浙江工业大学 2020/2021 学年
第一学期概率论与数理统计期末考试试卷

学号：________________ 姓名：________________

班级：________________ 任课教师：________________

题号	一	二	三	总分
得分				

分位点数据：

$$t_{0.05}(8)=1.8595,\quad t_{0.05}(9)=1.8331,\quad t_{0.025}(8)=2.306,\quad t_{0.025}(9)=2.2622$$

一、填空题.(每空2分, 共 28 分)

1. 设$P(A)=0.3, P(A\cup B)=0.5$, 若事件A,B互不相容, 则$P(B)=$______; 若事件A,B相互独立，则$P(B)=$______.

2. 20名学生中有2名三好学生，将这20名学生随机分成两组, 每组10人, 则这2名三好学生分在不同组的概率是______.

3. 已知$P(A)=0.7, P(B)=0.4, P(A-B)=0.5$, 则$P(A|B)=$______.

4. 设随机变量 X 服从二项分布 $B(2,p)$, 随机变量Y服从二项分布 $B(3,p)$，若$P(X\geq 1)=\frac{5}{9}$, 则$p=$______, $P(Y\geq 1)=$______.

5. 设$X_1,X_2,\cdots,X_n,\cdots$是独立同分布的随机变量序列, 且$EX_1=\mu, Var(X_1)=\sigma^2$, 则对任意的$\varepsilon>0$, $\lim\limits_{n\to\infty} P\left\{\frac{1}{n}\left|\sum\limits_{i=1}^{n}X_i-n\mu\right|\geq\varepsilon\right\}=$______.

6. 设连续型随机变量X的分布函数为$F(x)=\begin{cases}1-\mathrm{e}^{-bx}, & x>0,\\ 0, & x\leq 0.\end{cases}$ 已知$EX=1$, 则 $b=$______, $Var(X)=$______.

7. 设随机变量X在$[-1,3]$上服从均匀分布, 则由切比雪夫不等式有$P\{|X-1|<2\}\geq$______.

8. 设总体 $X \sim N(0,1)$，X_1, X_2, X_3, X_4 是 X 的样本，若 $a(X_1-2X_2)^2+b(3X_3+4X_4)^2$ 服从自由度为2的卡方分布, 则常数a______, $b=$ ______.

9. 设总体X的一组样本观察值是 $25, 18, 19, 22, 19, 24, 21, 26, 18, 18$, 则样本均值为______ , 样本方差为______ .

二、选择题.(每小题 3 分，共 12 分)

1. 设A, B为随机事件, 则下列结论正确的是 ( )

(A) $(A\bigcup B)-B=A$ (B) $A\subseteq(A\bigcup B)-B$

(C) $(A\bigcup B)-B\subseteq A$ (D) 以上结论全不对

2. 某人做试验, 每次成功的概率为$p(0<p<1)$, 则在 3 次重复试验中至少失败一次的概率为 ( )

(A) p^3 (B) $1-p^3$

(C) $(1-p)^3$ (D) $(1-p)^3+p(1-p)^2+p^2(1-p)$

3. 设随机变量X 的概率密度函数为$f(x)$, 分布函数为$F(x)$. 若$f(-x)=f(x)$, 则对任意正实数a必有 ( )

(A) $F(-a)=1-\int_0^a f(x)\mathrm{d}x$ (B) $F(-a)=\frac{1}{2}-\int_0^a f(x)\mathrm{d}x$

(C) $F(-a)=F(a)$ (D) $F(-a)=2F(a)-1$

4. 若随机变量X, Y 满足$Var(X+Y)=Var(X-Y)$, 则必有 ( )

(A) X, Y不相关 (B) X, Y相互独立

(C) $Var(X)Var(Y)=0$ (D) $Var(XY)=0$

三. 解答题.（共 60　分）

1.(10 分) 甲、乙、丙三门炮各发射一枚炮弹, 同时射击一个目标, 各炮命中率分别为$0.4, 0.5, 0.6$.

(1) 求目标被击中的概率;

(2) 已知目标被击中, 求甲击中目标的概率是多少?

2. (10 分)设随机变量 X 的分布律为：

X	-4	-1	0	2	4
p	0.35	a	$2a$	0.05	0.15

求: (1) 常数 a;　(2) $Y = 2X^2 + 1$的分布律.

3. (12 分) 设随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} Ax, & 0<x<1, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases}$$

(1) 求常数A; (2) 求$P\left(|X|<\dfrac{1}{2}\right)$; (3)若随机变量$Y$与$X$独立同分布, 求$P(X+Y<1)$.

4. (8 分) 设二维随机变量(X,Y)的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}1, & 0\le x\le 1, |y|\le x;\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

求 X,Y 的边缘密度函数, 并判断它们之间的独立性.

5.(10 分) 化肥厂用自动包装机包装化肥, 每包的质量服从正态分布, 其平均质量为100公斤. 某日开工后, 从中随意抽取容量为9的一个样本, 测得样本均值 $\overline{x}=99.97$公斤, 样本标准差 $s=1.2$公斤. 试在显著性水平$\alpha=0.05$下, 检验该化肥厂包装的化肥的平均质量是否为100公斤?

6. (10 分) 设总体X的概率密度函数为:

$$f(x) = \frac{1}{2\sigma} \mathrm{e}^{\frac{-|x|}{\sigma}}, \quad -\infty < x < +\infty,$$

其中$\sigma > 0$是未知参数, $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是从该总体中随机抽出的样本. 设$\widetilde{\sigma}$是σ的极大似然估计.

(1)求$\widetilde{\sigma}$; (2) 判断$\widetilde{\sigma}$是否是σ的无偏估计, 请说明理由.