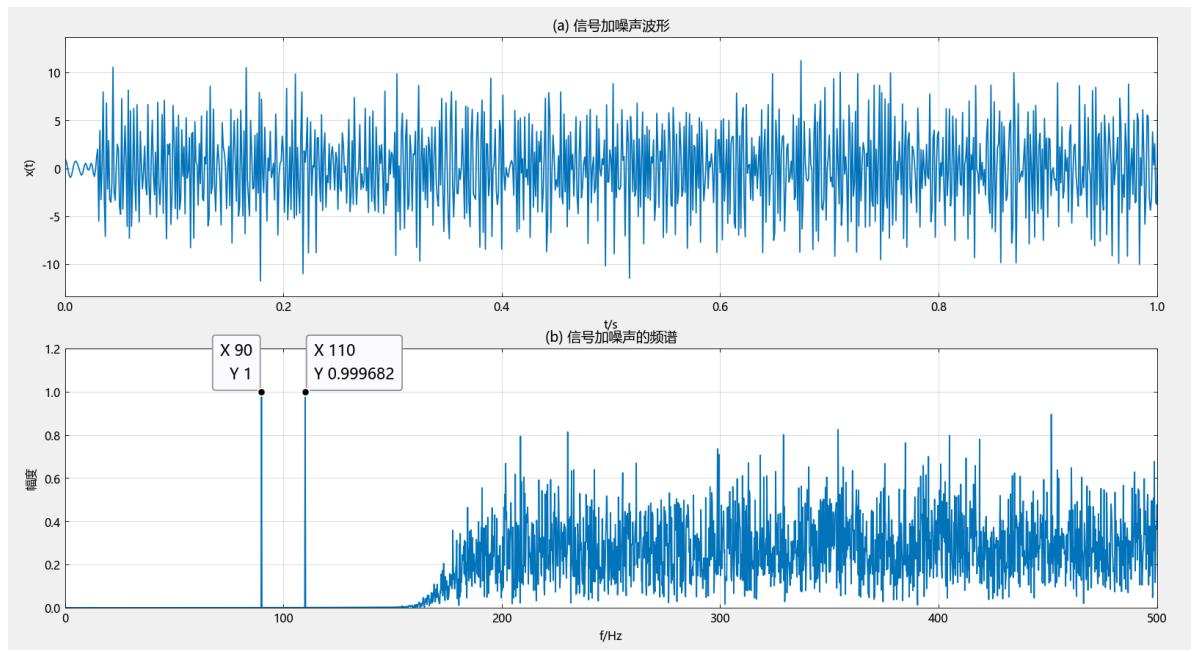


# 实验四：FIR数字滤波器设计与软件实现

## 任务一：给定一个具有加性噪声的信号x(t)

```
1 %experiment4_1
2 %加性噪声信号x(t)产生，并显示信号的幅频特性曲线
3 %载入一个长度为N，有加性高频噪声的单频调幅信号xt，采样频率Fs=1000Hz
4 %载波频率fc=Fs/10=100Hz，调制正弦波频率f0=fc/10=10Hz。
5 load('xt.mat');
6 N=length(xt);
7 Fs=1000;T=1/Fs;Tp=N*T;
8 t=0:T:(N-1)*T;
9 fst=fft(xt,N);k=0:N-1;f=k/Tp;
10 subplot(2,1,1);plot(t,xt);grid;xlabel('t/s');ylabel('x(t)');
11 axis([0,Tp/5,min(xt),max(xt)]);title('(a) 信号加噪声波形')
12 subplot(2,1,2);plot(f,abs(fst)/max(abs(fst)));grid;title('(b) 信号加噪声的频
13 谱')
14 axis([0,Fs/2,0,1.2]);xlabel('f/Hz');ylabel('幅度')
```



从信号加噪声的频谱中可以看到在噪声淹没了一个载波频率100Hz，带宽20Hz的双边带调幅信号(DSB)，下面用窗函数设计法设计FIR低通滤波器并分离出该调幅信号。

## 任务二：用窗函数设计法设计FIR低通滤波器

### 1. 滤波器指标选择

根据实验要求，选择滤波器指标参数：通带截止频率 $f_p = 120\text{Hz}$ ，阻带截止频率 $f_s = 150\text{Hz}$ 。换算成数字频率，通带截止频率 $\omega_p = 2\pi f_p T = 0.24\pi$ ，通带最大衰为0.1 dB；阻带截至频率 $\omega_s = 2\pi f_s T = 0.3\pi$ ，阻带最小衰为60 dB。

### 2. 构造希望逼近的理想滤波器

理想低通滤波器频率响应应满足：

$$H_d(e^{jw}) = \begin{cases} 1, & |w| \leq w_c \\ 0, & w_c < |w| \leq \pi \end{cases}$$

$H_d(e^{jw})$ 为线性相位理想滤波器。由理论课知道，理想滤波器的截止频率 $w_c$ 近似位于最终设计的FIRDF的过渡带的中心频率点，幅度函数衰减一半（约-6 dB）。所以如果设计指标给定通带边界频率 $w_p$ 和阻带边界频率 $w_s$ ，一般取：

$$w_c = \frac{w_p + w_s}{2}$$

### 3. 选取窗函数类型

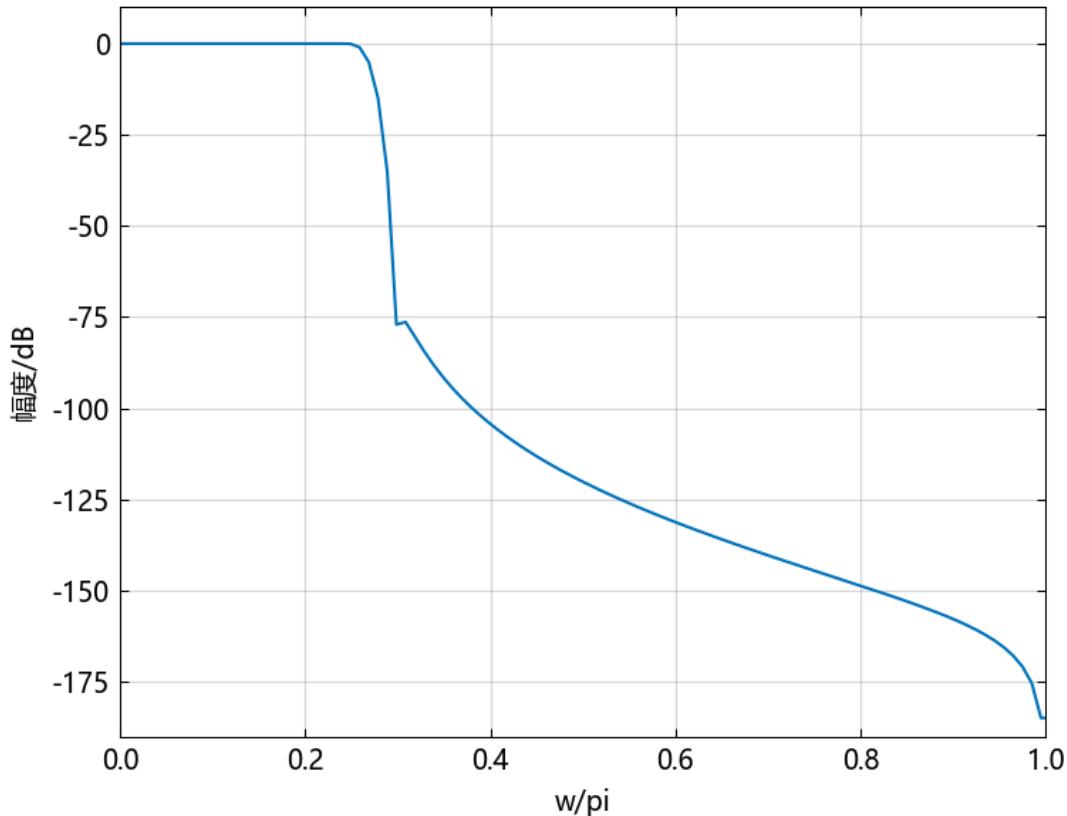
由阻带最小衰60 dB，选择布莱克曼，其过渡带宽是 $12\pi/N$ ；由通带截止频率 $\omega_p = 0.24\pi$ 、阻带截止频率 $\omega_s = 0.3\pi$ ，代入公式：

$$\frac{12\pi}{N} \geq |w_p - w_s|$$

得到 $N \geq 200$ ，所以窗函数阶数最终选择M=201。

```
1 %experiment4_2
2 %设计布莱克曼窗的低通FIR滤波器
3 clear,clic,clf
4
5 Fs=1000;T=1/Fs;
6 %==设置截止频率、滤波器阶数等参数
7 fp=120;fs=150;%模拟通带截止频率和阻带截止频率
8 wp=2*pi*fp*T;ws=2*pi*fs*T;%数字通带截止频率和阻带截止频率
9 wc=(wp+ws)/2;%理想滤波器的截止频率
10 M=201;%滤波器阶数
11
12 %==生成低通的布莱克曼窗的低通FIR滤波器
13 hn=fir1(M-1,wc/pi,blackman(M));%返回理想滤波器截止频率为wc的M阶FIR低通滤波器的单位脉冲响应hn,
14 Hk=fft(hn,M); %注意wc为对pi归一化的数字角频谱, M-1是hn序列最后一项的时间坐标
15
16 %==绘图显示滤波器的频响特性曲线
17 wz=(0:M-1)*2*pi/M;
18 plot(wz/pi,20*log10(abs(Hk)/max(abs(Hk))));grid on
19 xlabel('w/pi');ylabel('幅度/dB');title('布莱克曼窗的低通FIR滤波器的频响特性曲线')
20 axis([0,1,-190,10])
```

### 布莱克曼窗的低通FIR滤波器的频响特性曲线



### 任务三：用设计好的FIRDF对x(t)滤波

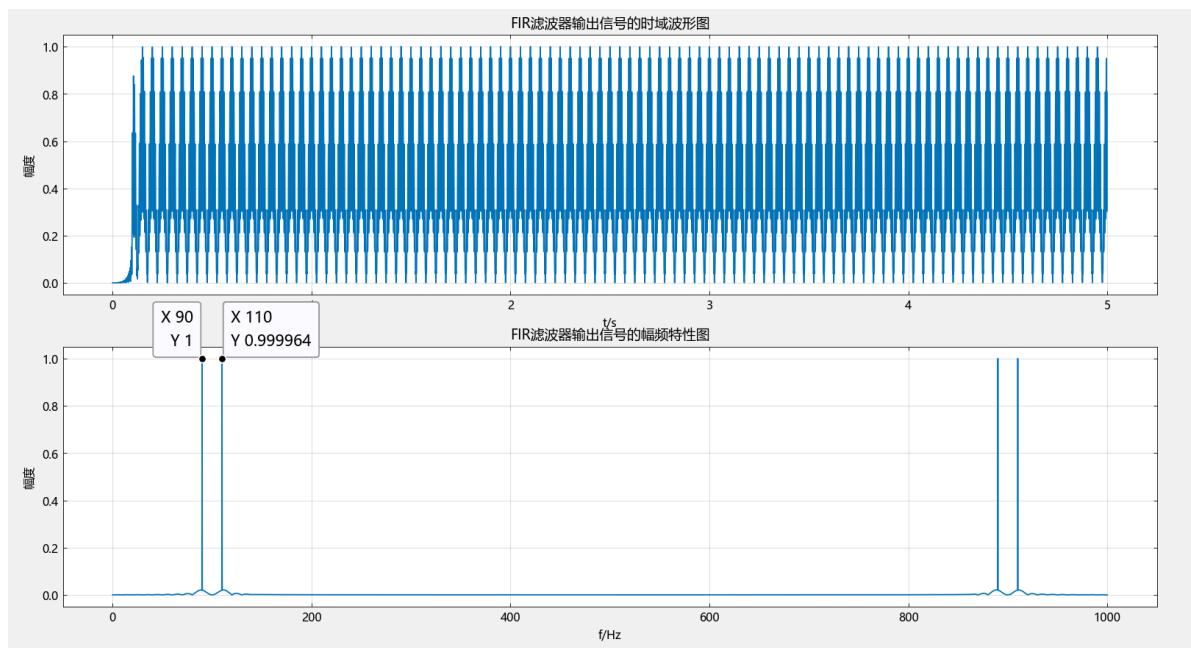
重叠相加法把超级长的输入序列分成相等的几段，每一段分别与系统单位序列响应求线性卷积，再把最终结果相加得到系统的响应。其中线性卷积可以用圆周卷积来计算。用fftfilt()函数可实现重叠相加法卷积。

```
1 %experiment4_3
2 %用设计好的FIR滤波器对xt滤波
3 clear,clic,clf
4
5 %==载入待滤波的序列xt
6 load('xt.mat');
7
8 %==设计布莱克曼窗的低通FIR滤波器
9 Fs=1000;T=1/Fs;%采样频率、采样周期
10 %==设置截止频率、滤波器阶数等参数
11 fp=120;fs=150;%模拟通带截止频率和阻带截止频率
12 wp=2*pi*fp*T;ws=2*pi*fs*T;%数字通带截止频率和阻带截止频率
13 wc=(wp+ws)/2;%理想滤波器的截止频率
14 M=201;%滤波器阶数
15 %==生成低通的布莱克曼窗的低通FIR滤波器
16 hn=fir1(M-1,wc/pi,blackman(M));%返回理想滤波器截止频率为wc的M阶FIR低通滤波器的单位脉冲响应hn
17 Hk=fftfilt(hn,M);
18
19 %==滤波(卷积)
```

```

20 yn=fftfilt(hn,xt);%用重叠相加法实现卷积的计算, hn是单位脉冲响应, 默认输入序列xt的分段长
度为512
21 N=length(yn);
22 Yk=fft(yn,N);
23
24 %==绘制FIR滤波器输出信号的幅频特性图和时域波形图
25 t=(0:N-1)*T;
26 f=(0:N-1)/N/T;
27 subplot(211)
28 plot(t,abs(yn));grid on
29 xlabel('t/s');ylabel('幅度');title('FIR滤波器输出信号的时域波形图')
30 subplot(212)
31 plot(f,abs(Yk)/max(abs(Yk)));grid on
32 xlabel('f/Hz');ylabel('幅度');title('FIR滤波器输出信号的幅频特性图')

```



上图表明，任务二设计好的FIR滤波器成功分离出载波频率100Hz，带宽20Hz的调幅信号。右侧的两根频谱是对称的负频率。

## 思考题

理想滤波器的截止频率可以设置在过渡带的中间位置，以确保在过渡带内频率响应平滑过渡。

因此：

- 下截止频率 $\omega_{cl} = \omega_{su} + (\Delta\omega_l)/2 = \omega_{su} + (\omega_{pu} - \omega_{su})/2 = (\omega_{pu} + \omega_{su})/2$
- 上截止频率 $\omega_{cu} = \omega_{pl} + (\Delta\omega_u)/2 = \omega_{pl} + (\omega_{sl} - \omega_{pl})/2 = (\omega_{pl} + \omega_{sl})/2$

这样，理想带通滤波器的频率响应在 $\omega_{cl}$ 和 $\omega_{cu}$ 之间为通带，而在 $\omega_{su}$ 和 $\omega_{sl}$ 之外为阻带。

# 遇到的问题

1. fir1()函数的第二个参数应当是理想滤波器截止频率wc对pi归一化的数字角频谱，第一次使用时，在第二个参数位置直接放了wc，错误代码如下：

```
1 %==生成低通的布莱克曼窗的低通FIR滤波器  
2 hn=fir1(M-1,wc,blackman(M));%返回理想滤波器截止频率为wc的M阶FIR低通滤波器的单位脉冲响应hn,
```

2. fir1()函数的第一个参数是单位序列响应长度减一，即滤波器的阶数减一，表示hn序列最后一项的时间坐标；第一次使用时把第一个参数当做滤波器阶数了。错误代码如下：

```
1 %==生成低通的布莱克曼窗的低通FIR滤波器  
2 hn=fir1(M,wc/pi,blackman(M));%返回理想滤波器截止频率为wc的M阶FIR低通滤波器的单位脉冲响应hn,
```

3. 用重叠相加法实现卷积的计算时，因为理论课上没有学习过用重叠相加法实现卷积的计算的内容，所以误认为fftfilt()函数的第三个参数是滤波器的阶数或者对xt的截断点数，此时滤波的结果不对。查阅了理论课老师推荐的西电的数字信号处理教材，学习了解了重叠相加法的原理后，明白了第三个参数的含义是用户选择的输入序列xt的分段长度，缺省M时，默认分段长度为512.错误代码如下：

```
1 %==滤波(卷积)  
2 yn=fftfilt(hn,xt,M);%用重叠相加法实现卷积的计算，M是滤波器阶数
```

4. 第一次对滤波器响应yn作FFT时，把yn的长度理解成了hn的长度M。yn是线性卷积的结果，其长度应当是M+N-1，或者用length(yn)得出yn的长度后再做FFT。错误代码如下：

```
1 %==滤波(卷积)  
2 yn=fftfilt(hn,xt);%用重叠相加法实现卷积的计算，hn是单位脉冲响应，默认输入序列xt的分段长度为512  
3 Yk=fft(yn,M);
```