

诚信考试，公平竞争；以实力争取过硬成绩，以诚信展现良好学风。

\*以下三种行为是严重作弊行为，学校将从严处理：

1. 替他人考试或由他人替考； 2. 通讯工具作弊； 3. 组织作弊。

\*答案、解题过程必须写在答题卷上，写在试题卷上的内容不予计分。

## 大学 高等数学 A1 试题卷 (闭)

2021—2022 学年第一学期 使用班级 \_\_\_\_\_

班级	学号			姓名		
题号	一	二	三	四	五	六
小题数量	5	5	4	3	2	1

一、选择题 (本大题共 5 小题，每小题 3 分，满分 15 分)

1. 曲线  $y = \frac{x^2 + 1}{x - 1}$  的斜渐近线方程是 【     】 .

A.  $y = x + 1$                       B.  $y = x + 2$                       C.  $y = x - 1$                       D.  $y = x - 2$

2. 曲线  $y = x - \sin y$  在点  $(0, 0)$  处的切线方程是 【     】 .

A.  $x + y = 0$                       B.  $x - 2y = 0$                       C.  $x + 2y = 0$                       D.  $2x - y = 0$

3. 函数  $y = (x - 5)x^{2/3}$  的极大值点是 【     】 .

A.  $x = 0$                               B.  $x = 2$                               C.  $x = -2$                               D.  $x = -1$

4. 下列反常积分收敛的是 【     】 .

A.  $\int_{10}^{+\infty} \frac{1}{x \ln x \ln \ln x} dx$     B.  $\int_0^{+\infty} \cos x dx$                       C.  $\int_1^{+\infty} x^2 e^{-x} dx$                       D.  $\int_1^{+\infty} \frac{x}{1 + x^2} dx$

5. 设  $I_1 = \int_{-1}^1 \frac{\sin x}{1 + x^2} dx$ ,  $I_2 = \int_{-1}^1 \frac{\cos x}{1 + x^2} dx$ ,  $I_3 = \int_{-1}^1 \frac{(1 + x)^2}{1 + x^2} dx$ , 则 【     】 .

A.  $I_2 < I_1 < I_3$                       B.  $I_3 < I_1 < I_2$                       C.  $I_1 < I_3 < I_2$                       D.  $I_1 < I_2 < I_3$

二、填空题 (本大题共 5 小题，每小题 3 分，满分 15 分)

1. 函数  $f(x) = \frac{\tan x}{x}$  的可去间断点是\_\_\_\_\_.

2. 设  $f(x) = xe^{2x}$ , 则  $f'''(0) =$ \_\_\_\_\_.

3. 曲线  $y = \frac{\ln x}{x}$  的单调递减区间是\_\_\_\_\_.

4. 由曲线  $y = 0$ ,  $y = \ln x$ ,  $x = e$  围成的区域的面积为\_\_\_\_\_.

5. 积分  $\int x \tan^2 x dx =$ \_\_\_\_\_.



诚信考试，公平竞争；以实力争取过硬成绩，以诚信展现良好学风。

\*以下三种行为是严重作弊行为，学校将从严处理：

1. 替他人考试或由他人替考； 2. 通讯工具作弊； 3. 组织作弊。

\*答案、解题过程必须写在答题卷上，写在试题卷上的内容不予计分。

三、解答题（本大题共 4 小题，每小题 6 分，满分 24 分）

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos \sqrt{x})^{\frac{1}{x}}$ .

2. 设  $\begin{cases} x = t - t^2, \\ y = 1 + t^2, \end{cases}$  求  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ .

3. 求不定积分  $\int x \arcsin x dx$ .

4. 求定积分  $\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$ .

四、解答题（本大题共 3 小题，每小题 8 分，满分 24 分）

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left( \int_0^x e^{t^2} dt \right)^2}{\int_0^x t \cos t dt}$ .

2. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^\lambda \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$  确定  $\lambda$  的取值范围，使得函数  $f(x)$  在  $x = 0$  处可导.

3. 设  $f(x) = \int_1^x \frac{\sin t}{t} dt$ ，求定积分  $\int_0^1 x f(x) dx$ .

五、应用题（本大题共 2 小题 每小题 8 分，满分 16 分）

1. 已知函数  $y = \frac{x^3}{(x-1)^2}$ ，求函数的单调区间和极值.

2. 设区域  $D$  由  $y = 0, y = \sqrt{x-2}, y = \sqrt{x-2}$  的一条过原点的切线围成，求区域  $D$  绕直线  $x = 4$  旋转一周所得到的旋转体的体积.

六、证明题（本大题共 1 小题，满分 6 分）

1. 证明：  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+x} dx \leq \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1+x} dx$ .