浙江工业大学 2020/2021 学年
第二学期概率论与数理统计期末考试试卷

学号：________________ 姓名：________________

班级：________________ 任课教师：________________

题号	一	二	三	总分
得分				

分位点数据：

$\Phi(1)=0.8413,\quad \Phi(1.65)=0.9505,\quad \Phi(1.96)=0.9750,\quad \Phi(2)=0.9772$

$t_{0.05}(16)=1.746,\quad t_{0.025}(16)=2.120,\quad t_{0.05}(15)=1.753,\quad t_{0.025}(15)=2.132$

一、填空题.（每空 2 分, 共 28 分）

1. 已知事件 A,B 恰有一个发生的概率为 0.3, 且 $P(A)+P(B)=0.5$, 则 A,B 至少有一个不发生的概率为 ______.

2. 从编号为 $1\sim10$ 的 10 张卡片中不放回地随机抽取 2 次, 两次取到的卡片编号都是偶数的概率为______.

3. 设随机变量 $X\sim P(\lambda)$, 并且 $P\{X=1\}=P\{X=2\}$, 则 $\lambda=$______.

4. 设随机变量 X_1,X_2,X_3 相互独立, 且 X_1 服从 $(0,6)$ 上的均匀分布, $X_2\sim N(0,1)$, X_3 服从参数为 2 的指数分布. 若 $Y=X_1-X_2+2X_3$, 则 $EY=$______, $Var(Y)=$______.

5. 已知随机变量X的概率密度函数为$f(x)=Ae^{-(\frac{x+1}{2})^2},-\infty<x<\infty$, 随机变量$aX+b\sim N(0,1)(a>0)$, 则常数$A=$______, $a=$______, $b=$______.

6. 已知 X_1,X_2,X_3,X_4 是来自正态总体 $N(1,2)$ 的样本, 令$\overline{X}=\dfrac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$. 统计量$Y=a[(X_1-\overline{X})^2+(X_2-\overline{X})^2+(X_3-\overline{X})^2]+b(X_4-\overline{X})^2(a,b\neq0)$ 服从 χ^2 分布, 则自由度是______, $a=$______, $b=$______.

7. 设 $\widehat{\lambda}_1$ 和 $\widehat{\lambda}_2$ 是参数 λ 的两个相互独立的无偏估计量, 且 $Var(\widehat{\lambda}_1) = 2Var(\widehat{\lambda}_2)$. 当 $c_1 =$ ______, $c_2 =$ ______ 时, $\widehat{\lambda} = c_1\widehat{\lambda}_1 + c_2\widehat{\lambda}_2$ 是最有效的无偏估计.

8. 设 $x_1, x_2, \cdots, x_9$ 为来自总体 $N(\mu, 0.81)$ 的简单样本, 其样本均值 $\bar{x} = 5$, 则未知参数 μ 的置信水平为 0.95 的双侧置信区间为________________.

二、选择题.(每小题3 分, 共 12 分)

1. 随机变量的概率密度函数 $f(x)$ 一定满足 (　　)

   (A) $0 \leq f(x) \leq 1$　　(B) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$

   (C) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x = 1$　　(D) 在定义域内单调不减

2. 设随机变量 X, Y 相互独立，且都服从标准正态分布，则 (　　)

   (A) $P\{X+Y>0\} = \frac{1}{4}$　　(B) $P\{X-Y>0\} = \frac{1}{4}$

   (C) $P\{\max\{X,Y\}>0\} = \frac{1}{4}$　　(D) $P\{\min\{X,Y\}>0\} = \frac{1}{4}$

3. 设随机变量X的概率密度函数为$f(x) = \begin{cases} Ae^{-x}, & x > \lambda, \\ 0, & x \leq \lambda \end{cases}$ $(\lambda > 0)$ 则概率$P\{\lambda < X < \lambda + a\}(a > 0)$的值 (　　)

   (A) 与 a 无关随 λ 的增大而增大　　(B) 与 a 无关随 λ 的增大而减少

   (C) 与 λ 无关随 a 的增大而增大　　(D) 与 λ 无关随 a 的增大而减少

4. 下列表述不正确的是 (　　)

   (A) 随机变量 X 和 Y 相互独立等价于 $F(x,y) = F_X(x)F_Y(y)$ 对任意 x, y 都成立

   (B) 若 $P(A) > 0, P(B) > 0$, 则事件 A 和 B 相互独立与互不相容不能同时成立

   (C) 若随机变量 X, Y 独立, 则 X, Y 一定不相关

   (D) 两个正态随机变量相互独立的充要条件是它们的相关系数 $\rho = 0$

三. 解答题（共 60 分）

1. (10 分) 两台车床加工同样的零件, 第一台出现不合格品的概率是 0.03 , 第二台出现不合格品的概率是 0.06 , 加工出来的零件放在一起, 并且已知第一台加工的零件数比第二台加工的零件数多一倍.

(1) 求任取一个零件是合格品的概率;

(2) 如果取出的零件是不合格品, 求它是由第二台车床加工的概率.

2. (10 分)设随机变量 X 与 Y 相互独立, 分布律分别为

X	-2	0	1
p	0.3	0.2	0.5

Y	-1	0
p	0.2	0.8

试求: (1) (X, Y) 的联合分布律; (2) $P(X > Y)$; (3)$E(XY)$.

3. (12 分) 设二维随机变量 (X,Y) 的概率密度函数

$$f(x,y)=\begin{cases} cx\mathrm{e}^{-y}, & 0<x<y<\infty, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

其中 c 为未知常数.试求： (1) 常数 c; (2)判断 X 与 Y 是否相互独立; (3) 求 $Z=X+Y$ 的概率密度函数.

4. (8 分) 某车间有同型号的机床 200 台, 在一小时内每台机床约有 70% 的时间是工作的. 假定各机床工作是相互独立的, 工作时每台机床要消耗电能 15 kW. 利用中心极限定理计算至少要多少电能, 才可以有 95% 的可能性保证此车间正常生产.

5. (10 分) 已知某企业生产的某种电子器件的质量(单位: 克) $X \sim N\left(\mu, \sigma^2\right)$, 现从生产的电子器件中随机抽取了 16 件, 测得样本均值 $\bar{x} = 10.1$克, 样本标准差 $s = 0.12$克, 试问是否可以认为该机器生产的电子器件的均值为 10 克?（显著性水平 $\alpha = 0.05$）

6. (10 分) 总体 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}(\theta+1)x^{\theta}, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

其中 $\theta(\theta>-1)$ 为未知参数, $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为来自该总体的简单样本. 求 θ 的矩估计与极大似然估计.