

诚信考试，公平竞争；以实力争取过硬成绩，以诚信展现良好学风。

*以下三种行为是严重作弊行为，学校将从严处理：

1. 替他人考试或由他人替考； 2. 通讯工具作弊； 3. 组织作弊。

*答案、解题过程必须写在答题卷上，写在试题卷上的内容不予计分。

大学 高等数学 A1 试题卷（闭）

2021—2022 学年第一学期 使用班级 _____

班级	学号			姓名		
题号	一	二	三	四	五	六
小题数量	5	5	4	3	2	1

一、选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，满分 15 分）

1. 曲线 $y = \ln(2 + 3e^{3x})$ 的斜渐近线方程是【 】.

A. $y = 3x - \ln 3$ B. $y = 3x - \ln 2$ C. $y = 3x + \ln 3$ D. $y = 3x + \ln 2$

2. 曲线 $e^{x-y} + x(x+2y) = x + \sin x + 1$ 在点 $(0,0)$ 处的切线方程是【 】.

A. $x + y = 0$ B. $x - y = 0$ C. $x + 2y = 0$ D. $x - 2y = 0$

3. 函数 $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ 的极大值点是【 】.

A. $x = 0$ B. $x = 2$ C. $x = -2$ D. $x = -1$

4. 下列反常积分收敛的是【 】.

A. $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x}{1+x+x^2} dx$ B. $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$ C. $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{1+x} dx$ D. $\int_0^{+\infty} \sin x dx$

5. 设 $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \sin x dx$, $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \cot x dx$, $I_3 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln \cos x dx$, 则【 】.

A. $I_2 < I_1 < I_3$ B. $I_1 < I_3 < I_2$ C. $I_1 < I_2 < I_3$ D. $I_3 < I_1 < I_2$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，满分 15 分）

1. $x=0$ 是函数 $f(x) = \frac{1}{1+e^{1/x}}$ 的_____间断点.（在可去、跳跃、无穷中选）

2. 设 $f(x) = (x^2 - 1)^3 \sin \frac{\pi x}{2}$, 则 $f'''(1) =$ _____.

3. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 变量 $f(x) = x - \sin x \cos x \cos 2x$ 与 x^k 为同阶无穷小, 则 $k =$ _____.

4. 由曲线 $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$ 围成的区域绕 y 轴旋转一周所得到的旋转体的体积为_____.

5. 积分 $\int \frac{2x-1}{(x-1)(x-2)} dx =$ _____.

诚信考试, 公平竞争; 以实力争取过硬成绩, 以诚信展现良好学风。

*以下三种行为是严重作弊行为, 学校将从严处理:

1. 替他人考试或由他人替考; 2. 通讯工具作弊; 3. 组织作弊。

*答案、解题过程必须写在答题卷上, 写在试题卷上的内容不予计分。

三、解答题 (本大题共 4 小题, 每小题 6 分, 满分 24 分)

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x + \cos x)^{\frac{1}{x}}$.

2. 设 $\begin{cases} x = e^{-t}, \\ y = \int_0^t \ln(1+u^2) du, \end{cases}$ 求 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=0}$.

3. 求不定积分 $\int x^3 \sqrt{1-2x^2} dx$.

4. 求定积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sin x}{1+\cos x} + x \sin x \right) dx$.

四、解答题 (本大题共 3 小题, 每小题 8 分, 满分 24 分)

1. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1^2}{n^3+n^2+1} + \frac{2^2}{n^3+n^2+2} + \cdots + \frac{n^2}{n^3+n^2+n} \right)$.

2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x \arctan \frac{1}{x^2}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导, 求常数 a 的值, 并讨论该函数的导函数在

点 $x=0$ 处的连续性.

3. 设 $f(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{\pi-t} dt$, 求定积分 $\int_0^\pi f(x) dx$.

五、应用题 (本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 满分 16 分)

1. 设函数 $f(x) = |x-2|e^x$ ($0 \leq x \leq 3$), 求函数曲线的凹凸区间、拐点坐标.

2. 设区域 D 由 $x=0, x=1, y=x^3, y=t$ ($0 \leq t \leq 1$) 围成, 求 t 值, 使得区域 D 的面积最小.

六、证明题 (本大题共 1 小题, 满分 6 分)

1. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上有二阶连续导数, 且 $f(0)=f(1)=0, \min_{x \in [0,1]} \{f(x)\} = -1$, 证明: 存在

$\xi \in (0,1)$, 使得 $f''(\xi) \geq 8$.