浙江工业大学 2020/2021 学年
第一学期概率论与数理统计期末考试试卷

学号：________________ 姓名：________________

班级：________________ 任课教师：________________

题号	一	二	三	总分
得分				

分位点数据：

$\Phi(1) = 0.8413,\quad \Phi(1.65) = 0.9505,\quad \Phi(1.96) = 0.9750,\quad \Phi(2) = 0.9772$

$t_{0.05}(15) = 1.753,\quad t_{0.05}(16) = 1.746,\quad t_{0.025}(15) = 2.132,\quad t_{0.025}(16) = 2.120$

一、填空题.(每空2分, 共 28 分)

1. 设 A, B 是随机事件, A, B 互不相容, $P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}$, 则 $P(A|\overline{B}) =$ _______.

2. 已知 10 件产品中有 4 件次品. 每次取 1 件, 不放回, 则第 3 次才取到次品的概率是 _______.

3. 随机变量 X 只能取值 $-1, 0, 1$, 且取到这 3 个值的概率之比为 $1:2:3$, 则 $P(X=0) =$ _______, $EX =$ _______.

4. 设随机变量 X 服从指数分布 $\mathrm{Exp}(\ln 3)$, 则关于 t 的方程 $4t^2 + 4Xt + X + 2 = 0$ 有实根的概率是 _______.

5. 设随机变量 X 的密度函数 $f(x)$ 满足: $f(1+x) = f(1-x)$, 且 $P(0 < X < 2) = 0.8$, 则 $P(X < 0) =$ _______.

6. 设随机变量 X 服从二项分布 $B(2, p)$, Y 服从泊松分布 $P(p)$. 若 $P(X \geq 1) = \frac{3}{4}$, 则 $p =$ _______, $P(Y \geq 1) =$ _______.

7. 设随机变量 X, Y 相互独立, 均服从均匀分布 $U(0,1)$, 则 $E(XY) =$ _______, $Var(XY) =$ _______.

8. 设二维随机变量 (X,Y) 的联合分布表为

Y \ X	x_1	x_2	x_3
y_1	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{9}$	b
y_2	$\frac{1}{9}$	a	c

若 X,Y 相互独立, 则 $a=$ ______, $c-b=$ ______.

9. 设总体 $X\sim N(0,\sigma^2)$, $X_1,X_2,\cdots,X_8$ 是 X 的简单样本, 若

$$T=C\frac{X_1^2+X_2^2+X_3^2}{(X_4+X_5+X_6+X_7+X_8)^2}$$

服从 F 分布, 其自由度为 ______, $C=$ ______.

二、选择题.(每小题3 分, 共 12 分)

1. 设随机变量 X 与 Y 都相互独立且都服从标准正态分布 $N(0,1)$, 则 (　　)

(A) $P(X+Y\geq 0)=\frac{1}{4}$　　(B) $P(X-Y\geq 0)=\frac{1}{4}$

(C) $P(\max\{X,Y\}\geq 0)=\frac{1}{4}$　　(D) $P(\min\{X,Y\}\geq 0)=\frac{1}{4}$

2. 将一枚均匀硬币连掷 100 次, 由中心极限定理, 出现正面次数大于 60 的概率约为 (　　)

(A) 0.0121　　(B) 0.0228　　(C) 0.1587　　(D) 0.2280

3. 设 X_1,X_2,X_3 是来自总体 X 的简单样本, 则在下列 EX 的估计量中, 最有效的无偏估计量是 (　　)

(A) $\frac{1}{4}(X_1+2X_2+X_3)$　　(B) $\frac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$

(C) $\frac{1}{5}(X_1+3X_2+X_3)$　　(D) $\frac{1}{5}(2X_1+2X_2+X_3)$

4. 设 $X_1,X_2,\ldots,X_9$ 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的简单样本, $\overline{X}$ 是样本均值, S^2 是样本方差, 则以下结论正确的是 (　　)

(A) $\frac{9S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(9)$　　(B) $\frac{9S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(8)$

(C) $\frac{9(\overline{X}-\mu)^2}{S^2}\sim F(1,9)$　　(D) $\frac{9(\overline{X}-\mu)^2}{S^2}\sim F(1,8)$

三. 解答题（共 60 分）

1.(10 分) 某厂有甲, 乙, 丙三个车间生产同一种产品, 各车间的产量分别占全厂总产量的 20%, 30%, 50%. 根据过去产品质量检验记录知道甲, 乙, 丙车间的次品率分别为 4%, 3%, 2%.

(1) 从该厂产品中任取一件, 求其为次品的概率;

(2) 若从该厂的产品中任取一件, 发现其为次品, 问该产品为乙车间生产的概率是多少?

2. (10 分)设连续型随机变量 X 的概率密度函数为:

$$f(x) = \begin{cases} Ax, & 0 \le x \le 1, \\ A(2-x), & 1 < x \le 2, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

求: (1) 常数 A;　(2) $F(1.5)$, 其中 $F(x)$ 为 X 的分布函数.

3. (12 分) 设二维随机向量 (X,Y) 在矩形 $G=\{(x,y):0\le x\le 2,\ \ 0\le y\le 1\}$ 上服从均匀分布, 定义

$$U=\begin{cases}0, & \text{若 } X\le Y,\\ 1, & \text{若 } X>Y,\end{cases}\qquad V=\begin{cases}0, & \text{若 } X\le 2Y,\\ 1, & \text{若 } X>2Y,\end{cases}$$

(1) 求(U,V)的联合分布律和边缘分布律;

(2) 判断U,V是否独立?

(3) 求U和V的相关系数ρ.

4. (8 分) 设二维随机向量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{4}\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}(x+y)}, & x>0,\ y>0,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

求: (1) X的边缘密度函数; (2) (X,Y)的联合分布函数.

5.(10 分) 已知某机器生产出的零件长度 X (单位：cm) 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$, 现抽取容量为 16 的样本, 测得样本均值 $\overline{x}=10$, 样本方差 $s^2=0.16$.

(1) 求总体均值 μ 置信水平为 0.95 双侧置信区间;

(2) 在显著水平为 0.05 下, 检验假设 $H_0:\mu=9.7,\quad H_1:\mu\neq 9.7$.

6. (10 分) 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x;\alpha,\beta)=\begin{cases}1-\left(\frac{\alpha}{x}\right)^{\beta}, & x>\alpha,\\ 0, & x\le\alpha,\end{cases}$$

其中 $\alpha>0$, $\beta>1$, $X_1,X_2,\cdots X_n$ 为 总体 X 的简单样本.

(1) 当 $\alpha=1$ 时, 求 β 的矩估计量;

(2) 当 $\beta=2$ 时, 求 α 的极大似然估计量.