

浙江工业大学 2021/2022 学年第二学期 概率论与数理统计期末考试试卷

学号：_____ 姓名：_____

班级：_____ 任课教师：_____

题号	一	二	三	总分
得分				

分位点数据：

$$\Phi(0.5) = 0.6915, \quad \Phi(1) = 0.8413, \quad \Phi(1.5) = 0.9332, \quad \Phi(1.645) = 0.9500$$

$$\Phi(1.96) = 0.9750, \quad \Phi(2) = 0.9772, \quad t_{0.05}(8) = 1.860, \quad t_{0.05}(9) = 1.833$$

$$t_{0.025}(8) = 2.306, \quad t_{0.025}(9) = 2.262$$

一. 填空题（每空 2 分，共 28 分）

1. 已知 $P(A) = 0.8$, $P(A \cap \bar{B}) = 0.5$, 则 $P(A \cap B) =$ _____, $P(B|A) =$ _____.
2. 设 $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.8$, 若 A, B 相互独立. 则 $P(A \cap B) =$ _____, $P(A \cup B) =$ _____.
3. 甲口袋有 5 个白球, 3 个红球. 乙口袋有 5 个白球, 4 个红球. 从甲口袋任取 1 个球放入乙口袋中, 然后从乙口袋任取 1 个球. 那么从乙口袋中 取出的是白球的概率为 _____.
4. 若随机变量 X 的概率密度函数为:

$$f(x) = \begin{cases} A \cos x, & |x| \leq \frac{\pi}{2}; \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

则 $A =$ _____; $P(X \geq \frac{\pi}{4}) =$ _____.

5. 设随机变量 $X \sim B(10, \frac{1}{3})$, 则 $E(X + 2) =$ _____, $Var(2X + 5) =$ _____.
6. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 独立同分布, $E(X_1) = 0$, $Var(X_1) = 1$, 则当 $n \rightarrow \infty$ 时, $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - 2)^2$ 依概率收敛到 _____.

7. 设总体 $X \sim N(0, 4)$. 设 X_1, X_2, \dots, X_{12} 是来自总体 X 的简单样本. 则 $\frac{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_{12}^2}{2(X_9^2 + X_{10}^2 + X_{11}^2 + X_{12}^2)}$ 服从参数为_____的_____分布.
8. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $\sigma^2 > 0$ 未知. 设 X_1, X_2, \dots, X_9 是来自总体 X 的简单样本, 其样本均值为 0, 样本方差为 4, 则 μ 的置信水平为 0.95 的双侧置信区间为_____.
9. 设总体 X 服从 $(0, \theta)$ 上的均匀分布. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的简单样本. 则 θ 的矩估计量为_____.

二. 选择题 (每题 3 分, 共 12 分)

1. 设 A, B, C 为三个事件, 则 A, B, C 中不多于一个发生的事件可表示为 ()
- (A) $\bar{A}\bar{B}\bar{C} \cup \bar{A}BC \cup A\bar{B}\bar{C} \cup ABC$ (B) $\bar{A}BC \cup A\bar{B}C \cup ABC$
- (C) $A\bar{B}\bar{C} \cup \bar{A}\bar{B}C \cup \bar{A}BC$ (D) $\bar{A}\bar{B}\bar{C} \cup \bar{A}\bar{B}C \cup \bar{A}BC \cup \bar{A}B\bar{C}$
2. 若事件 A, B 互不相容, 则 ()
- (A) $P(AB) = 0$ (B) $P(A)P(B) = 0$
- (C) $P(AB) = P(A)P(B)$ (D) 若 $P(B) \neq 0$, 则 $P(A|B) = P(A)$
3. 若随机变量 X, Y 方差存在, 且不相关. 则 ()
- (A) X 与 Y 相互独立
- (B) $Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y)$
- (C) $Var(X - Y) = Var(X) - Var(Y)$
- (D) $Var(XY) = Var(X)Var(Y)$
4. 下面结论不正确的是 ()
- (A) $\Phi(0) = \frac{1}{2}$
- (B) $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$
- (C) 若 $X \sim N(0, 2)$, 则 $\frac{X}{2} \sim N(0, 1)$
- (D) 若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(X \leq x) = \Phi(\frac{x-\mu}{\sigma})$

三. 解答题 (共 60 分)

1. (10 分) 某工厂有 A, B, C 三个车间生产同一种产品. 它们的产量分别占全厂的30%, 30%和40%. 这三个车间的次品率分别为 3%, 2%和1%.

(1) 问该厂产品的次品率为多少?

(2) 任选一件产品, 若发现该产品为次品, 问该产品是 A 车间生产的概率为多大?

2. (12 分) 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} Ae^{-(4x+2y)}, & x > 0 \text{ 且 } y > 0, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

(1) 求常数 A ; (2) 计算 X 与 Y 的边缘密度函数;

(3) 判断 X 与 Y 是否独立? 并给出理由.

3. (10 分) 假设有 100 个桃子. 它们的重量独立同分布, 均值都为 100 克, 标准差为 3 克. 请利用中心极限定理给出这 100 个桃子重量超过 10060 克的概率?

4. (8 分) 假设 X 服从参数为 100 的泊松分布. 利用切比雪夫不等式给出 $P(X \leq 200)$ 的下界估计, 即说明 $P(X \leq 200)$ 至少为多少.

5. (10 分) 设总体 X 的分布律为 $P(X = 1) = p, P(X = 0) = 1 - p$. 从该总体中 取容量为 100 的样本, 其具体观测值为 x_1, x_2, \dots, x_{100} , 且 $\sum_{i=1}^{100} x_i = 40$. 请给出 p 的极大似然估计值.

6. (10 分) 从某批矿砂中任选 9 个样品, 测得镍含量百分比的样本均值为 3.02, 样本标准差为 0.18. 假设这批矿砂的镍含量百分比服从正态分布. 问在显著水平 $\alpha = 0.05$ 下, 是否有充分的理由认为镍含量平均百分比大于 2.95?