教师姓名______ 学号______ 姓名______ 班级______ 学院______

浙江工业大学 2023/2024 学年

第　二　学期试卷

课程____线性代数 B____

题序	一	二	三	四	总评
计分					

一. 选择题(每小题 2 分,共 10 分)

1. （　　）是 $n(n>2)$ 阶行列式为 0 的充分条件.

（A）行列式零元素个数大于 n；　　（B）行列式各列元素之和为 0；
（C）行列式主对角元素全为 0；　　（D）行列式非零元素个数不超过 n.

2. 设 $A\in R^{m\times n}$， $B\in R^{n\times k}$，且满足 $AB=0$，则必有（　　）

（A） A 的列向量组线性相关， B 的行向量组线性相关；
（B） A 的行向量组线性相关， B 的行向量组线性相关；
（C） A 的列向量组线性相关， B 的列向量组线性相关；
（D） A 的行向量组线性相关， B 的列向量组线性相关.

3. 设 x_1 是方程 $Ax=b$ 的解， x_2 是方程 $Ax=0$ 的解，则（　　）是 $Ax=b$ 的解（c 是给定常数）.

（A） cx_1-x_2　　（B） x_1+cx_2　　（C） cx_1+cx_2　　（D） cx_1-cx_2

|A*|=|A|^(n-1)

4. 设 A 为 3 阶方阵，且 $|A|=\frac{1}{2}$，则 $|-2A^*|=$（　　）.

（A） -2　　（B） 2　　（C） $\frac{1}{2}$　　（D） -1

5. 设矩阵 A 的秩为 r，则 A 中必有（　　）.

（A）所有 r 阶子式都不为 0；　　（B）所有 $r-1$ 阶子式都为 0；
（C）存在一个 r 阶子式不为 0；　　（D）存在一个 $r-1$ 阶子式为 0.

二．填空题(每空 3 分，共 30 分)

1. 多项式 $f(x)=\begin{vmatrix} x & 2x & -x & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 7 \\ 9 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 99 \end{vmatrix}$ 的常数项是_____.

2. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix},\alpha=\begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$，若 $A\alpha$ 和 α 线性相关，则 $a=$______.

3. 已知 $f(x)=x^2+4x-1$， $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，则 $f(A)=$______________.

4. 设 A 是为3阶方阵，特征值分别为$1,2,-2$，则$|4A^{-1}-E|=$_____.

5. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & a & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix},B=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -4 & b & 0 \\ 6 & 0 & 3 \end{pmatrix}$，若 A 和 B 相似，则 $a+b=$_____.

6. 设 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$ 为 3 阶矩阵，若 α_1,α_2 线性无关，且 $\alpha_3=-\alpha_1+2\alpha_2$，则线性方程组

$Ax=0$的通解为______________________.

7. 设行向量组 $(2,1,1,1)$，$(2,1,a,a)$，$(3,2,1,a)$，$(4,3,2,1)$ 线性相关，且 $a\neq 1$，则

$a=$____________.

8. 矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 的非零特征值是 _______，从属于该特征值的一个特征

向量是____________________.

9. 设 $A=\begin{pmatrix} k & -1 & -1 \\ -1 & k & -1 \\ -1 & -1 & k \end{pmatrix}$ 的秩为2，则 $k=$_______.

三、计算题（每题 10 分,共 50 分）

1. 已知向量组 $\alpha_1=(1,0,0,1)^T$， $\alpha_2=(0,1,0,-1)^T$， $\alpha_3=(0,0,1,-1)^T$， $\alpha_4=(2,-1,3,0)^T$，求该向量组的一个极大无关组，并将其余向量用该极大无关组线性表示.

2. 已知四阶行列式 D 中第 3 列元素依次为 $-1,2,0,1$，它们的余子式依次分别为 $5,3,-7,4$，求 D.

3. 设三阶方阵 $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ 满足 $AB=A+2B$，求矩阵 B.

4. 当参数 a 取何值时，线性方程组 $\begin{cases} x_1+3x_2+2x_3+4x_4=a \\ 2x_1+4x_2+x_3=a-1 \\ x_1-x_2-4x_3-12x_4=a-2 \end{cases}$ 有解？有解时写出该方程组的通解.

5. 设 $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ x & 1 & y \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 有三个线性无关的特征向量，求 x 与 y 应满足的条件.

学院________ 班级________ 姓名________ 学号________ 教师姓名________

四、**证明题（每题 5 分，共 10 分）**

1. 设 $\beta_1=\alpha_1+\alpha_2,\beta_2=\alpha_2+\alpha_3,\beta_3=\alpha_3+\alpha_1$，如 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关，证明：β_1,β_2,β_3 线性无关.

2. 设 α,β 分别是 A 的属于特征值 λ_1,λ_2 的特征向量，且 $\lambda_1\neq\lambda_2$．证明：$\alpha+\beta$ 不可能是 A 的特征向量.