CH1 ondes et particules

P2 Énergie du photon : $E = hf = \hbar\omega$. $h = 6.63 \times 10^{-34} Js$

P10 Einstein-Planck : $E = \hbar\omega$, $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ ($E = pc$).
Relation de de Broglie : $\boxed{\lambda = \frac{h}{p}}$.
Méthode : estimation $\lambda = h/p = h/mv$.

P16 $\psi(M,t)$ amplitude de probabilité. dim : $L^{-3/2}$ (espace).
$\rho(M,t) = |\psi|^2 = \psi^*\psi$ densité de probabilité. dim : L^{-3}.
dim1 : $dP_{x,t,dx} = \rho(x,t)dx = |\psi(x,t)|^2 dx$.
dim3 :$dP_{M,t,dV_M} = \rho(M,t)dV_M = |\psi(M,t)|^2 dV_M$.
Proba dans V : $P_{t,V} = \int_V \rho(M,t)dV_M$.

P17 Normalisation : $\int_E |\psi|^2 dV_M = 1$. Unidim : $E = \mathbb{R}$. Densité de probabilité invariante par multiplication par $e^{i\alpha}$.

P18 Notation de Dirac : $\langle\psi_1|\psi_2\rangle = \int \psi_1^*\psi_2 dV_M$. Propriétés : Hermitien sesquilinéaire à gauche. $||\psi|| = \sqrt{\langle\psi|\psi\rangle}$.

P19 Ortho : $\langle\psi_1|\psi_2\rangle = 0$. Normé : $\langle\psi_1|\psi_1\rangle = 1$.

P20 $\langle x\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x\rho(x,t)dx$.
$\langle \vec{OM}\rangle = \int \vec{OM}\rho(M,t)dV_M$ (3D).
$\Delta x = \sqrt{\langle x^2\rangle - \langle x\rangle^2}$.
$\langle f(M,t)\rangle = \int_E \psi^*(M,t)f(M,t)\psi(M,t)dx$

P21 Gauss 1D : $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$.
Normalisée. $\langle x\rangle = \mu$. $\Delta x = \sigma$.
Fonction d'onde gaussienne : $\psi_L(x) = \frac{1}{(2\pi L^2)^{1/4}}e^{-\frac{(x-x_0)^2}{4L^2}}$.
$|\psi_L|^2$ dist. de Gauss 1D. $\langle x\rangle = x_0$. $\Delta x = L$.

P22 Distribution de Dirac : $\delta(x - x_0) = \lim_{L\to 0}\psi_L^2(x)$.
Bien normalisée. $\delta(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{ikx}dk$.
Méthode échantillonnage : $f(x_0) = \int_{\mathbb{R}} f(x)\delta(x - x_0)dx$.
Positions et incertitudes $\langle x\rangle = x_0$. $\Delta x = 0$

P23 Onde de de Broglie : OPPM avec p et λ uniques. Cas 1D : $\psi_P(x,t) = A\exp\left[\frac{i}{\hbar}(px - Et)\right]$. $E = \frac{p^2}{2m}$.
3D : remplacer x par le vecteur position.

P24 OPPM normalisable si $x \in [-\frac{L_{max}}{2}, +\frac{L_{max}}{2}]$.
$\psi_P(x,t) = \frac{1}{\sqrt{L_{max}}}\exp\left[\frac{i}{\hbar}(px - Et)\right]$.
$L_{max} \gg \lambda_{\text{caractéristique}}$. Grandeurs physiques ne dépendent pas de L_{max}.

P27 Représentation impulsion, transformations de Fourier
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int_{-\infty}^{+\infty} g(p)e^{ipx/\hbar}dp$. $g(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-ipx/\hbar}dx$.

P32 Parseval-Plancherel :
$f_1(x) \leftrightarrow g_1(p)$; $f_2(x) \leftrightarrow g_2(p)$.
$\int_{-\infty}^{+\infty} f_1^* f_2 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} g_1^*(p)g_2(p)dp$.

P34 $f(x) \to \psi(x,t)$ $g(p) \to \phi(p,t)$. position/impulsion.

P36-37 Dirac : $\psi(x) = \delta(x - x_0)$.
$\phi(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}e^{-ipx_0/\hbar}$. $\begin{cases}\langle x\rangle = x_0\\ \Delta x = 0, \Delta p \to +\infty\end{cases}$
Broglie : $\psi(x) = Ae^{ip_0x/\hbar}e^{-iEt/\hbar}$.
$\phi(p) \propto \delta(p - p_0)$. $\begin{cases}\Delta x \to +\infty\\ \Delta p = 0, \langle p\rangle = p_0\end{cases}$.
Gauss : $\langle p\rangle = 0$. $\Delta p = \frac{\hbar}{2L}$. $\langle x\rangle = x_0$. $\Delta x = L$. $\boxed{\Delta x \cdot \Delta p = \frac{\hbar}{2}}$.

P38 Mesure d'impulsion $dP_{x,t,dx} = |\psi(x,t)|^2 dx$. $dP_{p,t,dp} = |\phi(p,t)|^2 dp$.

P39-40 $g(p) \Rightarrow \langle g\rangle = \int \phi^* g\phi dp$ $\Delta p = \sqrt{\langle p^2\rangle - \langle p\rangle^2}$.
$\langle p\rangle = \int \phi^* p\phi dp = \int \psi^*\hat{p}\psi dx$ avec $\boxed{\hat{p} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}}$ (1D).
En dim 3 les dérivées deviennent le gradient.

P43 : $\psi_{p_0}(x,t) = A\exp\frac{i}{\hbar}(p_0x - Et)$. $\hat{p}\psi_{p_0} = p_0\psi_{p_0}$.
État propre de $\hat{p}$, valeur propre p_0.

P45 : Inversement : $\hat{x} = i\hbar\frac{\partial}{\partial p}$.

P47 : Opérateurs. ① Position $x \to \hat{x}$.
② Potentielle : $V(x,t) \to \hat{V}(x,t)$.
③ $p \to -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$.
④ $E_{cinetique}$: $E_c = \frac{p^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}$.
⑤ $E_{mecanique}$: $\boxed{\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \hat{V}(x,t)}$
Hamiltonien.

P48-50 Heisenberg : $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ (Gaussienne $\to$ égalité). ODG : $\Delta x \cdot \Delta p \approx \hbar$.

P51-52 $\lambda \ll L$: classique | $\lambda \sim L$: quantique.

P56 : $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$.
ΔE : largeur spectrale d'un niveau d'énergie. Δt : durée de vie. La durée de vie est infinie dans un état stationnaire.

CH2 mécanique ond.

P3-4 : ES : $-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + V\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}$ (variables M, t).
$\boxed{\hat{H}\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}}$ $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi + V\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}$ (variable x, t).

P5 : Broglie : $V = 0$. ψ_P satisfait ES. $E = \frac{p^2}{2m}$.

P7-8 : $V(M,t) \to V(M)$. $\psi(M,t) = \tilde{\psi}(M)\chi(t)$.
$\psi(M,t) = \tilde{\psi}(M)\exp(-iEt/\hbar)$.

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\tilde{\psi}\frac{1}{\tilde{\psi}} + V = E = i\hbar\frac{1}{\chi(t)}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\chi(t)$$
$$\hat{H}\tilde{\psi} = E\tilde{\psi} \qquad \chi(t) = e^{-iEt/\hbar}$$

P9 ES indépendance de t. $\hat{H}\tilde{\psi} = E\tilde{\psi}$.
États propres $\to$ états stationnaires $\tilde{\psi}_n$.
Méthode : $\psi = \sum C_n\tilde{\psi}_n(M)e^{-iE_nt/\hbar}$.
Étape 1 : $\hat{H}\tilde{\psi}_n = E_n\tilde{\psi}_n$.
Étape 2 : $\psi(M, t = 0) = \sum C_n\tilde{\psi}_n(M)$ (Conditions initiales).
Étape 3 : $\psi(M,t) = \sum C_n\tilde{\psi}_n(M)e^{-iE_nt/\hbar}$.

P10 État stationnaire : valeur moyenne de toute grandeur phys. indépente de t.

P11 Courant de proba : $\vec{J} = \text{Re}\left(\frac{1}{m}\psi^*\hat{p}\psi\right)$.
$\vec{J} = \frac{\hbar}{2im}\left(\psi^*\vec{\text{grad}}\psi - \psi\vec{\text{grad}}\psi^*\right)$.

P15-16 Particule libre de potentiel nul
① $\hat{H}\tilde{\psi} = E\tilde{\psi} \to \psi_p = \exp(ipx/\hbar)$. $E = p^2/2m$.
② $\psi(x,0) = \int\frac{g(p)}{\sqrt{2\pi\hbar}}\psi_p dp$. $g(p)$ l'amplitude de proba de p.
$$\boxed{\psi(M, t = 0) = \sum_n C_n\tilde{\psi}_n(M)}$$
avec $C_n \leftrightarrow \frac{g(p)}{\sqrt{2\pi\hbar}}$
$$\boxed{\psi(M,t) = \sum_n C_n\tilde{\psi}_n(M)e^{-iE_nt/\hbar}}$$
③ $\psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int g(p)e^{\frac{ipx}{\hbar}}e^{\frac{-iEt}{\hbar}}dp$.

P19-20 Barrière de potentiel. Discontinuité finie/infinie.
applique $\int_{-\epsilon}^{\epsilon}$ à l'éq $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\tilde{\psi}}{dx^2} + V(x)\tilde{\psi} = E\tilde{\psi}$.
$\int_{-\epsilon}^{\epsilon}\frac{d^2\tilde{\psi}}{dx^2}dx = \boxed{[\tilde{\psi}']_{-\epsilon}^{\epsilon}} = -\frac{2m}{\hbar^2}\int_{-\epsilon}^{\epsilon}(E - V(x))\tilde{\psi}dx$.
$V(x)$ finie : $\tilde{\psi}'$ continue. Discontinue si $V(x)$ infinie.

P22-25 Marche de potentiel $0 < E < V_0$.
Faible énergie : $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi \Rightarrow \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m(E-V)}{\hbar^2}\psi = 0$.
$E > V \to e^{\pm ikx}$ oscillation. $E < V \to e^{\pm qx}$ exponentielle.
- $x < 0$. $V = 0, E > V$. $\psi = \alpha e^{ikx} + \beta e^{-ikx}$. $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$.
- $x > 0$. $V(x) = V_0, E < V_0$. $\psi(x) = \gamma e^{-qx}$. $q = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar}(V_0 - E)$.

(onde évanescente).
Continuïté en $x = 0$. ψ continue : $\alpha + \beta = \gamma$.
ψ' continue : $ik(\alpha - \beta) = -q\gamma$.
Courant : $\vec{J}_{\text{incident}} = |\alpha|^2\frac{\hbar k}{m}\vec{e_x}$.
$\vec{J}_{\text{réfléchi}} = -|\beta|^2\frac{\hbar k}{m}\vec{e_x}$. $R = |\frac{\beta}{\alpha}|^2 = 1$.
$\vec{J}_{\text{évanescente}} = 0$. Effet tunnel $L \approx \frac{1}{2q}$.

P26-27 Marche, $E > V_0$. Haute énergie
Même qu'avant sauf : $x > 0$. $\psi(x) = \gamma e^{ik'x}$. $k' = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar}(E - V_0)$.
Continuité : $\alpha + \beta = \gamma$ et $ik(\alpha - \beta) = ik'\gamma$.
$\vec{J}_i = |\alpha|^2\frac{\hbar k}{m}\vec{e_x}$ $\vec{J}_r = -|\beta|^2\frac{\hbar k}{m}\vec{e_x}$ $\vec{J}_t = |\gamma|^2\frac{\hbar k'}{m}\vec{e_x}$.
$R = |\frac{\beta}{\alpha}|^2 = (\frac{k-k'}{k+k'})^2$. $T = |\frac{\gamma}{\alpha}|^2 \cdot \frac{k'}{k}$ $R + T = 1$.

P28 Marche $E<0 \Rightarrow \alpha=\gamma=0$ par continuité.Énergie négative impossible.

P29-30 Barrière $0<E<V_0$. Faible E
• $x<0$: $\psi=\alpha e^{ikx}+\beta e^{-ikx}$. $k=\sqrt{2mE}/\hbar$ ondulatoire.
• $0<x<a$: $\psi=\gamma e^{-qx}+\delta e^{qx}$. $q=\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(V_0-E)}$ exponentielle.
• $x>a$: $\psi=\varepsilon e^{ikx} \to$ ondulatoire.
ψ et ψ' continue en $0,a \Rightarrow 4$ éqs.

P33 Barrière $E>V_0$. Haute énergie
Même sauf $0<x<a$: $\psi=\gamma e^{-ik'x}+\delta e^{ik'x}$. $k'=\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E-V_0)}$.

P35-38 Puits infinis $\psi(x)=0$ si $x\in]-\infty,0]\cup[a,+\infty[$. $\boxed{\dfrac{d^2\psi}{dx^2}+\dfrac{2mE}{\hbar^2}\psi=0}$
• $0<x<a$: $\tilde{\psi}(x)=C_1\cos kx+iC_2\sin kx$. $k=\sqrt{2mE}/\hbar$.
CL : $C_1=0$. $C_2\sin ka=0 \Rightarrow ka=n\pi$. $\boxed{E_n=\dfrac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2}}$ $n\in\mathbb{N}^*$.
Normalisation : $\boxed{\tilde{\psi}_n=\sqrt{\dfrac{2}{a}}\sin\Big(\dfrac{n\pi x}{a}\Big)}$.
Énergie quantifiée.

P39-42 États stationnaires $\to$ base orthonormée, complète.
$[f(x)=\sum C_n\tilde{\psi}_n(x)\quad \langle\psi_n|f\rangle=C_n$ proj.].
Mesurer l'énergie : $E=$ une des E_n.
La proba associée à E_n est $P(E_n)=|\left\langle\tilde{\psi_n}\middle|\psi\right\rangle|^2=|C_n|^2$.
$\langle E\rangle=\sum E_nP(E_n)=\left\langle\psi\middle|\hat{H}\psi\right\rangle$.

P48-55 Puits fini. $E>0\to$ état de diffusion. $-V_0<E<0$ état lié.
États liés $-V_0<E<0$. Ondulatoire dedans et décroissance exponentielle à l'extérieur.
• $x>a/2$: $\psi(x)=A_1e^{-qx}$. $q=\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(-E)}$.
• $-a/2<x<a/2$: $\psi(x)=A_2\cos kx+A_2'\sin kx$. $k=\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E+V_0)}$.
• $x<-a/2$: $\psi(x)=A_3e^{qx}$.
Continuité : 4 équations.
Spectre : nombre fini d'énergies discrètes (énergie négative).
Les états de diffusion forment un continuum (énergie positive).

CH3 opérateurs

P3-6 espace de Hilbert E_H des états, ses éléments normés sont les états possibles.
Ket $|1\rangle$: élément de E_H. **Bra** $\langle 1|$: forme linéaire. **Produit scalaire** $\langle 1|2\rangle$ (de $|1\rangle$ avec $|2\rangle$). **Projecteur** $\hat{P}=\frac{|1\rangle\langle 1|}{\langle 1|1\rangle}$.

P7-9 **Base $\{|b_n\rangle\}$ orthonormée complète.** $\hat{I}=\sum_n|b_n\rangle\langle b_n|$
$|1\rangle=\sum_n a_n|b_n\rangle$ avec $a_n=\langle b_n|1\rangle$. (colonne). $\langle 1|=\sum_n a_n^*\langle b_n|$. (ligne, conjugué).

P10-14 **Opérateur adjoint** $\hat{A}^\dagger$: $\langle 2|\hat{A}|1\rangle^*=\langle 1|\hat{A}^\dagger|2\rangle$
Dans $\{|b_n\rangle\}$. $\hat{A}_{mn}=A_{mn}=\langle b_m|\hat{A}|b_n\rangle$
$(\hat{A}^\dagger)_{mn}=A^\dagger_{mn}=\langle b_m|\hat{A}^\dagger|b_n\rangle=A^*_{nm}$

P15-19 **Opérateur hermitien** $\hat{A}^\dagger=\hat{A}$. (ex : $\hat{x},\hat{p},\hat{H}$). Sous-espaces propres de $\hat{A}$ en somme directe. $\forall|\psi\rangle\in E_H$, combinaison linéaire des etats propres de $\hat{A}$.

P20 **Postulat 2 :** Grandeur $A\to\hat{A}$ hermitien sur E_H (observable).
Postulat 3 : Mesure de A donne $a\in\{$valeurs propres de $\hat{A}\}$.
Postulat 4 : Proba de trouver a : $P(a)=|\langle\psi_a|\psi\rangle|^2$.
Propriétés :
① $\hat{A}|\psi_a\rangle=a|\psi_a\rangle\Rightarrow a\in\mathbb{R}$.
② $\hat{A}|\psi_{a_1}\rangle=a_1|\psi_{a_1}\rangle$, $\quad\hat{A}|\psi_{a_2}\rangle=a_2|\psi_{a_2}\rangle$. $a_1\neq a_2\Rightarrow\langle\psi_{a_1}|\psi_{a_2}\rangle=0$.
③ $\langle A\rangle=\sum_n a_nP(a_n)=\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle$.
④ Dans l'état propre $|\psi_a\rangle$, $\langle A|A\rangle=a,\Delta A=0$. Réciproque aussi vraie.

P23 **Postulat 5 :** Mesure de $A\to a$. Le système devient $|\psi_a\rangle$. (situations non-dégénérées)
Postulat 6 : $\exists\hat{H}$ tq $|\psi\rangle$ évoluent selon l'ES. $\hat{H}|\psi\rangle(t)=i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle(t)$.

P25 **Commutateur.** $[\hat{A},\hat{B}]=\hat{A}\hat{B}-\hat{B}\hat{A}$.
Commutent si $=0$. $[\hat{x}_m,\hat{p}_n]=i\hbar\delta_{mn}\hat{I}$
① $\hat{A},\hat{B}$ hermitiens $\Rightarrow[\hat{A},\hat{B}]$ non-hermitien. $i[\hat{A},\hat{B}]$ hermitien. ② $[\hat{A},\hat{B}\hat{C}]=[\hat{A},\hat{B}]\hat{C}+\hat{B}[\hat{A},\hat{C}]$. ③ $[f(x),\hat{p}_x]=i\hbar\frac{\partial f}{\partial x}$.

P27 **Si** $[\hat{A},\hat{B}]=0$, $\exists$ une base de E_H formée de vecteurs propres communs de $\hat{A},\hat{B}$.

P30 $\Delta A\cdot\Delta B\geq\frac{1}{2}\left|\langle\psi|[\hat{A},\hat{B}]|\psi\rangle\right|_{\text{Heisenberg}}$

P31-33 A avec $\frac{\partial A}{\partial t}=0$ associé à $\hat{A}$.
$\langle A\rangle(t)=\langle\psi|\hat{A}|\psi\rangle$. **Ehrenfest :**

$$\boxed{\frac{d}{dt}\langle A\rangle(t)=\frac{1}{i\hbar}\langle[\hat{A},\hat{H}]\rangle}$$

$\langle A|A\rangle$ cste $\iff[\hat{A},\hat{H}]=0$.

CH4 spin

P5-6 **Moment magnétique / cinétique, orbitale / spin.**
Orbitale : $\vec{\mu}_L=\gamma_L\vec{L}$. Spin : $\vec{\mu}_S=\gamma_S\vec{S}$.
Pour $\vec{\mu}$: $E_p=-\vec{\mu}\cdot\vec{B}$, $\vec{\tau}=\vec{\mu}\wedge\vec{B}$, $\vec{F}=\vec{\nabla}(\vec{\mu}\cdot\vec{B})$.

P11-13 **Spin** $s=\pm\frac{1}{2}$**.** Composante $S_z=\pm\frac{\hbar}{2}$. $S_z\to\hat{S}_z$ opérateur. Valeurs propres $\pm\frac{\hbar}{2}\to|\pm\rangle_z$.
Matricielle : $\hat{S}_z=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$.

P14 **Spin vectoriel** $\hat{\vec{S}}=\hat{S}_x\vec{e}_x+\hat{S}_y\vec{e}_y+\hat{S}_z\vec{e}_z$. Valeurs propres $\pm\frac{\hbar}{2}\to\hat{S}_x$ et $\hat{S}_y$. $|\pm\rangle_x$ et $|\pm\rangle_y$.

P18 **Dans la base** $\{|+\rangle_z,|-\rangle_z\}$**.** $\hat{\sigma}_i$ matrices de Pauli.
$\hat{S}_x=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}\quad\hat{S}_y=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}$.
$|\pm\rangle_x=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\\pm1\end{pmatrix}\quad|\pm\rangle_y=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\\pm i\end{pmatrix}$.

P19 $\hat{S}^2=\hat{S}_x^2+\hat{S}_y^2+\hat{S}_z^2=\frac{3}{4}\hbar^2\hat{I}$.
$[\hat{S}_x,\hat{S}_y]=i\hbar\hat{S}_z$ (permutation circulaire). $[\hat{S}^2,\hat{S}_i]=0$ avec $i=x,y,z$.

P20-23 **Sphère de Bloch.** $|S\rangle=a|+\rangle_z+b|-\rangle_z$.
$|S\rangle=\left(\frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2}}|+\rangle_z+\frac{|b|e^{i(\arg(b)-\arg(a))}}{\sqrt{a^2+b^2}}|-\rangle_z\right)$
$=\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|+\rangle_z+e^{i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|-\rangle_z$.
$\langle\hat{\vec{S}}\rangle=\langle S|\hat{\vec{S}}|S\rangle=\frac{\hbar}{2}(\sin\theta\cos\phi\vec{e}_x+\sin\theta\sin\phi\vec{e}_y+\cos\theta\vec{e}_z)$.
reconnait lels oordonnées sphériques. Les valeurs moyennes sont données par ce vecteur.

P24 **Évolution.** ES : $\hat{H}|\sigma\rangle=i\hbar\frac{\partial|\sigma\rangle}{\partial t}$.
Si $\frac{\partial}{\partial t}\hat{H}=0$ alors $\hat{H}|\sigma\rangle_E=E\cdot|\sigma\rangle_E$.
Deux énergies propres E_1,E_2. $|\sigma_{E1}\rangle,|\sigma_{E2}\rangle$.
$|\sigma\rangle(t)=\alpha_1e^{\frac{-iE_1t}{\hbar}}|\sigma_{E1}\rangle+\alpha_2e^{\frac{-iE_2t}{\hbar}}|\sigma_{E2}\rangle$.
$\alpha_1=\langle\sigma_{E1}|\sigma\rangle(t=0)$. $\alpha_2=\langle\sigma_{E2}|\sigma\rangle(t=0)$.

P25-28 $\vec{\mu}_{s,e}=\gamma_{s,e}\vec{S}_e=g_{s,e}\left(\frac{-e}{2m_e}\right)\cdot\vec{S}_e$.
Dans $\vec{B}=B\vec{e}_z$. $\hat{H}=-\hat{\vec{\mu}}\cdot\vec{B}=-\gamma B\hat{S}_z=-\frac{\gamma\hbar B}{2}\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$.
Énergies propres : $E_\pm=\mp\frac{\gamma\hbar B}{2}$. $\gamma<0\to|\pm\rangle_z$. $\Delta=-\gamma\hbar B=\hbar\omega_0$. $\omega_0=-\gamma B$.

P30 **États quantiques généralisés.**
E_{H1} dim $=m$, base $\{|a_m\rangle\}$.
E_{H2} dim $=n$, base $\{|b_n\rangle\}$.
$E_{H1}\otimes E_{H2}$ dim $m\cdot n$. Base $\{|a_i\rangle\otimes|b_j\rangle\}$. $i\in\{1,...,m\},j\in\{1,...,nn\}$
Donc $E_H=E_{H,fo}\otimes E_{H,spin}$.

P31 **Produit hermitien.** $|\Psi\rangle=|\psi\rangle\otimes|s\rangle$. $|\Psi'\rangle=|\psi'\rangle\otimes|s'\rangle$. $\langle\Psi'|\Psi\rangle=\langle\psi'|\psi\rangle\cdot\langle s'|s\rangle$.

P32 **Opérateurs.** $\hat{A}_E$ sur $E_{H,fo}$. $\hat{B}_S$ sur $E_{H,spin}$.
$\hat{A}_E\otimes\hat{B}_S(|\psi\rangle\otimes|s\rangle)=(\hat{A}_E|\psi\rangle)\otimes(\hat{B}_S|s\rangle)$.
Abréviation de $\hat{I}\otimes\hat{S}_z\to\hat{S}_z$.

P33 **Atome dans $\vec{B}$.** $\hat{H}_E=\frac{\hat{p}^2}{2m}+V_{at}(M)$.
$\hat{V}_S=-\gamma B\hat{S}_z$. $\hat{H}_{global}=\hat{H}_E\otimes\hat{I}_S+\hat{I}_E\otimes\hat{V}_S$.
$\hat{H}_E$: $|\psi_n\rangle$ avec vp E_n.
$\hat{V}_S$: $|\pm\rangle_z$ avec vp $\mp\frac{\gamma\hbar B}{2}$.
Valeurs/vecteurs propres de $\hat{H}_{global}$: $\left(E_n\mp\frac{\gamma\hbar B}{2}\right)(|\psi_n\rangle\otimes|\pm\rangle_z)$.