

考试提纲

考试大纲

第一章 绪论 基本知识点

第二章 解线性方程组的直接法 基本知识点

第三章 解线性方程组的迭代法 基本知识点

第四章 解非线性方程的迭代法 基本知识点

第六章 插值与逼近 基本知识点

第七章 数值积分 基本知识点

第八章 常微分方程数值解法 基本知识点

注意

复习步骤

重点课后习题（新版教材）

考试要求

考试大纲

第一章 绪论 基本知识点

对应课本章节：1.3、1.4

1. 掌握**绝对误差**、**绝对误差限**、**相对误差**、**相对误差限**及**有效数字**的概念。会计算误差限，会判断有效数字（的位数）。
2. 掌握数值计算中若干原则。

第二章 解线性方程组的直接法 基本知识点

对应课本章节：2.2.2（LU直接三角分解法）、2.2.3（Cholesky）、2.4.1、2.4.2（向量和矩阵范数）、2.5.1（方程组不稳定性态、条件数、病态矩阵与病态方程）

1. 简单了解 Gauss 消去法、列主元 Gauss 消去法的思想和方法。
2. 掌握矩阵的直接三角分解法，掌握用三角分解法求方程组的解。会对矩阵进行 **Doolittle 分解**

(LU)、Cholesky 分解（平方根分解）（ GG^T ），简单了解 Crout (TM) 分解。

3. 掌握向量和矩阵的范数的定义，会判定函数是否是范数；会计算几个常用的向量和矩阵的范数；理解范数的等价性；理解向量序列的极限、矩阵序列极限的概念。
4. 会计算矩阵的条件数。（对称矩阵的谱条件数）

第三章 解线性方程组的迭代法 基本知识点

对应课本章节：3.1、3.2、3.3、3.4

1. 会建立 J-法、G-S 法、SOR 法的迭代格式；会判定迭代方法的收敛性。
 - (1) 迭代法收敛 \Leftrightarrow 迭代矩阵谱半径小于 1。（定理 3.1）
 - (2) 迭代法收敛的充分条件是：迭代矩阵的某个范数小于 1。
 - (3) 若系数矩阵严格对角占优，则 J 法、G-S 法、SOR ($0 < \omega \leq 1$) 收敛。
 - (4) 若系数矩阵对称正定，则 G-S 法、SOR 法 ($0 < \omega < 2$) 收敛。
 - (5) SOR 法对任意初始向量收敛的必要条件： $0 < \omega < 2$ 。
2. 掌握并会应用迭代法的（两个）误差估计式。

误差估计式的应用

$$\|x^{(k)} - x^*\| \leq \frac{\|M\|}{1 - \|M\|} \|x^{(k)} - x^{(k-1)}\|$$

$$\|x^{(k)} - x^*\| \leq \frac{\|M\|^k}{1 - \|M\|} \|x^{(1)} - x^{(0)}\|$$

若要 $\|x^{(k)} - x^*\| < \varepsilon$,

$$k > \frac{\ln\left(\frac{\varepsilon(1 - \|M\|)}{\|x^{(1)} - x^{(0)}\|}\right)}{\ln(\|M\|)}.$$

非线性迭代法的收敛阶

(1) 当迭代法 $x_{k+1} = \varphi(x_k)$ 构造的序列收敛于 α 时, “收敛阶为 p ” 是指:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{|x_{k+1} - \alpha|}{|x_k - \alpha|^p} = C \neq 0$$

(2) 对于收敛的简单迭代法, 若 $\varphi'(\alpha) \neq 0$, 则迭代法收敛阶为 1。

若迭代法收敛, 且迭代函数 $\varphi(x)$ 满足条件:

$$\varphi'(\alpha) = 0, \varphi''(\alpha) = 0, \dots, \varphi^{(p-1)}(\alpha) = 0, \text{ 而 } \varphi^{(p)}(\alpha) \neq 0,$$

则迭代法收敛阶 = p 。

Newton 迭代法

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, \quad k = 0, 1, \dots$$

第四章 解非线性方程的迭代法 基本知识点

对应课本章节: 4.2、4.3

1. 会判断**有根区间**; 会建立简单迭代法**迭代格式**; 会判定**迭代方法的收敛性** (教材定理 4.1 以及推论)。
2. 掌握迭代法收敛阶的概念, 会求迭代法的**收敛阶** (勿混)。
3. 会建立 **Newton 迭代格式**, 知道其优点和局限性 (定理 4.3)。

$f(x)$ 在根 α 的邻域内有二阶连续导数, 且 $f'(\alpha) \neq 0$, 则 Newton 迭代法在根 α 的某个邻域上收敛, 收敛阶 (至少) 为 2。

4. 掌握 Newton 迭代法的**变形方法**的有关思想和**收敛性**。

第六章 插值与逼近 基本知识点

对应课本章节: 6.2、6.3、6.4、6.5、6.7、6.8.1

1. 掌握 **Lagrange 型插值多项式** 的思想、方法 (**基函数法**) 以及有关性质 (基函数、插值余项)。
2. 掌握 **差商** 的概念和性质。
3. 掌握 **Newton 插值多项式** (承袭法)、**待定系数法**;
4. 会建立 **Hermite 型插值多项式**;
5. 掌握分段插值的思想以及常用的分段插值多项式; 简单了解三次样条插值的概念及思想。
6. 掌握 **最小二乘法** 的思想, 会求拟合曲线及均方误差, 会根据最小二乘法求解超定方程组。
7. 会构造 **正交多项式**, 掌握正交多项式的有关性质。

几个常用的数值求积分公式及误差

1) 梯形公式

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{2} [f(a) + f(b)] - \frac{(b-a)^3}{12} f''(\eta)$$

2) Simpson 公式

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{b-a}{6} \left[f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right] - \frac{(b-a)^5}{2880} f^{(4)}(\eta)$$

第七章 数值积分 基本知识点

对应课本章节: 7.1、7.2、7.4.1、7.5

1. 理解数值求积分公式的基本概念。
2. 掌握求积分公式的 **代数精度** 的概念 (勿混), 会用待定系数法确定求积分公式的待定参数。
3. 掌握插值型求积分公式的性质, 掌握 Newton-Cotes 公式 (**梯形公式**、**Simpson 公式**、Cotes 公式) 及其误差。
4. 掌握 **复化梯形公式**、**复化 Simpson 公式** 及误差 (勿混)。
5. 掌握 **Gauss 型求积分公式** 的基本性质及构造思路。

思路1: (老版) P211, (新版) P185;

思路2: (老版) P190, (新版) Pp165—166。

第八章 常微分方程数值解法 基本知识点

对应课本章节: 8.1、8.2、8.3、8.4

1. 能利用 **Lipschitz 条件** 判断初值问题**是否存在唯一解**。
2. 了解构造数值解法的基本思想及概念, 掌握 **Euler 公式、梯形公式、Euler 中点公式、改进的 Euler 方法** 的格式和性质。知道 R-K 方法的构造思路以及**二阶 R-K**、三阶 R-K、四阶标准 R-K 公式。
3. 掌握差分公式 **局部截断误差** 和 **差分方法的阶 (勿混)** 的概念。会求差分公式的局部截断误差 (以及**截断误差主项**)。会判断差分方法的阶。
4. 会判断单步方法的 **收敛性** (定理 8.1)。
5. 会求单步方法的 **绝对稳定区域、稳定区间**。

注意

第五章不考; 对应课本章节做参考; **大纲内容一定准确**。

考试时间: 预计15周周三或16周

复习步骤

1. 按上述考试大纲复习对应章节知识点 (建议结合老师的PPT)
2. 完成指定课后习题 (重点习题见下节内容)
3. 刷往年考题, 稳固知识点

重点课后习题 (新版教材)

1. 第一章: 1-3、1-4、1-8
2. 第二章: 2-3、2-5、2-11、2-12、2-14、2-16、2-17
3. 第三章: 3-1 (1)、3-8、3-9、3-12、3-16
4. 第四章: 4-4、4-5、4-7、4-8、4-13

5. 第六章：6-2、6-3、6-4、6-5、6-8、6-9、6-10、6-11、6-12、6-16、6-17、6-26
6. 第七章：7-1、7-2、7-3、7-4、7-7、7-8、7-10、7-13、7-14
7. 第八章：8-7、8-11

考试要求

关于考试的注意事项——规则篇(I): 开考之前

- 考试当天(包括在考场时)教师不答疑。本班考试头一天不答复“大题”。
- 考生应**按时**(**建议稍提前一些**)到达**官方指定**的考场和座位，**勿走错考场**。本考场名单以外的学生不允许参加考试。
- 勿忘带证件。学生需携带有效证件(**学生证**、**居民身份证**，军人也需携带居民身份证)。无证件者会被清出考场。
- 勿忘带文具,包括答题用的**黑色签字笔**、涂卡用的**2B铅笔**、**橡皮**等。是否使用计算器在考试前会确定。
- 本次考试为闭卷考试，要求考生**禁止使用手机等电子设备**，**否则按违纪处理**。

关于考试的注意事项——规则篇(II) 开考发卷时

- 题签(试卷)1页，答题卡可能为**2页**(**两页答题卡的题号不同**)。
- 试卷、答题卡的指定位置要填全信息(**学号**、姓名(**楷书书写**));在答题卡指定位置用**黑色签字笔**填写姓名、班级、学院、学号，并用**2B铅笔**将学号的信息点涂黑。学号、姓名等个人信息务必**填(涂)**写准确、完整。

The diagram shows a sample answer card layout. At the top, there are fields for '姓名:' (Name), '班级:' (Class), and '学院:' (College). Below these is a section for '学号:' (Student ID) with a grid of circles for filling in digits. To the left of the ID grid is a '注意事项' (Notes) section. To the right of the ID grid are two red arrows with labels: '黑色签字笔填写' (Fill with black ink) pointing to the name/class/college fields, and '2B铅笔填涂' (Fill with 2B pencil) pointing to the ID grid.

- **学号不足8位的同学，在学号最前面补上0.**
- 班级位置填写**数值分析课程班级号**, 如“数值分析1班”。
- 答题卡不能折叠、破损、装订。

关于考试的注意事项——规则篇(III) 开考后

- 答卷之前先检查试卷纸(以及答题卡)是否缺页、缺题。撕掉(试卷后附)草纸时, 要注意保持试卷的完整。
- 所有题目必须使用**黑色签字笔**在答题卡上**规定位置**作答, 在题签上或答题卡上非规定位置作答无效。
- 严格遵守考场纪律。
- 若有异常情况或对命题有异议, 可在考后通过QQ私聊等方式及时反馈给教师。严禁考试期间(通过微信、QQ等网络工具)讨论问题。
- 考试结束后, 应**客观评估自己的得分**。注意:
 - “答完了” \neq “答对了”,
 - “基本答对” \neq “得满分”,
 - “估计能得60分左右” \neq “及格”。

关于考试的注意事项——自律篇

- 注意控制答题进度, 有效利用考试时间。
- 大型计算题或论述题要按步骤**规范**答题。
- 事先可对考题的难易程度做出不同的预案。不骄不躁。
- 每一分的努力都有价值, 切忌“留白”。**空白=0分!**
- 考前复习注意劳逸结合。建议考前最后一天不做难题。