2022-2023-2-48 A

一、3. $P\{X=3\}=\frac{C_2^1C_2^1C_2^1\cdot 3!}{A_6^3}=\frac{2}{5}$

$P\{X=4\}=\frac{C_3^1A_4^3\cdot C_2^1}{A_6^4}=\frac{2}{5}$

C_3^1表示三种颜色选一种颜色最后抽到.

A_4^3表示二种颜色抽三张卡片.

C_2^1表示最后一种颜色抽1张卡片.

$P\{X=5\}=\frac{C_3^1\cdot A_4^4\cdot C_2^1}{A_6^5}=\frac{1}{5}$

$EX=3\cdot\frac{2}{5}+4\cdot\frac{2}{5}+5\cdot\frac{1}{5}=\frac{19}{5}$

这道题目一定要用排列来做，因为与最后一次抽取的卡片颜色有关系，说明这题与次序相关，所以用排列做。选C.

4. 由已知条件，得

(*) $1=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}[e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}+e^{-\frac{(x-1)^2}{2\sigma^2}}]dx$

因为 $1=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}dx=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-1)^2}{2\sigma^2}}dx$

所以(*)为 $1=\sigma+\sigma\Rightarrow\sigma=\frac{1}{2}\Rightarrow\sigma^2=\frac{1}{4}$

$$EX=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}x\left[e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}+e^{-\frac{(x-1)^2}{2\sigma^2}}\right]dx$$

$$=\sigma\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}xe^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}dx+\sigma\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}xe^{-\frac{(x-1)^2}{2\sigma^2}}dx$$

$$=\sigma\cdot 0+\sigma\cdot 1=\frac{1}{2}$$

选 A.

5. $$\frac{X_4-X_5}{\sqrt{2}\sigma}\sim N(0,1)$$

$$\left(\frac{X_1}{\sigma}\right)^2+\left(\frac{X_2+X_3}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2\sim\chi^2(2)$$

$$\frac{\frac{X_4-X_5}{\sqrt{2}\sigma}}{\sqrt{\frac{\left(\frac{X_1}{\sigma}\right)^2+\left(\frac{X_2+X_3}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2}{2}}}\sim t(2)$$

$$=\frac{\sqrt{2}(X_4-X_5)}{\sqrt{2X_1^2+(X_2+X_3)^2}}\sim t(2)$$

$A=2,\quad B=\sqrt{2}$ 选 B.

8. $P\{W \mid H_0\} = 0.1$

$P\{|X_1| > c\} = 0.1$，其中 $X_1 \sim U(-1,1)$

$2\frac{1-c}{2} = 0.1 \Rightarrow 1-c = 0.1 \Rightarrow c = 0.9$

故选 C.