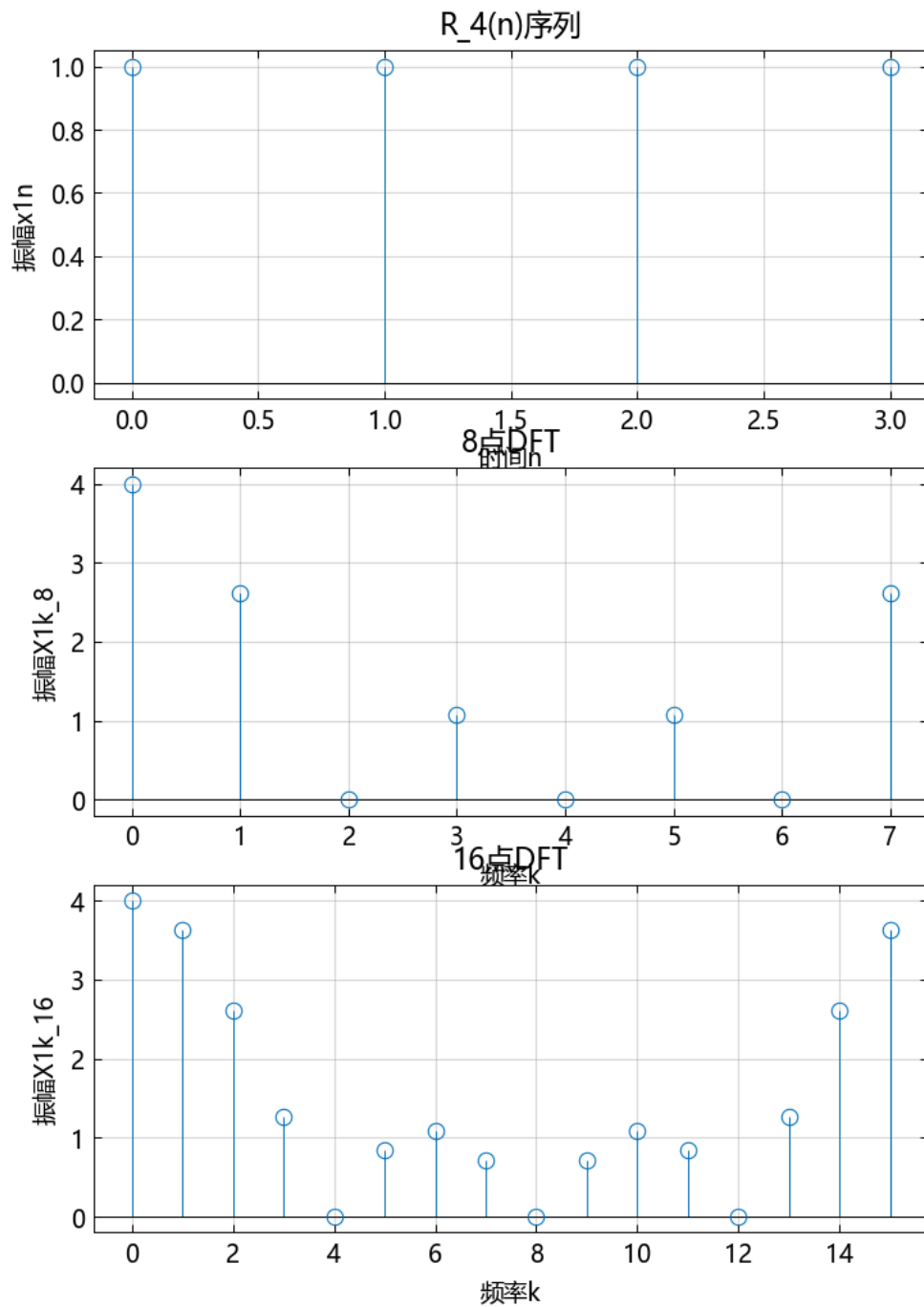


# 实验二：用FFT对信号作频谱分析

## 任务一：对非周期序列进行谱分析

1.

```
1  %experiment2_1_1
2  clear,clc,clf
3
4  x1n=[1 1 1 1];
5  n=0:3;
6  x1k_8=fft(x1n,8);%对x1n进行8点的DFT
7  k_8=0:7;
8  x1k_16=fft(x1n,16);%对x1n进行16点的DFT
9  k_16=0:15;
10
11 subplot(311)
12 stem(n,x1n),title('R_4(n)序列'),xlabel('时间n'),ylabel('振幅x1n')
13 grid on
14 subplot(312)
15 stem(k_8,abs(x1k_8)),title('8点DFT'),xlabel('频率k'),ylabel('振幅x1k_8')
16 grid on
17 subplot(313)
18 stem(k_16,abs(x1k_16)),title('16点DFT'),xlabel('频率k'),ylabel('振幅x1k_16')
19 grid on
```



2.

```

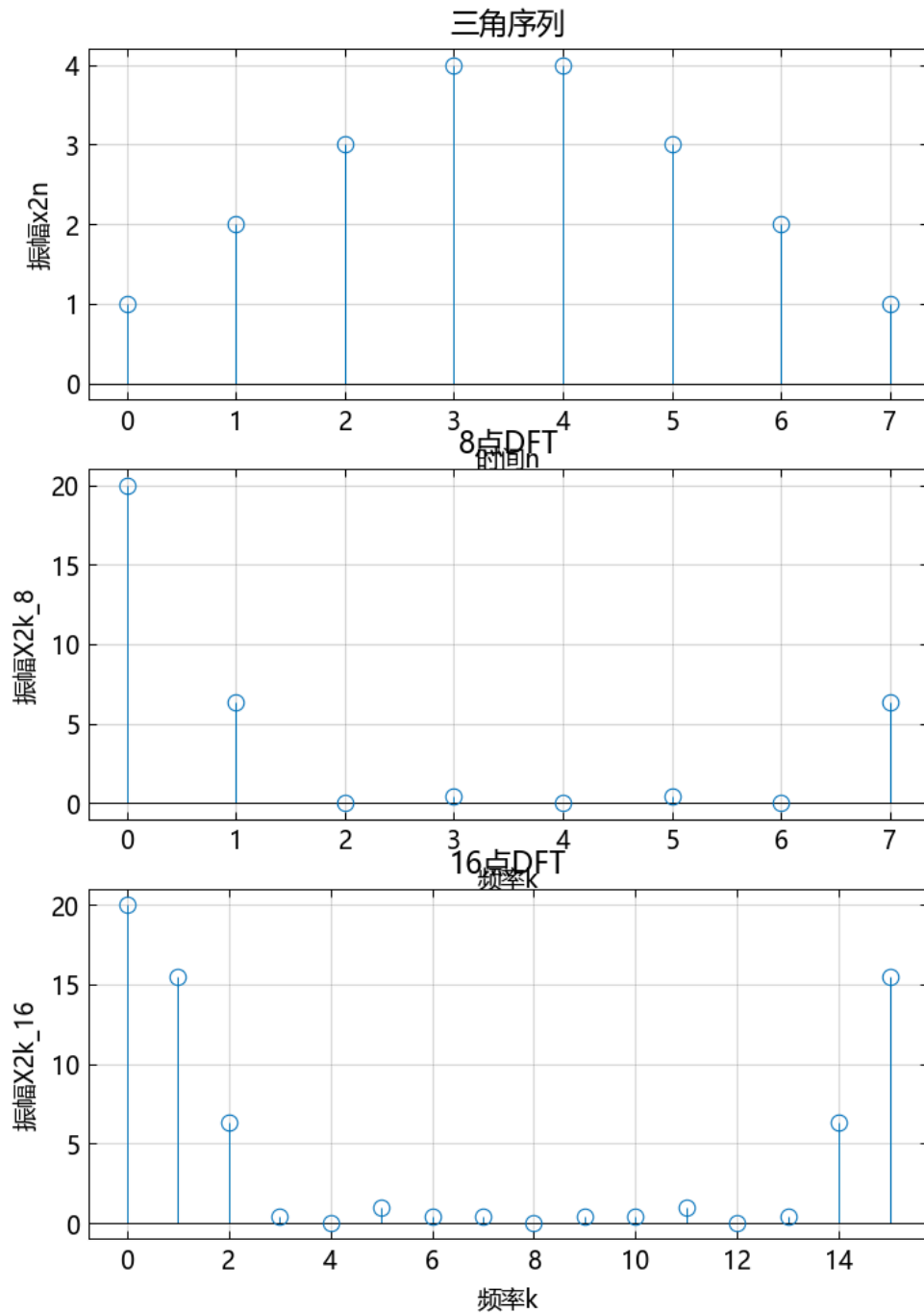
1  %experiment2_1_2
2  clear,clc,clf
3
4  x2n=[1 2 3 4 4 3 2 1];
5  n=0:7;
6  x2k_8=fft(x2n,8);%对x2n进行8点的DFT
7  k_8=0:7;
8  x2k_16=fft(x2n,16);%对x2n进行16点的DFT
9  k_16=0:15;
10
11 subplot(311)
12 stem(n,x2n),title('三角序列'),xlabel('时间n'),ylabel('振幅x2n')

```

```

13 grid on
14 subplot(312)
15 stem(k_8,abs(x2k_8)),title('8点DFT'),xlabel('频率k'),ylabel('振幅x2k_8')
16 grid on
17 subplot(313)
18 stem(k_16,abs(x2k_16)),title('16点DFT'),xlabel('频率k'),ylabel('振幅x2k_16')
19 grid on

```



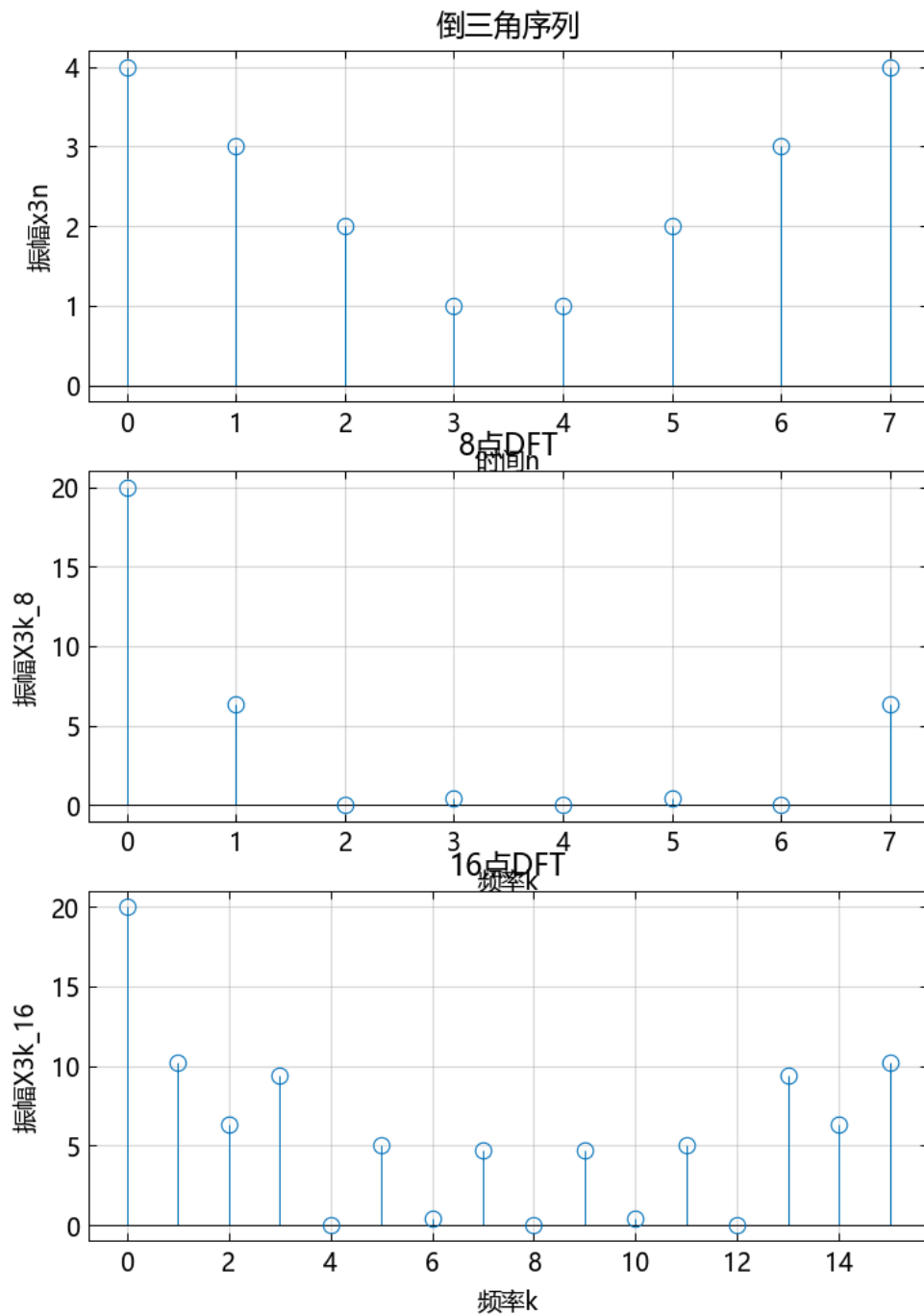
3.

```

1 %experiment2_1_3
2 clear,clc,clf
3
4 x3n=[4 3 2 1 1 2 3 4];

```

```
5 n=0:7;
6 x3k_8=fft(x3n,8);%对x3n进行8点的DFT
7 k_8=0:7;
8 x3k_16=fft(x3n,16);%对x3n进行16点的DFT
9 k_16=0:15;
10
11 subplot(311)
12 stem(n,x3n),title('倒三角序列'),xlabel('时间n'),ylabel('振幅x3n')
13 grid on
14 subplot(312)
15 stem(k_8,abs(x3k_8)),title('8点DFT'),xlabel('频率k'),ylabel('振幅x3k_8')
16 grid on
17 subplot(313)
18 stem(k_16,abs(x3k_16)),title('16点DFT'),xlabel('频率k'),ylabel('振幅x3k_16')
19 grid on
```



## 任务二：对周期序列进行谱分析

1.

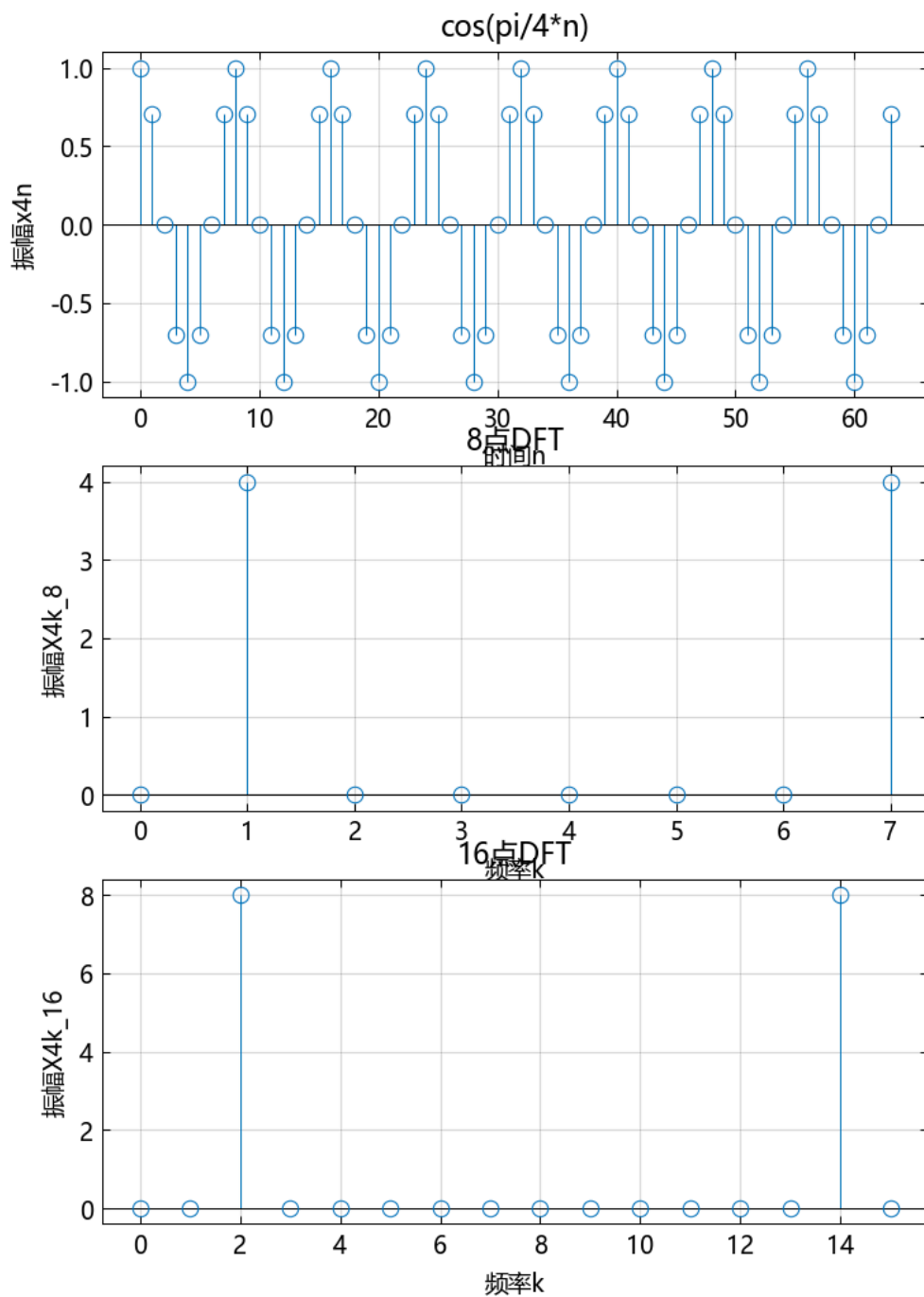
```

1  %experiment2_2_1
2  clear,clc,clf
3
4  n=0:63;%选取64个点来表示周期信号 $\cos(\pi/4 \cdot n)$ 
5  x4n=cos(pi/4*n);
6  x4k_8=fft(x4n,8); %由于周期信号的DTFT由离散时间傅里叶级数而来，所以是离散谱，
7  k_8=0:7;          %仅在 $2\pi/N$ 处有值（N为周期信号的基波周期）
  
```

```

8 x4k_16=fft(x4n,16);%因此，需要将采样点数设置成整数倍周期N的长度进行频率采样，来避免频谱
  泄露和失真
9 k_16=0:15;          %即将DFT点数设置成整数倍周期N的长度
10                     %在此例中N=8，所以采样点数可以取8,16,32, ...
11
12 subplot(311)
13 stem(n,x4n),title('cos(pi/4*n)'),xlabel('时间n'),ylabel('振幅x4n')
14 grid on
15 subplot(312)
16 stem(k_8,abs(x4k_8)),title('8点DFT'),xlabel('频率k'),ylabel('振幅x4k_8')
17 grid on
18 subplot(313)
19 stem(k_16,abs(x4k_16)),title('16点DFT'),xlabel('频率k'),ylabel('振幅x4k_16')
20 grid on

```



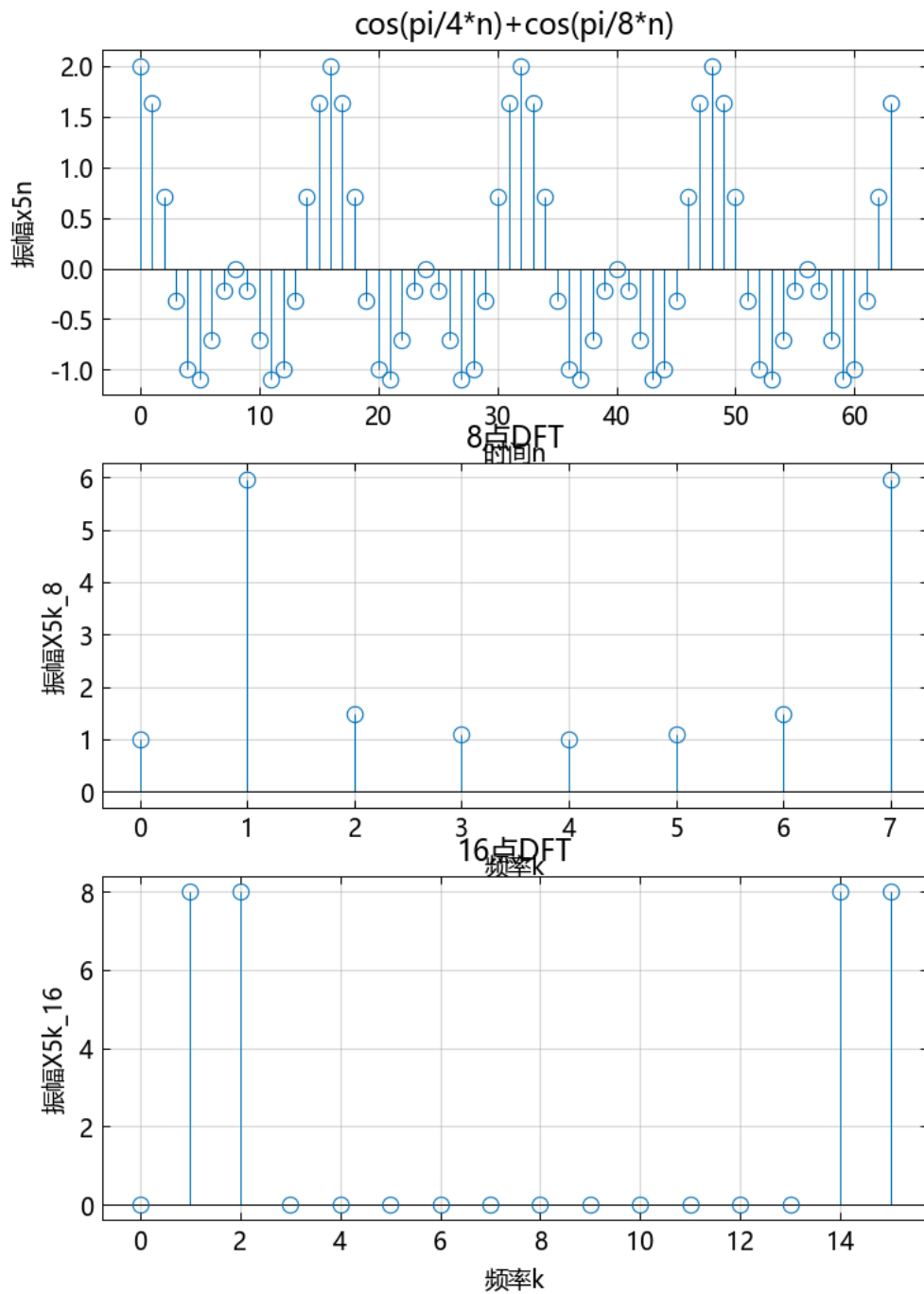
由于周期信号的DTFT由离散时间傅里叶级数而来，所以是离散谱，仅在 $2\pi/N$ 处有值（N为周期信号的基波周期）。因此，需要将采样点数设置成整数倍周期N的长度进行频率采样，即将点数设置成整数倍周期N的长度进行DFT。在此例中N=8，所以采样点数可以取8,16,32, ...

在8点DFT下， $(2 * \pi/8)k = (\pi/4)k$ ，频谱在k=1处有值，表明时间信号的周期是 $\pi/4$ ，与原信号 $\cos(\pi/4 * n)$ 相符。在k=7处的频率为负频率；

在16点DFT下， $(2 * \pi/16)k = (\pi/8)k$ ，频谱在k=2处有值，表明时间信号的周期是 $\pi/4$ ，与原信号 $\cos(\pi/4 * n)$ 相符。在k=14处的频率为负频率。

2.

```
1 %experiment2_2_2
2 clear,clc,clf
3
4 n=0:63;%选取64个点来表示周期信号cos(pi/4*n)+cos(pi/8*n)
5 x5n=cos(pi/4*n)+cos(pi/8*n);
6 x5k_8=fft(x5n,8); %由于周期信号的DTFT由离散时间傅里叶级数而来，所以是离散谱，
7 k_8=0:7; %仅在2*pi/N处有值（N为周期信号的基波周期）
8 x5k_16=fft(x5n,16);%因此，需要将采样点数设置成整数倍周期N的长度进行频率采样，来避免频谱
%泄露和失真
9 k_16=0:15; %即将DFT点数设置成整数倍周期N的长度
10 %在此例中N=16，所以采样点数可以取16,32,64...
11
12 subplot(311)
13 stem(n,x5n),title('cos(pi/4*n)+cos(pi/8*n)'),xlabel('时间n'),ylabel('振幅x5n')
14 grid on
15 subplot(312)
16 stem(k_8,abs(x5k_8)),title('8点DFT'),xlabel('频率k'),ylabel('振幅x5k_8')
17 grid on
18 subplot(313)
19 stem(k_16,abs(x5k_16)),title('16点DFT'),xlabel('频率k'),ylabel('振幅x5k_16')
20 grid on
```



在此例中 $N=16$ ，采样点数可以取16,32,64...，**但是不能取8。**

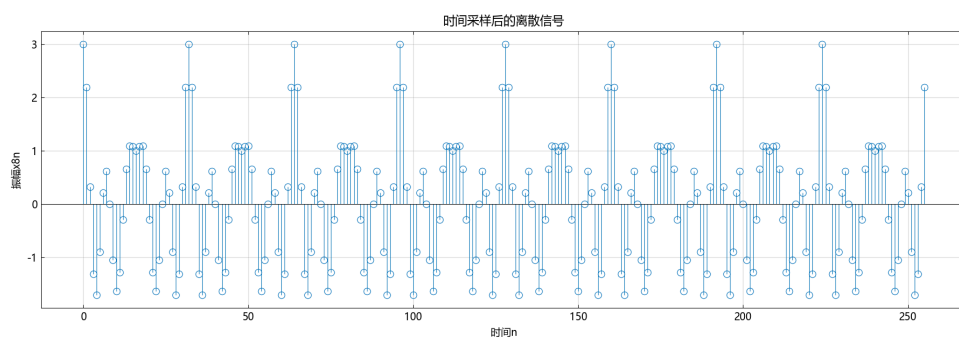
在8点DFT下，**采样失真**；

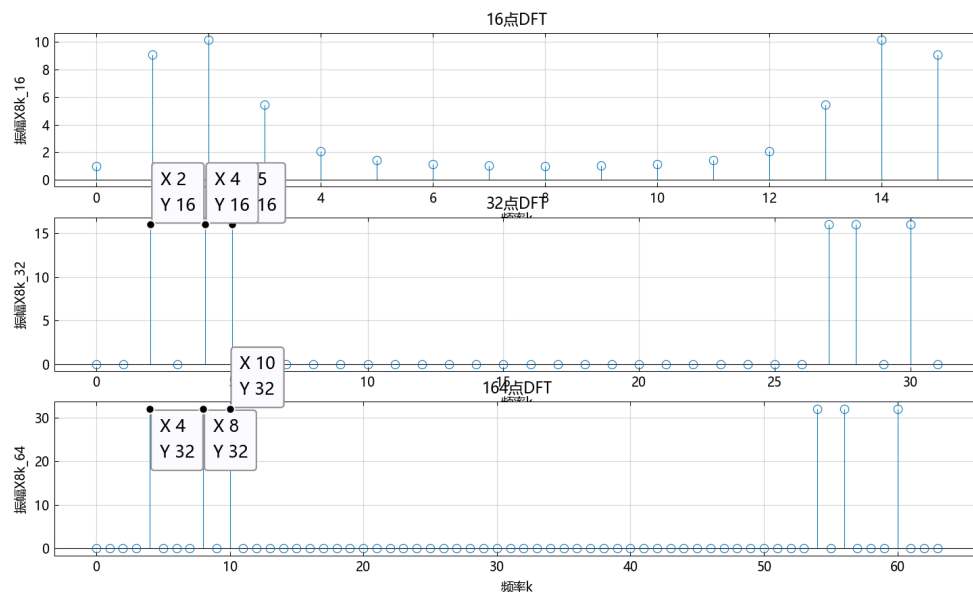
在16点DFT下， $(2 * \pi / 16)k = (\pi / 8)k$ ，频谱在 $k=1$ 处有值表明时间信号的一个分的量周期是 $\pi/8$ ，频谱在 $k=2$ 处有值表明时间信号的一个分的量周期是 $\pi/4$ ，与原信号  $\cos(\pi/4 * n) + \cos(\pi/8 * n)$ 相符。在 $k=14$ 和 $15$ 处的频率为相应的负频率。



## 任务三：对模拟周期信号进行谱分析

```
1 %experiment2_3
2 clear,clc,clf
3
4 %时域采样
5 Fs=64;
6 T=1/Fs;%采样周期
7 n=0:255;%选取256个点来表示周期信号
8 x8n=cos(8*pi*T*n)+cos(16*pi*T*n)+cos(20*pi*T*n);
9 %x8n=cos(pi/8*n)+cos(pi/4*n)+cos(5*pi/16*n)
10 %各分量的周期: 16      8      32
11 %所以N=32, 所以采样点数可以选取32,64,96,128,...
12
13 %频率采样
14 x8k_16=fft(x8n,16);%16点DFT
15 k_16=0:15;
16 x8k_32=fft(x8n,32);%32点DFT
17 k_32=0:31;
18 x8k_64=fft(x8n,64);%64点DFT
19 k_64=0:63;
20
21 figure(1)
22 stem(n,x8n),title('时间采样后的离散信号'),xlabel('时间n'),ylabel('振幅x8n')
23 grid on
24 figure(2)
25 subplot(311)
26 stem(k_16,abs(x8k_16)),title('16点DFT'),xlabel('频率k'),ylabel('振幅x8k_16')
27 grid on
28 subplot(312)
29 stem(k_32,abs(x8k_32)),title('32点DFT'),xlabel('频率k'),ylabel('振幅x8k_32')
30 grid on
31 subplot(313)
32 stem(k_64,abs(x8k_64)),title('64点DFT'),xlabel('频率k'),ylabel('振幅x8k_64')
33 grid on
```





在此例中 $N=32$ ，所以采样点数可以选取32,64,96,128,...**但是不能取16。**

在16点DFT下，**采样失真**；

在32点DFT下， $(2 * \pi / 32)k = (\pi / 16)k$ ，频谱在 $k=2$ 处有值表明时间信号的一个分的量周期是 $\pi/8$ ，频谱在 $k=4$ 处有值表明时间信号的一个分的量周期是 $\pi/4$ ，频谱在 $k=5$ 处有值表明时间信号的一个分的量周期是 $5\pi/16$ ，与时间采样后的原信号 $\cos(\pi/8 * n) + \cos(\pi/4 * n) + \cos(5 * \pi/16 * n)$ 相符；

在64点DFT下， $(2 * \pi / 64)k = (\pi / 32)k$ ，频谱在 $k=4$ 处有值表明时间信号的一个分的量周期是 $\pi/8$ ，频谱在 $k=8$ 处有值表明时间信号的一个分的量周期是 $\pi/4$ ，频谱在 $k=10$ 处有值表明时间信号的一个分的量周期是 $5\pi/16$ ，与时间采样后的原信号 $\cos(\pi/8 * n) + \cos(\pi/4 * n) + \cos(5 * \pi/16 * n)$ 相符。

## 思考题

1. 自相关函数估计周期：首先，可以通过计算信号的自相关函数来估算信号的周期。自相关函数衡量信号在不同时间延迟下的相似度，当延迟等于信号的周期时，自相关函数的值会达到最大值。通过找到自相关函数的峰值位置，可以大致估计出信号的周期；
2. 截取信号并进行FFT：一旦估计出信号的周期，可以截取该周期长度的信号段进行离散傅里叶变换（DFT），然后使用FFT算法进行计算。如果信号的截取长度是周期的整数倍，则可以较准确地表示信号的频谱结构；
3. 比较不同长度的FFT结果：为了验证所估计的周期是否准确，可以先截取较短的信号段（例如M点）进行FFT，然后逐步增加截取长度（例如将截取长度扩大一倍），再次进行FFT。比较不同长度下的频谱结果，如果两次结果的差别在允许的误差范围内，则可以认为所估计的周期是合理的。