

长三角工程教育联盟高校高等数学联考

2022/2023 学年第 1 学期

题序	一	二	三(1)	三(2)	三(3)	三(4)	三(5)	三(6)	三(7)	三(8)	三(9)	总评
计分												

命题:

一 单选题 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分

1. 考虑极限 (1) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$, (2) $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ 和 (3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$, 则以下表述错误的是 ().
- A 若 (1) 为无穷, (2) 为有限数, 则 (3) 为无穷
- B 若 (1) 为有限数, (2) 既非有限数也非无穷, 则 (3) 可能为有限数
- C 若 (1) 和 (2) 均既非有限数也非无穷, 则 (3) 既非有限数也非无穷
- D 若 (1) 和 (2) 均为无穷, 则 (3) 可能为有限数也可能为无穷
2. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 与 x^{2022} 不是等价无穷小量的是 ().
- A $\sin^{1011}(\tan^2 x)$
- B $1 - \cos x^{1011}$
- C $(\ln(1 + x^2) - 1)^{1011}$
- D $(e^{x^3} - 1)^{674}$
3. 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 则下列结论中正确的是 ().
- A 该函数是不连续的
- B 该函数是不可微的
- C 该函数的导数连续
- D 该函数存在原函数
4. 已知设 $f(x)$ 为连续函数, $g(x) = \int_0^x (x - t)f(t)dt$, 则下列结论中错误的是 ().
- A $g(0) = 0$
- B $g'(0) = 0$
- C $g'(x) = f(x)$
- D $g''(x) = f(x)$
5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{k}{x}\right)^x = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin \frac{2}{x}$, 则 $k = ()$.
- A $\ln 2$
- B $-\ln 2$
- C 0
- D -2

二 填空题 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x}\right) =$ _____.
2. $\int_0^1 \frac{x}{(2-x^2)\sqrt{1-x^2}} dx =$ _____.

长三角工程教育联盟高校高等数学联考

3. 已知质点受力 F 与位置 x 的关系为 $F(x) = \frac{1}{x^2}$, 则该质点由 1 移动到无穷远处, 力 F 的做功为_____.
4. 不定积分 $\int \arctan x dx =$ _____.
5. 对参数曲线 $(x(t), y(t)) = (e^t \cos t, te^t \sin t)$, $\frac{dy}{dx} =$ _____.

三 解答题, 共 70 分

1. (7 分) 计算 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}\right)$.
2. (7 分) 设 $ye^x + xe^y = 1$ 确定隐函数 $y = f(x)$, 求 $y'|_{x=0}$.
3. (7 分) 求不定积分 $\int \sqrt{4-x^2} dx$.

长三角工程教育联盟高校高等数学联考

4. （7分）求定积分 $\int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx$.
5. （7分）求 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$)绕 x 轴旋转一圈所成的旋转体的体积.
6. （7分）证明当 $x > 0$ 时，不等式 $\cos x > 1 - \frac{x^2}{2}$ 成立.

长三角工程教育联盟高校高等数学联考

7. （14分）已知 $y(x) = \int_{-2x}^{x^2} \sin t \, dt$.
（1） （7分）求 $y'(x)$.
（2） （7分）若 $x \rightarrow 0^+$ 时， $y(x)$ 与 x^n 为同阶无穷小量，求 n 的值.
8. （7分）已知 $y(x) = \frac{1}{x^3+x^2+2x+1}$ ， $y(x)$ 是否有间断点和极值点？有几条渐近线？
9. （7分）设 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续，在 $(0, 1)$ 上可微，证明：存在 $\xi \in (0, 1)$ 使得 $f(1) = f(\xi) + \xi f'(\xi)$.

