浙江工业大学 2020/2021 学年
第一学期概率论与数理统计期末考试试卷

班级：________________ 姓名：________________

学号：________________ 任课教师：________________

题号	一	二	三	总分
得分				

分位点数据：

$\Phi(1)=0.841$, $\Phi(1.645)=0.950$, $\Phi(1.96)=0.975$, $\Phi(2)=0.977$

$\chi^2_{0.01}(25)=44.314$, $\chi^2_{0.01}(26)=45.642$, $\chi^2_{0.99}(25)=11.524$, $\chi^2_{0.99}(26)=12.198$

一、填空题.(每空2分，共 28 分)

1. 设随机事件 A, B 相互独立，且 $P(B)=0.5$，$P(A-B)=0.3$，则 $P(B-A)$=__________。

2. 设事件A在每次试验中发生的概率均为p. 若三次独立试验中 A 至少出现一次的概率为 $\dfrac{19}{27}$，则 $p=$__________。

3. 设随机事件 A, B 满足 $AB=\overline{A}\ \overline{B}$，则 $P(A\cup B)=$__________，$P(AB)=$__________。

4. 设离散型随机变量 X 的分布律为 $P(X=k)=\dfrac{a}{2k+1}, k=1,2,3$，则常数 $a=$ __________。

5. 设随机变量 $X\sim N(1,\sigma^2)$，且 $P(0<X<1)=0.2$，则 $P(X>0)$=__________。

6. 设随机变量 X 服从参数为 3 的泊松分布，记 $Y=2X+1$，则 $E(Y)=$____________，$Var(Y)=$__________。

7. 设随机变量 X, Y 相互独立，且均服从区间 $[0,3]$ 上的均匀分布，则 $P(\max(X,Y)\le 1)=$ __________。

8. 设随机变量序列 $X_1, X_2, \cdots, X_n, \cdots$ 相互独立且均服从参数为 2 的指数分布，则当 $n \to \infty$ 时，$\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ 和 $\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$ 分别依概率收敛于 __________，__________。

9. 设总体 X 服从标准正态分布，$X_1, X_2, \ldots, X_n$ 是来自总体 X 的样本，则统计量 $Y = \dfrac{X_1 - X_2}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2}}$ 服从 _______ 分布，且其分布的参数为 __________。

10. 设有抽自均值为 μ , 方差为 0.9^2，样本容量为 9 的正态总体的样本，样本均值 $\overline{X} = 5$，则未知参数 μ 的置信水平为 0.95 的双侧置信区间是 __________。

二、选择题.(每小题3 分，共 12 分)

1. 设 A, B 为随机事件，且 $B \subset A$，则下列式子正确的是 (　　)

   (A) $P(A \cup B) = P(A)$　　(B) $P(AB) = P(A)$

   (C) $P(B|A) = P(B)$　　(D) $P(B - A) = P(B) - P(A)$

2. 设随机变量 X, Y 的相关系数 $\rho_{XY} = 0.5$，且 $E(X) = E(Y) = 0$，$E(X^2) = E(Y^2) = 2$，则 $E[(X+Y)^2]$ 为 (　　)

   (A) 2　　(B) 4　　(C) 6　　(D) 8

3. 设 X_1, X_2, X_3 是来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本，其中 μ 已知，σ^2 未知，则下列随机变量中不能作为统计量的是 (　　)

   (A) $\dfrac{1}{3}(X_1 + X_2 + X_3)$　　(B) $X_1 + 2\mu$

   (C) $\max\{X_1, X_2, X_3\}$　　(D) $\dfrac{1}{\sigma^2}(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2)$

4. 设随机变量 X, Y 都服从标准正态分布，则以下说法正确的是 (　　)

   (A) $X + Y$ 服从正态分布　　(B) $X^2 + Y^2$ 服从 χ^2 分布

   (C) X^2 与 Y^2 都服从 χ^2 分布　　(D) X^2/Y^2 服从 F 分布

三. 解答题（共 60 分）

1. (8 分) 在解答有 A,B,C,D 四个选项的一道单项选择题时，由于题目较难，全班只有 5% 的学生能正确解答，假设会做该题的学生解答正确的概率为 99%，不会做该题的学生随机猜测答案。试求：

(1) 学生解答正确的概率;

(2) 在学生解答不正确的情况下，他(她)是猜答案的概率是多少？(保留小数点后四位)

2. (12 分) 设离散型随机变量 X 的分布函数为：

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\\ 0.3, & -1\le x<1,\\ 0.7, & 1\le x<2,\\ 1, & x\ge 2.\end{cases}$$

求：(1) X 的分布律；(2) $P(X>\frac{1}{2})$；(3)若 $Y=X^2$，求 Y 的分布律。

3. (8 分) 设二维随机向量 (X,Y) 的概率分布如下表所示：

X \ Y	0	2	5
1	$3a$	0.25	0.35
3	a	0.18	0.02

求：(1) a 的值; (2) 若$Z=X+Y$ ，求Z的分布律。

4. (12 分) 设二维随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为：

$$f(x,y)=\begin{cases} k(6-x-y), & 0<x<2,\ 2<y<4, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

(1)求常数 k； (2) 求 $P(X<1,Y<3)$; (3) 判断 X 与 Y 是否相互独立。

5. (8 分) 某厂生产的某种型号的电池，其寿命 (单位：h) 长期以来服从方差 $\sigma^2 = 5000$ 的正态分布。 现有一批这种电池，从它的生产情况来看，寿命的波动性有所改变。现随机取 26 只电池， 测出其寿命的样本方差 $s^2 = 9200$。问根据这一数据能否推断这批电池寿命的波动性较以往的有显著的变化？ (取 $\alpha = 0.02$)。

6. (12 分) 设总体 X 的概率密度函数为：

$$f(x;\theta) = \begin{cases} \dfrac{1}{1-\theta}, & \theta \le x \le 1, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

其中 θ $(0 < \theta < 1)$ 为未知参数，$X_1, X_2, \cdots X_n$ 为 来自该总体的简单随机样本。

(1) 求 θ 的矩估计量 $\widehat{\theta}_1$；

(2) 求 θ 的极大似然估计量 $\widehat{\theta}_2$。