

4.

1.		$\varphi$	
2.		$\varphi$	R 1
3.		$\varphi$	
4.		$\varphi$	R 3
5.		$\varphi \leftrightarrow \varphi$	$\leftrightarrow I$ 1-2, 3-4

$$(b) \quad \varphi \sim \psi \equiv \varphi \leftrightarrow \psi$$

1.		$\varphi \leftrightarrow \psi$	
2.		$\varphi$	
3.		$\varphi \leftrightarrow \psi$	R 1
4.		$\psi$	$\leftrightarrow E$ 2, 3
5.		$\psi$	
6.		$\varphi \leftrightarrow \psi$	R 1
7.		$\varphi$	$\leftrightarrow E$ 5, 6

$$8. \quad \psi \leftrightarrow \varphi \quad \leftrightarrow I \text{ 2-4, 5, 7}$$

$$\therefore \psi \sim \varphi$$

$$(c) \quad \varphi \sim \psi \equiv \varphi \leftrightarrow \psi \quad \psi \sim \chi \equiv \psi \leftrightarrow \chi$$

1.		$\varphi \leftrightarrow \psi$	
2.		$\psi \leftrightarrow \chi$	
3.		$\varphi$	
4.		$\varphi \leftrightarrow \psi$	R 1
5.		$\psi \leftrightarrow \chi$	R 2
6.		$\psi$	$\leftrightarrow E$ 3, 4
7.		$\chi$	$\leftrightarrow E$ 5, 6
8.		$\varphi \rightarrow \chi$	$\rightarrow I$ 3, 7