小球碰撞模型的物理分析、算法设计和基于OpenGL的可视化实现

小组成员：朱宝林、尤比佳、林佳诚、张宏彬

指导老师：黄罗华

摘要：

关键词：

一、研究背景

经过几个世纪的发展，数学、物理等基础学科理论已日益完善。随着研究内容越来越深入，其高度抽象的公式无法直观理解，复杂的计算难以靠人力来完成。现代科学研究常以数学、物理等基础学科作为理论基础，而将计算机作为计算和可视化工具。此次研究性学习，我们选取物理学的经典模型——小球碰撞为研究对象，进行物理理论分析，并尝试在计算机上模拟实现以此模型为基础的一些应用场景。

小球碰撞模型在物理研究中具有重要意义。物理学的一个重要方法是理想化模型。当物体自身形状可以忽略时，常常将其简化为小球或质点进行处理。借助小球碰撞模型，物理学家对理想气体的微观运动进行了深入探索。小球碰撞模型还在化学反应动态过程、元素相变、最密堆积问题、天体物理等领域具有广泛应用。

在现代科学研究中，计算机已经成为不可或缺的一环。计算机凭借其强大的性能和高效的算法，能够快速处理海量数据并得到准确的结果。利用可视化技术，研究人员得以实时观察数据情况，获得直观感受。

二、研究目的与意义

通过此次研究，我们希望深入探索小球碰撞这一经典模型，学习物理研究的基本方法；探索在计算机上模拟物理过程，学习使用算法处理大量数据；学习使用图形库将研究结果可视化；学习运用科学研究方法探索、分析并解决问题，实际体验科学研究过程。这将极大地培养我们的和科学研究能力，为我们将来从事科学研究工作打下坚实基础。

三、研究内容

物理：刚性小球碰撞模型：物体模型、状态模型、过程模型

算法：碰撞检测、事件处理（排序）、驱动模拟

可视化：OpenGL库的使用

四、研究方法

实验法、文献研究法、模型方法、信息研究方法

五、成果正文

1. 物理分析
   1. 物理建模
      1. 物体模型
      2. 状态和过程模型
   2. 过程分析
      1. 碰撞判断和时间计算
      2. 碰撞过程分析

任何维度的小球碰撞均可转化为沿球心连线方向的一维碰撞，在其他方向上运动状态不变。这是因为小球碰撞时，接触力的方向垂直于小球接触点的切面，也就是从接触点指向球心。

假设**t**时刻两小球发生碰撞，取该时刻小球位置矢量相减并归一化得到球心连线方向矢量

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （1.5） |

(\vec{loc\_1}-\vec{loc\_2}=\vec{r})

将两小球的速度与方向矢量点乘得到速度在球心连线方向的分量

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （1.6） |

（\vec{v\_1}\ \cdot \vec{r}=v\_{10}）

在球心连线方向上（一维空间）处理小球碰撞，应用用《力学》中联立动量、动能守恒方程得到的一维碰撞解

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （1.7） |

(v\_1=\frac{(m\_1-m\_2)v\_{10}+2m\_2v\_{20}}{m\_1+m\_2})

计算该方向上速度变化量，将变化量乘以方向向量回到三维空间中，再叠加回原速度

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | （1.8） |

(\Delta{\vec{v\_1}}=(v\_1-v\_{10})\cdot\vec{r})

从而完成了一次小球碰撞的计算

* 1. 应用
     1. 台球
     2. 布朗运动

二、算法设计

2.1 抽象数据类型设计

为了使用计算机实现对上述物理过程的运算，并将其运用到更多模型中，我们对相关数据进行了抽象，封装成抽象数据类型以方便使用。

我们定义了以下数据类型及其API

小球和墙类：只储存数据

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Ball类 |  |  |
|  | Ball |  |
| glm::vec3 | loc |  |
| glm::vec3 | vel |  |
| double | r |  |
| double | m |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

（为了简化运算，我们在Ball类中使用了GLM数学库中的向量vec3类表示小球在世界空间中的位置和速度。）

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Wall类 |  |  |
|  | Wall(const glm::vec3 point, const glm::vec3 norvec) | 用空间中的点和法向量创建一个墙壁 |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

（Ball类是Wall类的友元，便于操作函数访问Wall的数据）

事件类：负责储存事件信息，并负责处理事件、更改小球和墙的数据

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Event类 |  |  |
|  | Wall(const glm::vec3 point, const glm::vec3 norvec) | 用空间中的点和法向量创建一个墙壁 |
|  |  |  |
| bool | is\_related(const Ball & ball) | 判断事件是否与该小球有关 |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

（Event）

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Event\_mgr类 | | |
|  | Event\_mgr() | 创建一个事件优先队列 |
| void | push(Event & event) | 将事件加入队列 |
| void | disable(const Ball & ball) | 删除所有与该小球有关的事件 |
| void | pop() | 处理并弹出队列顶端的事件 |
| void | handle(Event & event) | 处理指定事件 |
| void | delete(Event & event) | 指定删除某事件 |
|  |  |  |

2.2 面向对象程序设计

2.3 实现过程要点

2.3.1 事件

一次碰撞事件至少应当包含：发生碰撞的两个物体的信息，发生碰撞的时刻

事件类型：在我们构建的物理系统中，碰撞有小球之间的碰撞和小球和墙之间的碰撞，我们分别使类内bool类型成员type为0或1来表示。

事件有效：我们提出两种方法：①处理事件时判断有效性：在类内创建小球碰撞次数的记录。显然，如果在处理该事件时小球的累积碰撞次数发生了变化，即与事件中的记录不符，则在此事件发生前小球必定已经发生了碰撞，因此可以判断事件是否有效。②处理碰撞时删去无效事件：碰撞后，小球的运动轨迹发生改变，与该小球有关的事件均失效，因此可以在每次碰撞后标记或删去无效事件。我们预测：方法①具有更高的效率，方法②可以在一定程度上减少内存使用冗余。

事件时间：在优先队列中，事件按绝对时间进行排序，即从t=0的初状态开始的时间。timeToCollision方法仅能得到事件发生距离当前时刻的时间，在事件中记录时间时应当加上当前时刻的时间。

2.3.2 优先队列：STL库和自己编写

2.3.3

2.4 算法分析

2.5 优化方法

2.5.1

2.5.2

三、OpenGL可视化实现

3.1 模型构建

在我们构建的物理系统中，需要进行可视化的对象有：球、平面、长方体容器。为了便于处理，仅绘制坐标任意分量坐标绝对值小于1000的物体。

3.2 相机

3.3 效果

3.4

六、成果应用

七、感悟反思

八、参考文献

[1]Sedgewick.算法(第4版)[M].人民邮电出版社:北京,2012:0-636.

九、附录

课题框架：

2.算法分析

2.1时间驱动算法

小球队列

定步长，每/clock执行一次

刷新小球move(t)

4.应用和前景

4.1一个简单的桌球游戏

4.2模拟布朗运动

花粉粒子受水分子撞击而随机运动

4.3在统计物理中应用小球碰撞模型

课题背景：要点：经典问题，基础却重要，结合计算机，体会信息技术在科学研究中的应用

小球碰撞是物理领域的经典模型。许多复杂的物理问题，诸如理想气体分子间相互作用、最密堆积问题、布朗运动等都以小球碰撞为基础。计算机也在科学研究中占有越来越重要的地位，高效的算法能够迅速计算大量数据，使得模拟星系、气体分子系统等成为可能。研究基础问题，将大大加深我们对

标准球台

（一）斯诺克台面规格

斯诺克球台

斯诺克球台

标准球台的内沿竞赛面积为3569毫米×1778毫米，误差不得超过正负13毫米。球桌的高度为851毫米至876毫米（从地板到台框边）。球桌的四周各有一个球袋（两个位于置球点一端的叫顶袋，两个位于罚球区一端的叫底袋）；另外在球台的两个长边正中心各有一个袋口（称为中袋）。袋口的宽度应符合世界职业比列式及斯诺克桌球联合会（ WPBSA）确定的规范（最近距离85.0毫米）。

（二）开球线与底区

距离底岸内沿737毫米、画一直线平行于底岸，称为开球线；开球线与底岸之间的区域为底区。

（三）开球区

在底区内，以开球线的中点为圆心，以292毫米为半径画出的半圆形为开球区。

（四）置球点

球台上有四个置球点位于纵向中心线上，其中：黑球点：距顶岸垂直距离为324毫米。蓝球点：球桌正中心。粉球点：顶岸与蓝球点连线的正中点。棕球点：开球线的中心点。

球、球杆与辅助器械

（一）球

斯诺克台球: 直径:52.5mm 重量:154.5g（二）球杆

1、15只红球相互紧贴成等边三角形摆在红球区；三角架顶点的那只红球位于球台中心线，并尽可能靠近粉色球，但不得相贴；三角架的底线与顶岸平行。

每个球的直径为52.5mm,

从30.5 cm高度自由掉落的[桌球](https://www.knowpia.cn/pages/%E6%A1%8C%E7%90%83)，当碰撞到标准[钢铁](https://www.knowpia.cn/pages/%E9%8B%BC%E9%90%B5)板块后，应该弹回至24–26 cm高度，这对应为恢复系数在0.89与0.92之间

杆头（细端）直径在9－12mm左右