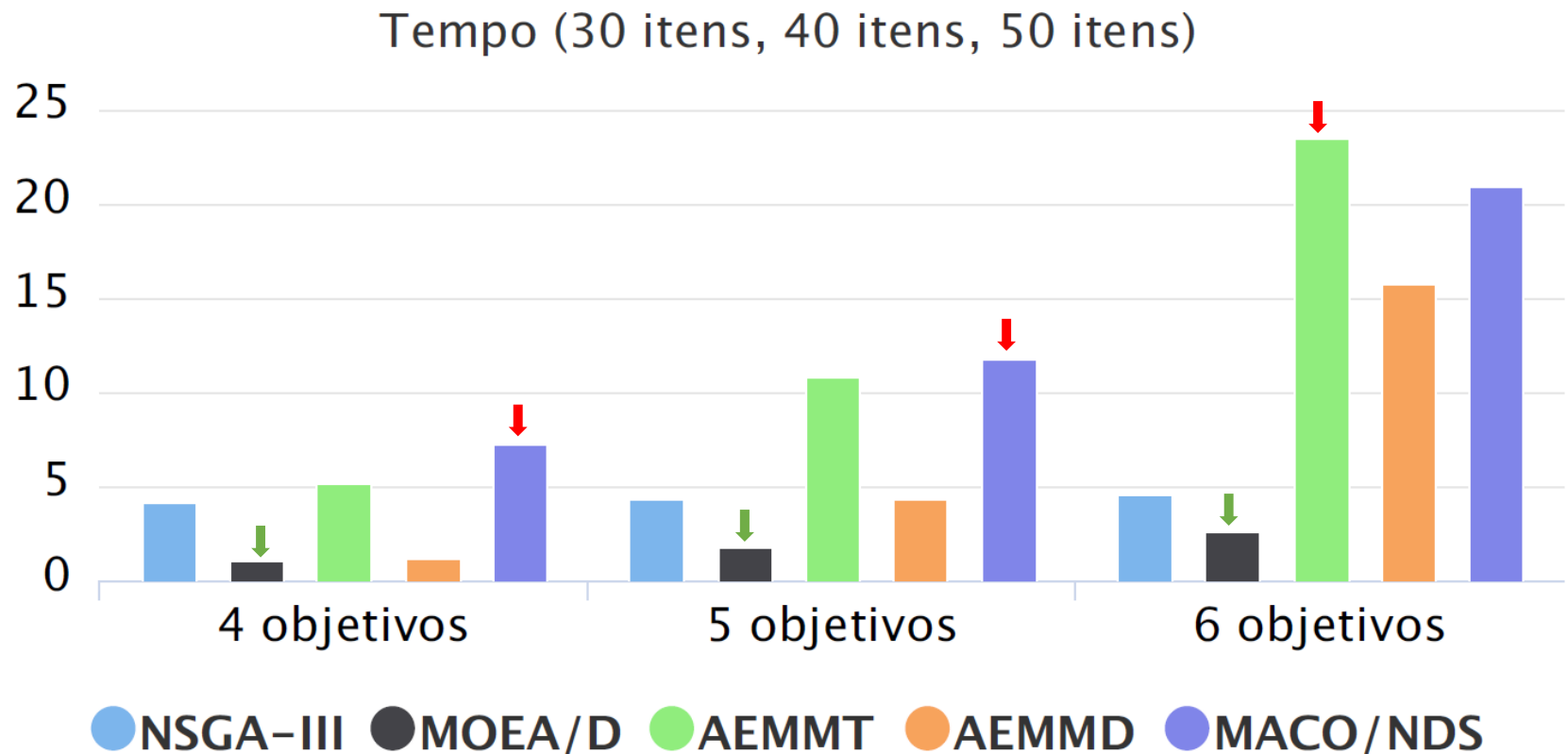
# Experimentos: Etapa 3 (PMM, GDp)



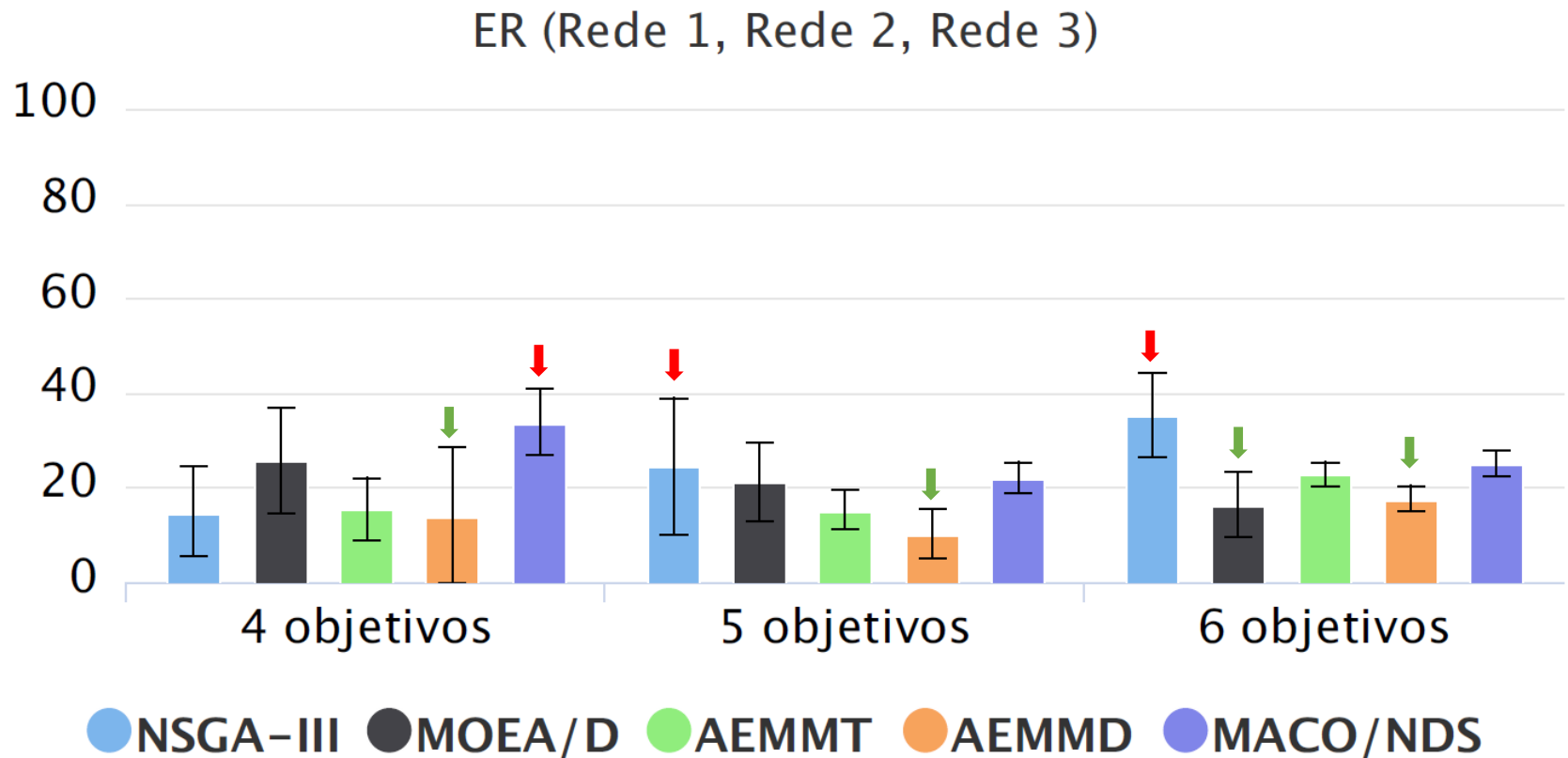
# Experimentos: Etapa 3 (PMM, PS)



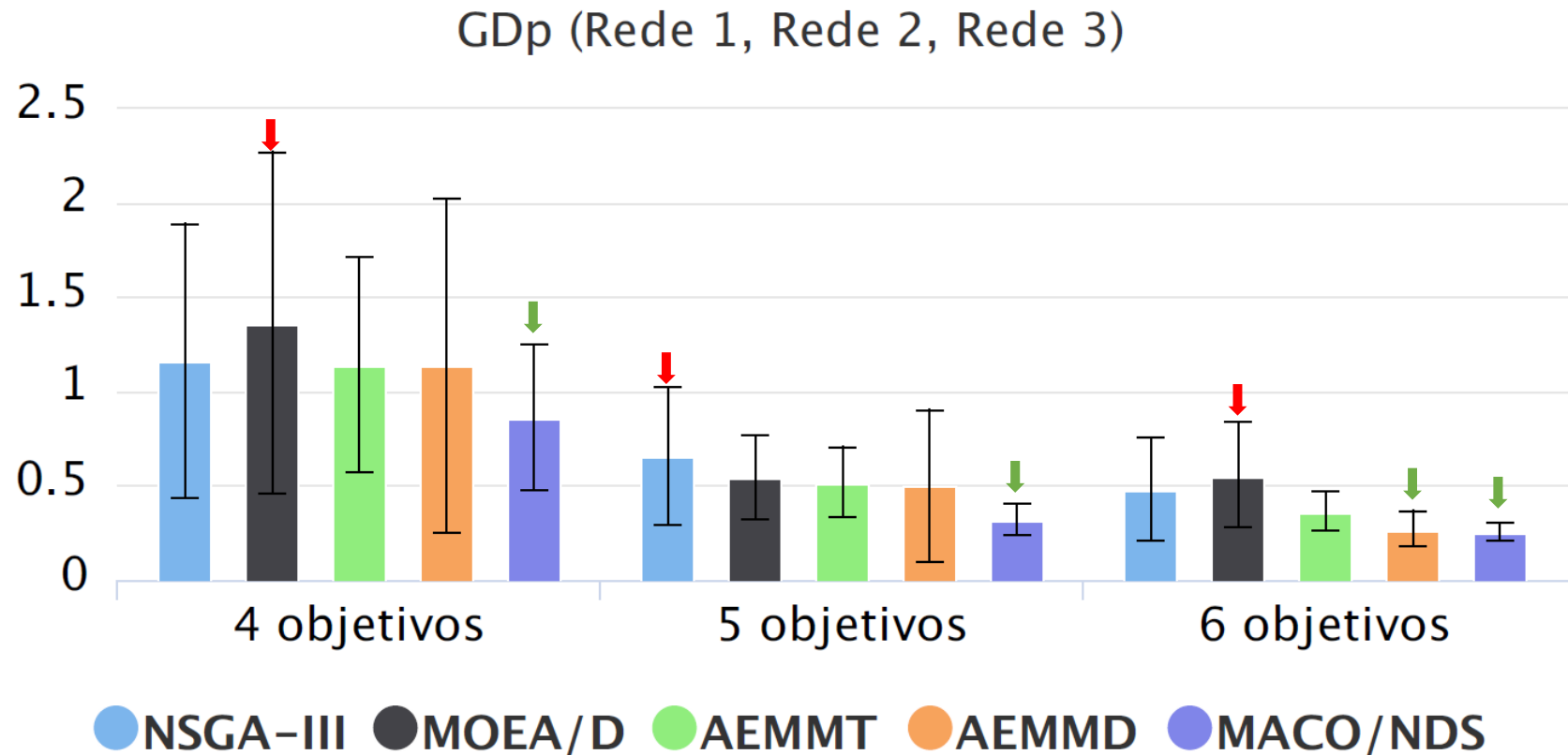
# Experimentos: Etapa 3 (PMM, Tempo)



# Experimentos: Etapa 3 (PRM, ER)



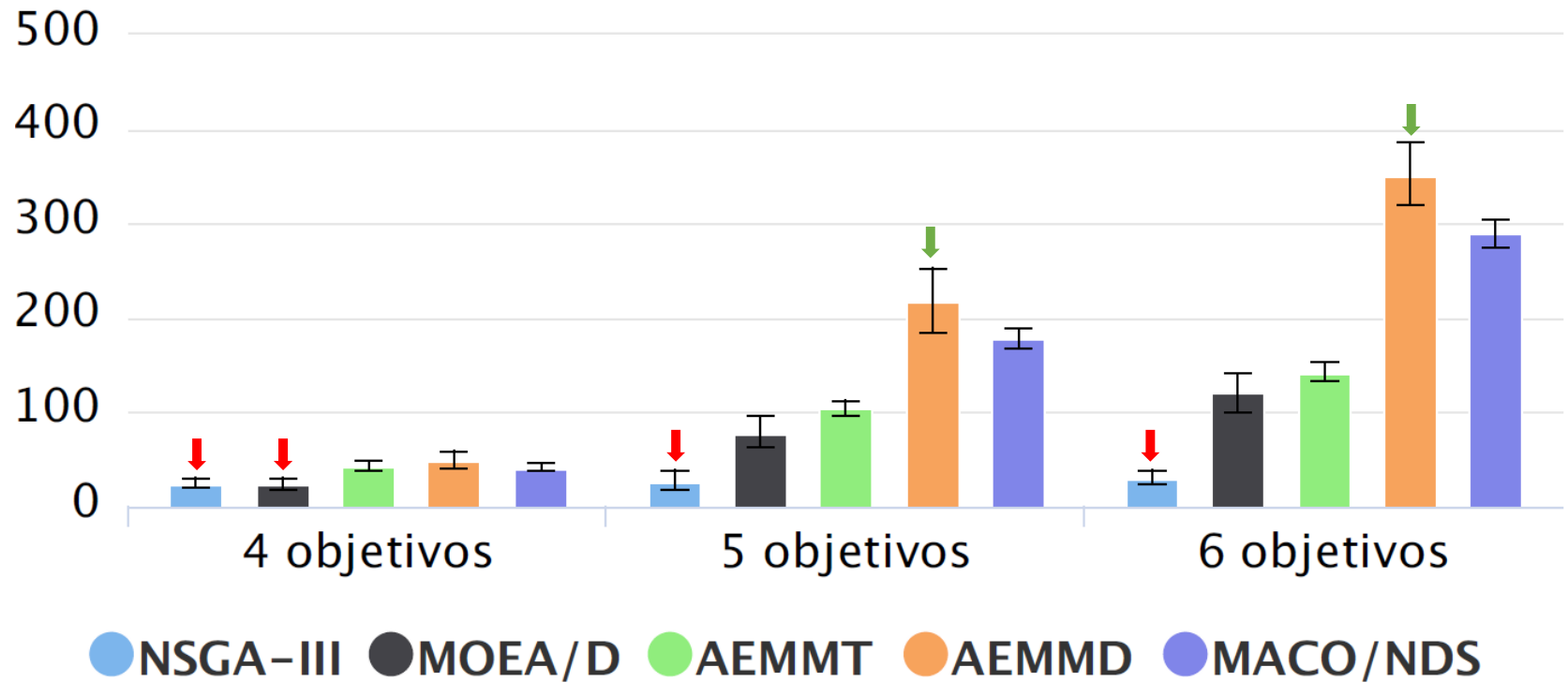
# Experimentos: Etapa 3 (PRM, GDp)



# Experimentos: Etapa 3 (PRM, PS)

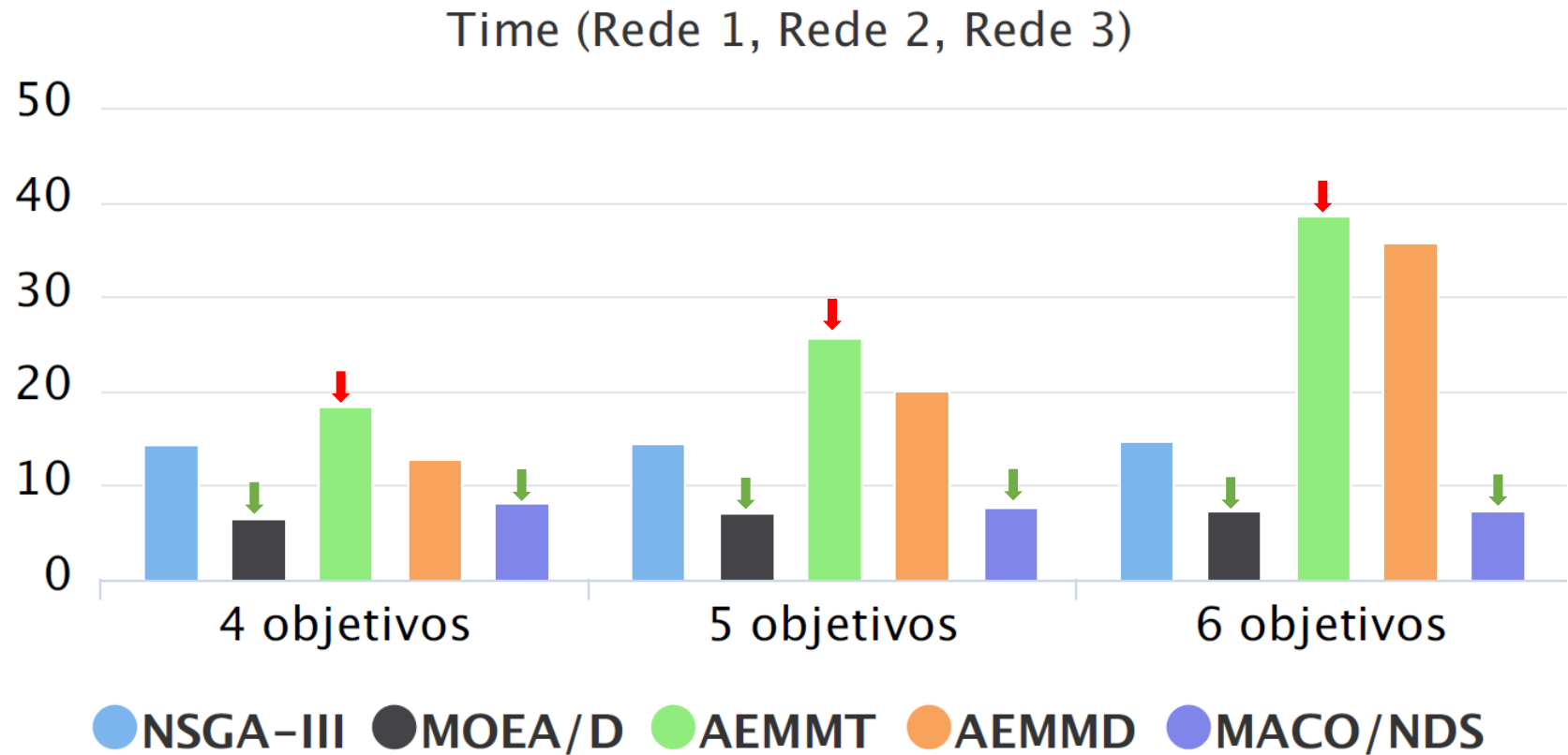


PS (Rede 1, Rede 2, Rede 3)





# Experimentos: Etapa 3 (PRM, Tempo)



# Experimentos: Etapa 3 (z-test)



Tabela 9 – Testes de hipótese entre o MACO/NDS e o AEMMT para os problemas investigados

Instance	4 objectives			5 objectives			6 objectives		
	ER	GDp	PS	ER	GDp	PS	ER	GDp	PS
30 items	=	<	>	>	<	>	>	<	>
40 items	<	<	>	<	<	>	>	<	>
50 items	<	=	>	<	<	>	>	<	>
Rede 1	>	<	<	>	<	>	>	<	>
Rede 2	>	<	>	>	<	>	<	<	>
Rede 3	>	<	<	>	<	>	>	>	>

# Experimentos: Etapa 3 (z-test)



Tabela 10 – Testes de hipótese entre o MACO/NDS e o AEMMD para os problemas investigados

Instance	4 objectives			5 objectives			6 objectives		
	ER	GDp	PS	ER	GDp	PS	ER	GDp	PS
30 items	<	<	>	<	>	>	<	>	>
40 items	<	>	>	<	>	>	<	>	>
50 items	<	<	>	<	<	>	<	<	>
Rede 1	>	<	<	>	<	<	>	<	<
Rede 2	>	=	>	>	<	<	>	<	>
Rede 3	>	<	<	>	=	<	>	>	<

# Experimentos: Etapa 4



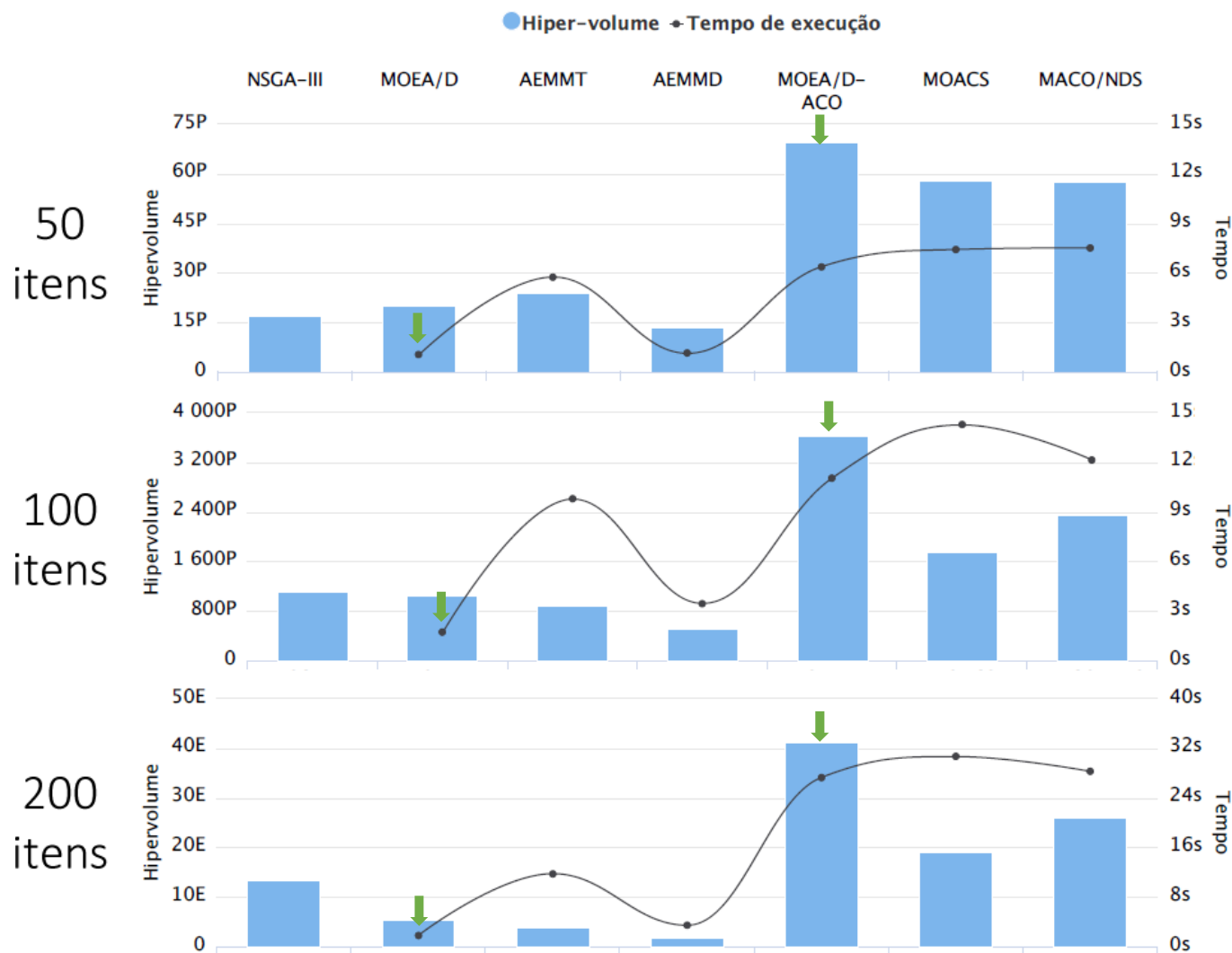
- Análise baseada no hypervolume
- NSGA-III, MOEA/D, AEMMT, AEMMD, MOEA/D-ACO, MOACS e MACO/NDS
- PMM: 50, 100 e 200 itens
- PRM: Redes 3, 4 e 5
- 4, 5 e 6 objetivos
- Hipervolume
- NSGA-III e SPEA2 com limites ajustados (média dos Paretos obtidos pelos outros algoritmos)

# Experimentos: Etapa 4

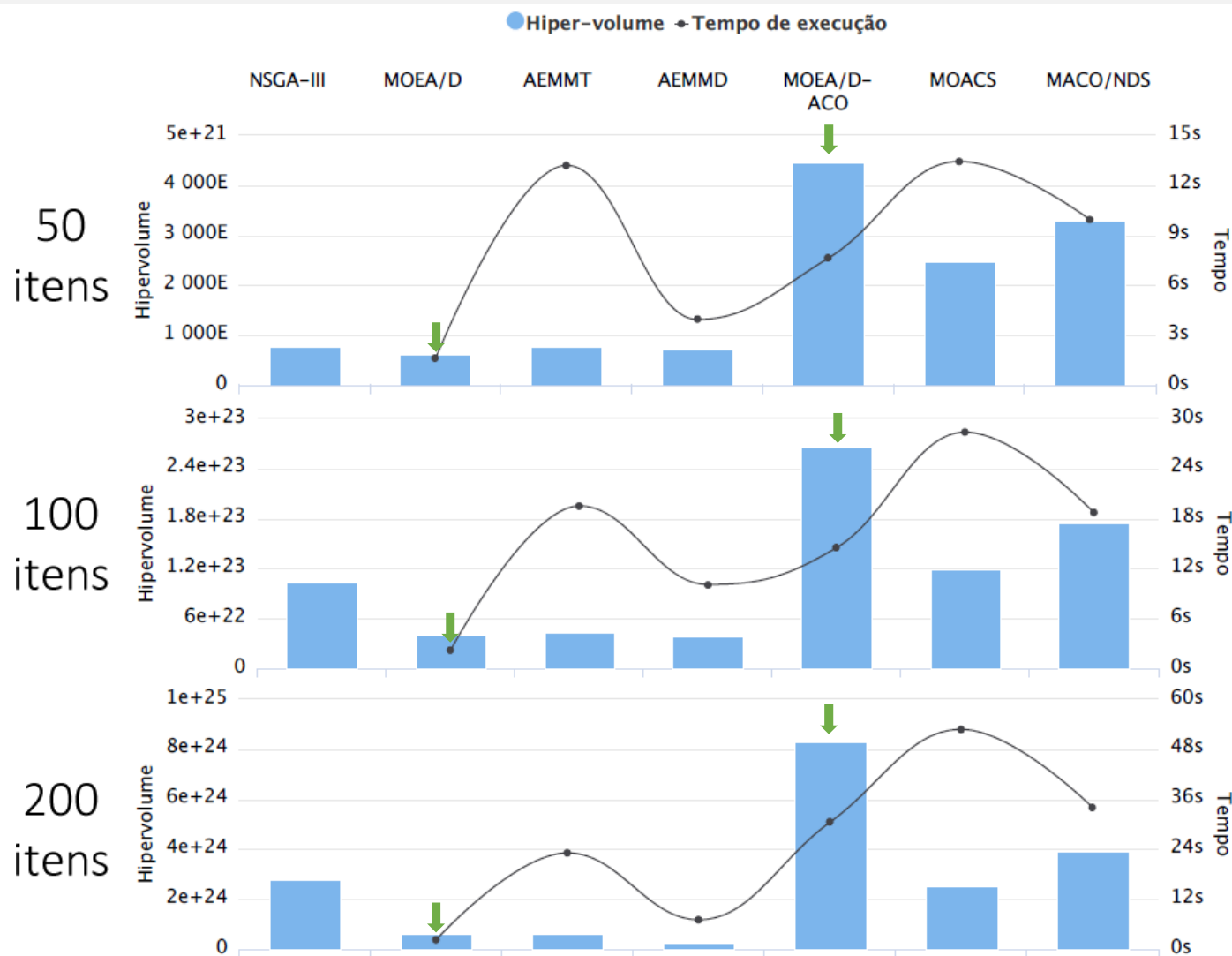


Parâmetro	PRM	PMM
Tamanho da população	90	150
Número de comparações	9000	15000
Taxa de crossover	100%	100%
Taxa de mutação	20%	5%
Tamanho da vizinhança (MOEA/D e MOEA/D-ACO)	10	10
Tamanho das tabelas (MEAMT)	30	50
Tamanho da tabela de dominância (MEAMT)	90	150
Número de divisões (NSGA-III)	8	8
$\alpha, \beta, \rho$ (ACOs)	1; 2; 0,3	1; 4,3; 0,3
Intervalo de valores para os feromônios (ACOs)	[0,1; 0,9]	[0,1; 0,9]
$\delta$ (MOEA/D-ACO)	0,2	0,2
$H$ , relacionado à quantidade de formigas (MOEA/D-ACO)*	6	variável
$K$ , relacionado à quantidade de grupos (MOEA/D-ACO)*	3	3
Taxa de elitismo (MOEA/D-ACO)	0,9	0
Tamanho das amostras (MACO/NDS)	10	10
Tamanho do grupo de estruturas ativas (MACO/NDS)	5	5

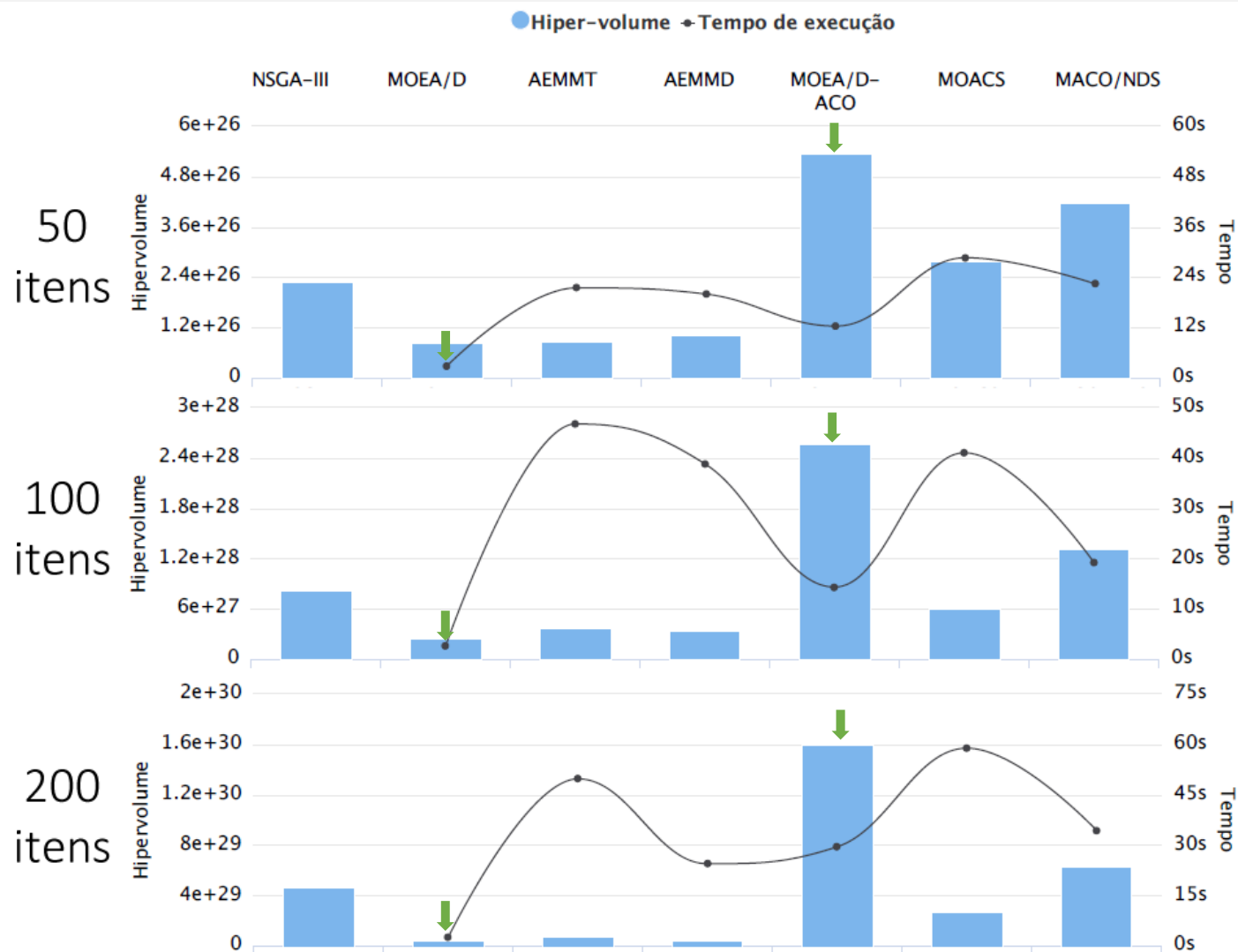
# Experimentos: Etapa 4 (PMM, 4 obj.)



# Experimentos: Etapa 4 (PMM, 5 obj.)

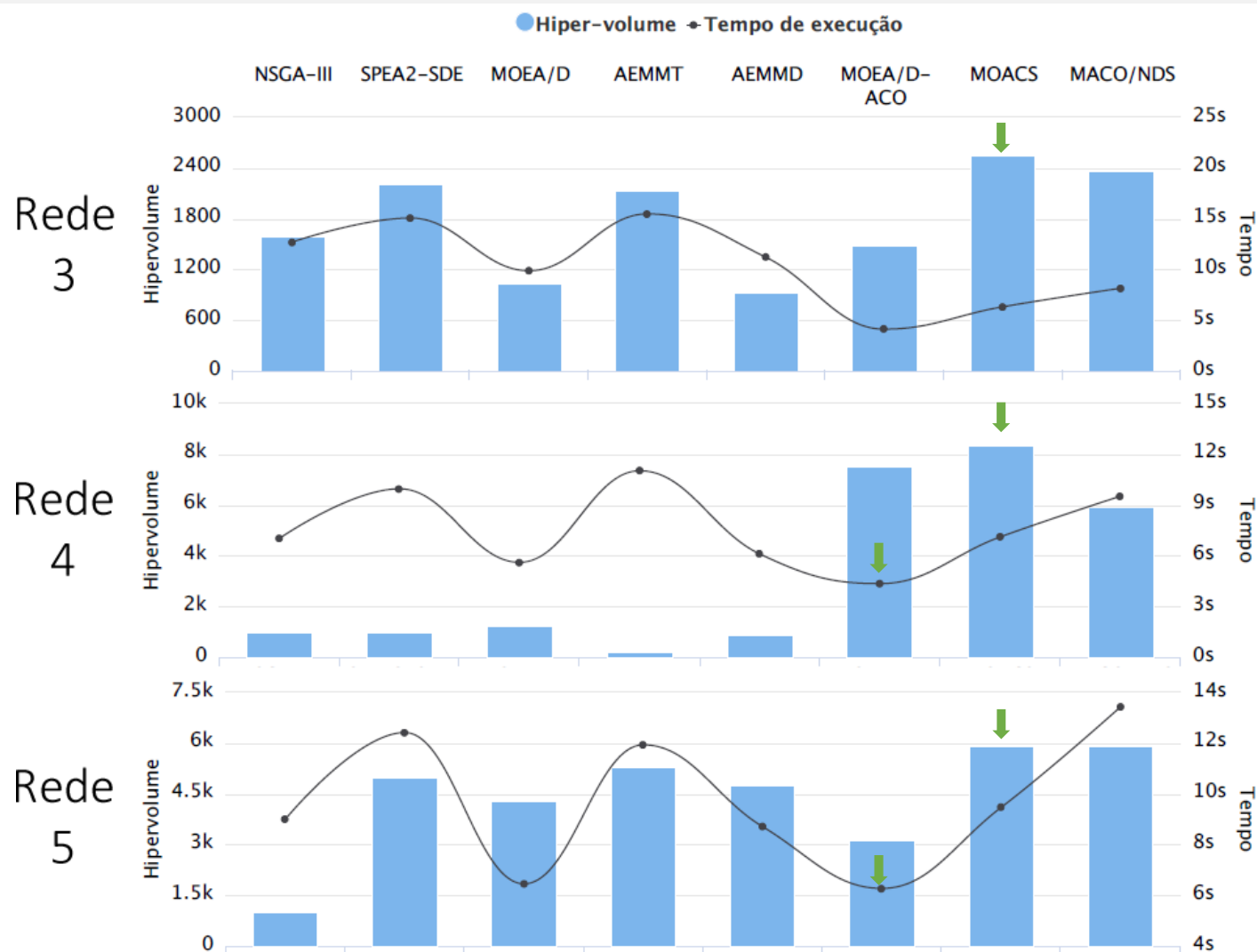


# Experimentos: Etapa 4 (PMM, 6 obj.)

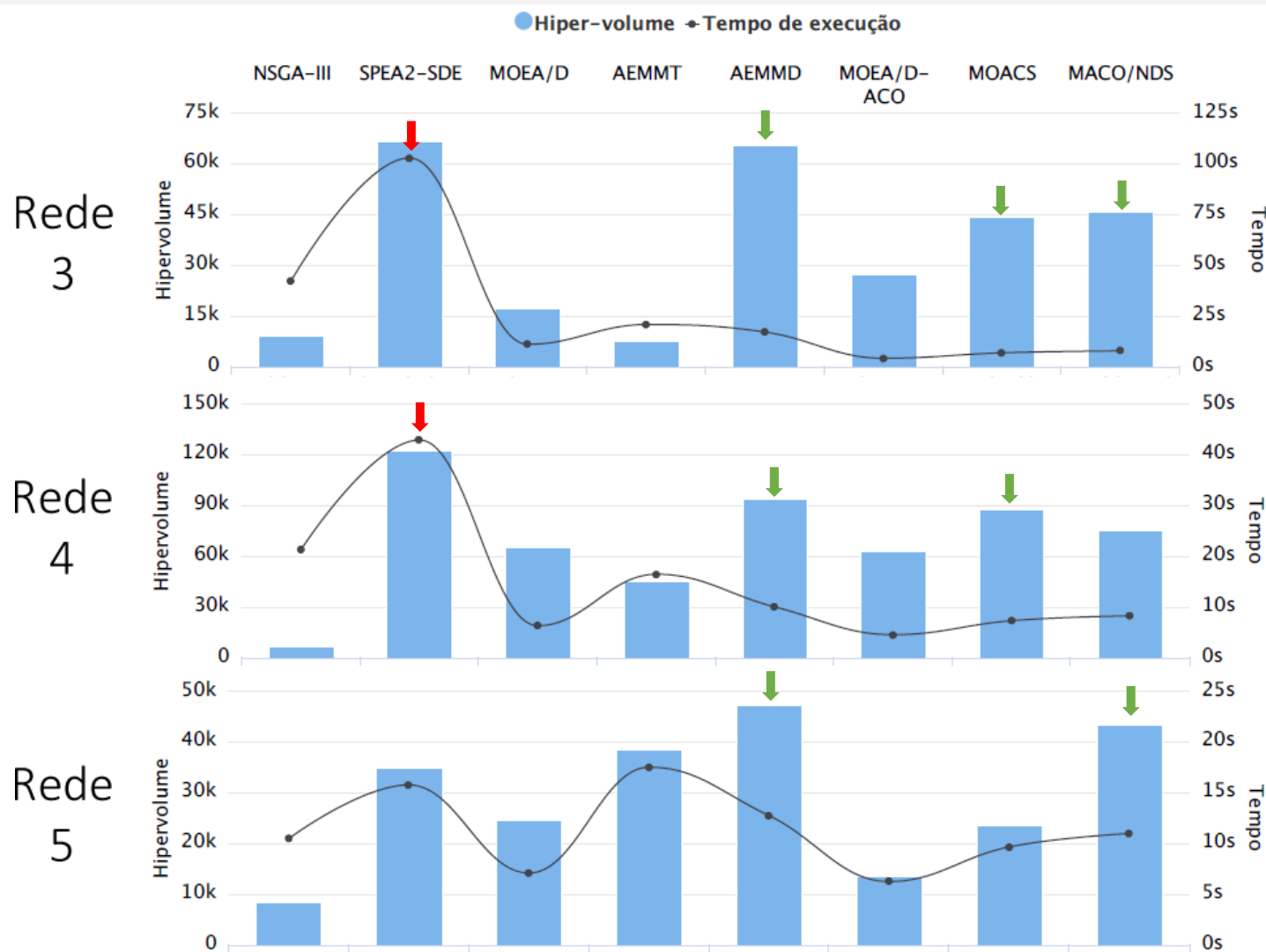




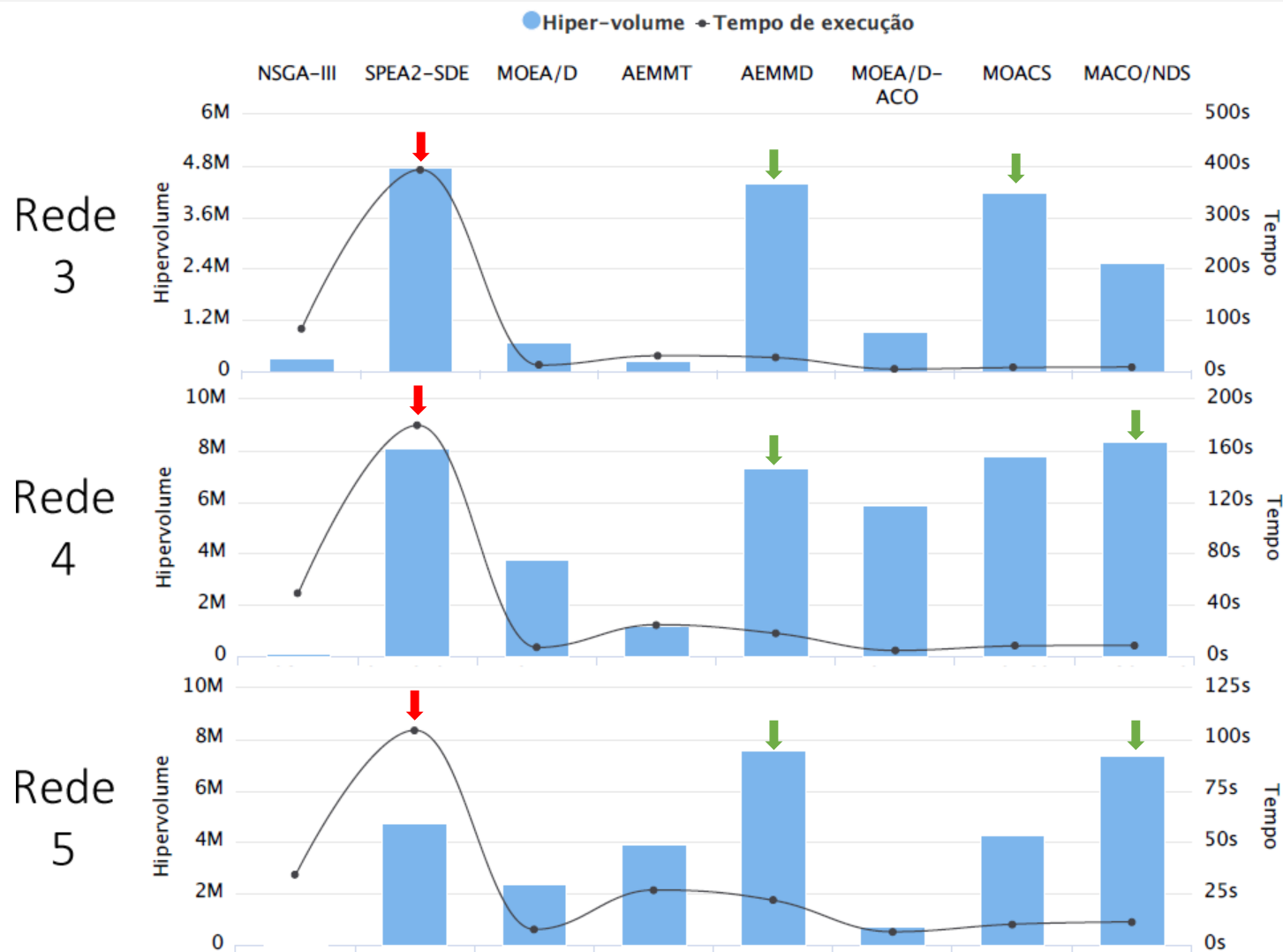
# Experimentos: Etapa 4 (PRM, 4 obj.)



# Experimentos: Etapa 4 (PRM, 5 obj.)



# Experimentos: Etapa 4 (PRM, 6 obj.)



# Conclusão



- Comparação entre AGs
- Proposição de um novo ACO e um modelo de construção de soluções para o PRM
- Comparação entre AGs e ACO.

# Conclusão



- Trabalhos futuros:
  - Inclusão da métrica IGD
  - Investigar estratégias para a limitação do tamanho do conjunto de soluções não dominadas no PMM.
  - Avaliar os algoritmos em um espaço de tempo pré-definido ao invés de número de avaliações.
  - Investigar redes mais complexas no PRM com muitos objetivos.
  - Testar o PMM com múltiplas restrições.
  - Testar o MACO/NDS em outros problemas multiobjetivos a fim de validá-lo como framework.
  - Adaptar a ideia de decomposição dos conjuntos de não dominância (sufixo NDS) para o PSO.

# Obrigado!

Perguntas?

