浙江工业大学 2022/2023 学年第一学期
概率论与数理统计(48学时)期末考试试卷

学号：________________ 姓名：________________

班级：________________ 任课教师：________________

题号	一	二	三	总分
得分				

分位点数据：

$$\chi^2_{0.025}(5) = 12.832,\quad \chi^2_{0.025}(4) = 11.143,\quad \chi^2_{0.05}(5) = 11.070,\quad \chi^2_{0.05}(4) = 9.488$$

$$\chi^2_{0.975}(5) = 0.831,\quad \chi^2_{0.975}(4) = 0.484,\quad \chi^2_{0.95}(5) = 1.145,\quad \chi^2_{0.95}(4) = 0.711$$

一. 填空题 (共 28 分，每空 2 分)

1. 设 $P(A) = 0.5, P(B) = 0.7, P(A \cup B) = 3P(AB)$，则 $P(B|A) =$ ________________.

2. 设某商店进行促销活动，采用甲、乙、丙三种方案的概率分别为 0.5,0.3,0.2，采用这三种方案其销售额大于 1000 万元的概率分别为 0.3,0.5,0.4，则该商店在该促销活动中销售额大于 1000 万元的概率是 ________________；若该商店在促销活动中销售额大于 1000 万元，则其采用了甲方案的概率是 ________________.

3. 设 $X \sim P(\lambda)$，且 $P(X \le 1 | X \le 2) = \frac{1}{\lambda}$，则 $\lambda =$ ________________，$E[(X-2)^2] =$ ________________.

4. 设 $X \sim U(a, b)$，若 $P(X > a+1 | X < b-1) = \frac{1}{2}$，则 $DX =$ ________________.

5. 设随机变量 X 满足 $E(X^2) = E[(X-2)^2]$，则 $EX =$ ________________.

6. 设 $(X, Y) \sim N(1, 2, 2^2, 3^2, \frac{1}{3})$，令 $Z = 2X - Y + 1$，则 $EZ =$ ________________，$\mathrm{Cov}(X, Z) =$ ________________.

7. 总体 X 的样本观测值为 19,21,22,17,21，则样本均值 $\overline{x} =$ ________________，样本方差 $s^2 =$ ________________.

8. 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是总体 $N(0, 2^2)$ 的样本，若 $C\frac{2X_1 - X_2}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2}}$ 服从 t-分布，其自由度为 ________________，$C =$ ________________.

9. 设 总体 $X\sim U(0,\theta)$，X_1,X_2,X_3 是 X 的样本. 令 $\overline{X}=\frac{1}{3}(X_1+X_2+X_3)$，若 $C[(X_1-\overline{X})^2+(X_2-\overline{X})^2+(X_3-\overline{X})^2]$ 是 θ^2 的无偏估计，则 $C=$ ________.

二. 选择题 (共 12 分，每题 3 分)

1. 设 $0<P(A)<1, 0<P(B)<1$. 若 $P(B|A)+P(\overline{B}|\overline{A})\geq 1$，则 (　　)

   (A) $P(B|A)\geq P(B)$　　(B) $P(B|A)\leq P(B)$

   (C) $P(B|A)\geq P(A)$　　(D) $P(B|A)\leq P(A)$

2. 设 $X_1,X_2,X_3,\cdots$ 是独立同分布的随机变量序列，X_1 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其他,}\end{cases}$ 且对任意 $\varepsilon>0$，

$$\lim_{n\to\infty}P\left(\left|\frac{1}{n}\left(\frac{X_2}{X_1}+\frac{X_4}{X_3}+\cdots+\frac{X_{2n}}{X_{2n-1}}\right)-A\right|>\varepsilon\right)=0,$$

   则 $A=$ (　　)

   (A) $\dfrac{2}{3}$　　(B) 1　　(C) $\dfrac{4}{3}$　　(D) $\dfrac{3}{2}$

3. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，μ,σ^2 均未知. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是 X 的样本，S^2 是样本方差，则 σ^2 的置信水平为 $1-\alpha$ 的单侧置信上限是 (　　)

   (A) $\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha}(n-1)}$　　(B) $\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha}(n-1)}$

   (C) $\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\alpha}(n)}$　　(D) $\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\alpha}(n)}$

4. 在假设检验问题 H_0 vs H_1 中，若取显著水平为 0.05 时，接受原假设，则根据相同的样本数据， (　　)

   (A) 取显著水平为 0.025 时，接受原假设

   (B) 取显著水平为 0.025 时，拒绝原假设

   (C) 取显著水平为 0.1 时，接受原假设

   (D) 取显著水平为 0.1 时，拒绝原假设

三. 解答题 (共 6 题，60 分)

1. (10 分) 设盒中有 2 红、2 蓝、1 黄共 5 个球. 从中随机取球，每次取 1 个，不放回，直到每种颜色的球至少取到一个为止. 记取球的次数为 X， 求 X 的分布列以及其期望、方差.

2. (8 分)设连续型随机变量 X 的分布函数 $F(x) = A\arctan x + B\arctan(x+1) + C$，且 $P(X>0) = \frac{1}{3}$. 求: (1) 常数 A, B, C；(2) X 的密度函数.

3. (12 分)设离散型随机变量 (X,Y) 的联合分布表为

$Y \backslash X$	-1	0	1
-1	a	0.1	0.1
0	0.2	0	b
1	0	0.1	0.1

且 X,Y 不相关. 求：(1) 常数 a,b；(2) $X+Y$ 的分布列；(3) X 与 $X+Y$ 的相关系数.

4. (12 分)设连续型随机变量 (X,Y) 的密度函数

$$f(x,y)=\begin{cases}Cx, & 0<x<y<2x<2,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

求：(1) 常数 C；(2) $P(X+2Y>3)$；(3) 边缘分布的密度函数 $f_X(x)$ 和条件分布的密度函数 $f_{Y|X}(y|x)$.

5. (10 分)设总体 X 的密度函数 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}x\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\theta}}, & x\geq 0,\\ 0, & x<0,\end{cases}$ 其中未知参数 $\theta>0$. 根据 X 的样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$，求 θ 的矩估计和极大似然估计.

6. (8 分) 设某种导线的电阻值服从正态分布，要求其标准差不超过 0.05 欧姆. 从一批这种导线中随机选取 5 根，测得其样本标准差为 0.07 欧姆，取显著水平 $\alpha=0.05$，能否认为这批导线的标准差显著过高？