

东北大学研究生院考试试卷

2009—2010 学年第 一 学期

课程名称: 数值分析(A)

总分	一(1-8)	二(9-10)	三	四	五	六

一、解答下列各题: (每题 5 分, 共 50 分)

1. 设近似值  $x = 321.235$  近似  $x^*$  具有 5 位有效数字, 求  $x$  的相对误差限。

2. 用 LU 分解法求方程组  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 5 & 1 \\ 6 & 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$  的解。

3. 解线性方程组的迭代格式  $x^{(k+1)} = Mx^{(k)} + g$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  是否收敛, 为什么? 其

$$\text{中 } M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

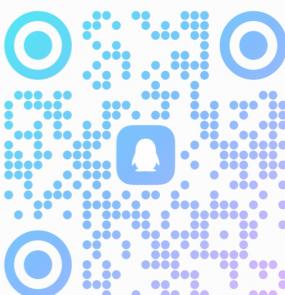
4. 求简单迭代法  $x_{k+1} = \frac{x_k}{2} + \frac{1}{x_k}$ , ( $k = 0, 1, 2, \dots$ ) 的收敛阶。

5. 求满足条件  $f(0) = 0, f(1) = 1, f(2) = 0, f'(1) = 0$  的三次插值多项式  $H_3(x)$  的表达式。

6. 设求积公式  $\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{k=0}^n A_k f(x_k)$  是插值型求积公式, 求  $\sum_{k=0}^n A_k$ .

7. 求区间  $[-1, 1]$  上权函数为  $\rho(x) = x^2$  的二次正交多项式  $P_2(x)$ 。

8. 设  $f(x) = 5x^3 - x^2 + 3$ , 求差商  $f[0,1], f[7,6,3,5], f[3,1,2,6,4]$ 。



9. 给定离散数据

$x_i$	-1	0	1	2
$y_i$	3	1	2	4

试求形如  $y = a + bx^2$  的拟合曲线。

密

封

○

线

10. 求解初值问题  $\begin{cases} y' = ye^x & 1 \leq x \leq 2 \\ y(1) = 2 \end{cases}$  的改进 Euler 方法是否收敛？为

什么？

二、(11分) 用 Jacobi 法解线性方程组  $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$ , 取  $x^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,

若使  $\|x^{(k)} - x^*\|_1 < 10^{-5}$ , 问应迭代多少步?

三、(11分) 说明方程  $x = x^3 - 5$  在区间  $[1, 2]$  内有唯一根，并建立一个收敛的迭代格式，使对任意初值  $x_0 \in [1, 2]$  都收敛，说明收敛理由。

四、(11分) 利用复化 Simpson 公式  $S_n$  计算定积分  $I = \int_0^1 \sin x dx$  若使  $|I - S_n| < 10^{-5}$ ，问应取  $n$  为多少？并求此近似值。

五、(11分) 已知求解常微分方程初值问题:

$$\begin{cases} y' = f(x, y), & x \in [a, b] \\ y(a) = \alpha \end{cases}$$

○ 的差分公式:

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + \frac{h}{3}(k_1 + 2k_2) \\ k_1 = f(x_n, y_n) \\ k_2 = f(x_n + \frac{3}{4}h, y_n + \frac{3}{4}hk_1) \\ y_0 = \alpha \end{cases}$$

求此差分公式的阶。

六、(6分) 利用 Lagrange 基函数性质, 证明:  $\sum_{i=1}^n \frac{t^k}{\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (i-j)} = 0, k = 1, 2, \dots, n-2$ 。

密

○

封

○

线