

班 级
学 号
姓 名

# 东北大学研究生院考试试卷

2012 —2013 学年第 一 学期

课程名称: 数值分析 (共 2 页)

总分	一	二	三	四	五	六

一、填空题: (每题 5 分, 共 50 分)

1. 设近似值  $x$  的相对误差限为  $10^{-5}$ , 则  $x$  至少具有 ( ) 位有效数字.

2. 设矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ , 则  $A$  的 Doolittle 分解式是 ( ),

Crout 分解式是 ( ).

3. 解线性方程组  $\begin{cases} x_1 - 4x_2 = 2 \\ x_1 + 9x_2 = 1 \end{cases}$  的 Jacobi 迭代矩阵的谱半径  $\rho(B) = ( )$ .

4. 迭代格式  $x_{k+1} = x_k^3 - 3x_k^2 + 3x_k$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  求根  $\alpha = 1$  是 ( ) 阶收敛的.

5. 设  $f(x) = \sin x$ , 用以  $x_i = i$ ,  $i = 0, 1, 2$  为节点的二次插值多项式近似  $\sin 1.5$  的值, 误差为  $|R_2(1.5)| \leq ( )$ .

6. 设  $f(x) = 5x^3 + 3$ , 则差商  $f[0, 1] = ( )$ ,  $f[1, 2, 3, 4] = ( )$ ,  $f[1, 2, 3, 4, 5] = ( )$ .

7. 区间  $[-1, 1]$  上权函数为  $x^2$  的二次正交多项式设  $p_2(x) = ( )$ .

8. 对离散数据 

$x_i$	-1	0	1	2
$y_i$	2	-1	1	3

 的拟合曲线  $y = \frac{5}{6}x^2$  的均方差为 ( ).

9. 设求积公式  $\int_{-1}^2 f(x)dx \approx A_0 f(-1) + A_1 f(0) + A_2 f(1)$  是插值型求积公式, 则积分系数  $A_0 = ( )$ ,  $A_1 = ( )$ ,  $A_2 = ( )$ .

10. 求解常微分方程初值问题的差分公式  $\begin{cases} y_{n+1} = y_n + hf(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}f(x_n, y_n)) \\ y_0 = \alpha \end{cases}$

的绝对稳定区间是 ( ).

二、(10 分) 已知求线性方程组  $Ax = b$  的迭代格式:

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + \frac{\mu}{a_{ii}} (b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j^{(k)}), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

(1) 求此迭代法的迭代矩阵  $M$ ;

(2) 证明: 当  $A$  是严格对角占优矩阵,  $\mu = 0.5$  时, 此迭代格式收敛.

三、(12 分) 说明方程  $x - \cos x = 0$  有唯一根, 并建立一个收敛的迭代格式, 对任意初值  $x_0$  都收敛, 说明收敛理由和收敛阶。



四、(10 分) 利用复化 Simpson 公式  $S_2$  计算定积分  $I = \int_0^2 \cos x dx$  的近似值, 并估计误差。

六、(8 分) 设  $p_1(x)$  是  $f(x)$  以  $x_0 = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}, x_1 = 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}$  为节点的一次插值多项式,

试由  $p_1(x)$  导出求积分  $I = \int_0^2 f(x) dx$  的插值型求积公式, 并导出公式的截断误差。

五、(10 分) 设求解常微分方程初值问题:  $\begin{cases} y' = f(x, y), & x \in [a, b] \\ y(a) = \alpha \end{cases}$  的差分公式:

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} [f(x_n, y_n) + f(x_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2} f(x_n, y_n))] \\ y_0 = \alpha \end{cases}$$

求此差分公式的阶。