23-24-1-48A

一. 2. $p_1 = P\{-2 \le X_1 \le 2\} = \Phi(2) - \Phi(-2)$

$= 2\Phi(2) - 1$

$p_2 = P\{-2 \le X_2 \le 2\} = P\{-1 \le \frac{X_2}{2} \le 1\} = 2\Phi(1) - 1$

$p_3 = P\{-2 \le X_2 \le 2\} = P\{-7 \le X_2 - 5 \le -3\}$

$= P\{-\frac{7}{3} \le \frac{X_2 - 5}{3} \le -1\} = \Phi(-1) - \Phi(-\frac{7}{3})$

$= \Phi(\frac{7}{3}) - \Phi(1)$

所以 $p_3 < p_2 < p_1$. 故选A. 也可用图象法.

3.

X	0	1
P	$1-p$	p

Y	0	1
P	$1-p$	p

①

X^2	0	1
P	$1-p$	p

$X^2 \sim B(1, p)$

②

XY	0	1
P	$1-p^2$	p^2

$P\{XY=1\} = P\{X=1, Y=1\} = p^2$

$XY \sim B(1, p^2)$

④ 利用二项分布的可加性，得 $X+Y\sim B(2,p)$

故 ①②④ 正确，选 D.

4. $f(2+x)=f(2-x)$ 说明 $y=f(x)$ 的对称轴是 $x=2$. 得

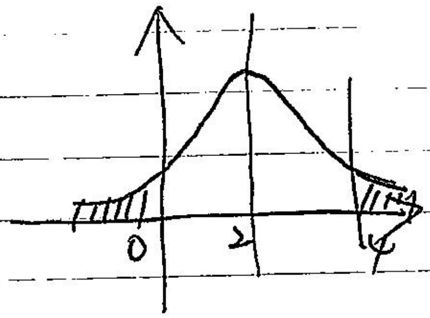
得 F($P\{X>4\}=P\{X<0\}$

所以 $F(0)+F(4)=P\{X\le 0\}+P\{X\le 4\}$

$=P\{X>4\}+P\{X\le 4\}$

$=1$

故选 C. 可画图



5. $\frac{1}{n}(2X_1-X_2+2X_3-X_4+\cdots+2X_{2n-1}-X_{2n})\xrightarrow{P} E(2X_1-X_2)$

$=E(X_1)$

又 $X_1\sim Exp(\frac{2}{3})$

所以 $E(X_1)=\frac{3}{2}$. 选 D

7. $X \sim F(n,n) \Rightarrow \dfrac{1}{X} \sim F(n,n)$

所以 $P\{X \geq 1\} = P\{\dfrac{1}{X} \geq 1\}$

又 $X>0$, 所以 $P\{\dfrac{1}{X} \geq 1\} = P\{X \leq 1\}$

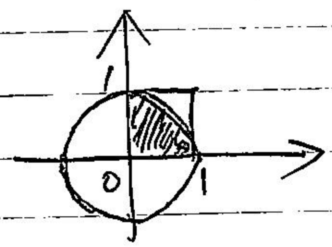
故 $p_1 = p_2$. 选B.

二. 10. $1 = \sum_{k=1}^{\infty} 3\lambda^k = 3\cdot\dfrac{\lambda}{1-\lambda} \Rightarrow \lambda = \dfrac{1}{4}$

11. X, Y独立 且都服从$[0,1]$上的均匀分布.

所以 (X,Y) 服从正方形域上的二维均匀分布.

$P\{X^2+Y^2 \leq 1\} = \dfrac{\pi}{4}$

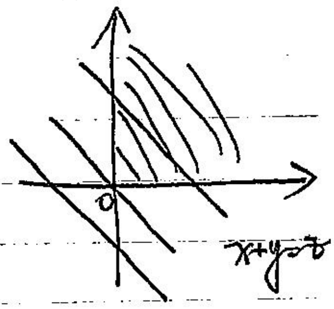


12. $X-Y \sim N(0,8)$

$P\{X<Y\} = P\{X-Y<0\} = \dfrac{1}{2}$

13. 令 $Z=X+Y$，则

$$f_Z(z)=\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)f_Y(z-x)dx$$



$$=\begin{cases} 0 & z<0 \\ \int_0^z e^{-x}2e^{-2(z-x)}dx & z\geq 0 \end{cases}$$

$$=\begin{cases} 0 & z<0 \\ 2e^{-2z}(e^z-1) & z\geq 0 \end{cases}$$

15. X_i 表示第 i 户拥有的汽车数量。

$X_1 \cdots X_{400}$ 有独立同分布

$E(X_1)=1.2$ $\qquad$ $E(X_1^2)=1.8$

$D(X_1)=0.36$

$X_1+\cdots+X_{400}$ 近似服从 $N(400\cdot 1.2,\ 400\cdot 0.36)$

设 n 个车位，则

$$P\{X_1+\cdots+X_{400}\leq n\}\geq 0.95$$

$$P\left\{\frac{X_1+\cdots+X_{400}-480}{12} \le \frac{n-480}{12}\right\} \geq 0.95$$

$$\Phi\left(\frac{n-480}{12}\right) \geq \Phi(1.64)$$

$$\frac{n-480}{12} \geq 1.64$$

$$n \geq 499.68$$

$n = 500.$

16. $\bar{X} \sim N(1, \frac{1}{10})$

$$\left(\frac{\bar{X}-1}{\sqrt{\frac{1}{10}}}\right)^2 \sim \chi^2(1)$$

$= 10(\bar{X}-1)^2$

$$9S^2 \sim \chi^2(9)$$

所以 $10(\bar{X}-1)^2 + 9S^2 \sim \chi^2(10)$