Mécanique des solides - PHY2304P

Ch3

$$\underbrace{\vec{V}_R(M)}_{\vec{V}_{abs}} = \underbrace{\vec{V}_{R'}(M)}_{\vec{V}_{rel}} + \underbrace{\vec{V}_R(O') + \vec{\Omega} \wedge \vec{O'M}}_{\vec{V}_{ent}}$$

$$\boxed{m\vec{a}_{rel} = \sum \vec{f}_{ext} + \sum \vec{f}_{in,e,c} = m\vec{a}_{abs} - m\vec{a}_{ent} - m\vec{a}_c}$$

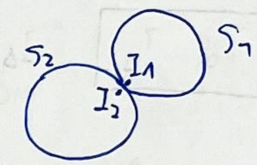
$$\underbrace{\vec{a}_R(M)}_{\vec{a}_{abs}} = \underbrace{\vec{a}_{R'}(M)}_{\vec{a}_{rel}} + \underbrace{\vec{a}_R(O') + \frac{d}{dt}\vec{\Omega} \wedge \vec{O'M} + \vec{\Omega} \wedge (\vec{\Omega} \wedge \vec{O'M})}_{\vec{a}_{ent}} + \underbrace{2\vec{\Omega} \wedge \vec{V}_{rel}}_{\vec{a}_c}$$

Ch4

déf^n de solide : $\|\vec{M_iM_j}\| = cste.$ $\forall i,j$. référentiel lié au solide.

Relation de Varignon : $\left[\vec{V}_R(M) = \vec{V}_R(M') + \vec{\Omega} \wedge \vec{M'M}\right]$

Vitesse de glissement : $\left[\vec{V}_g(S_2/S_1) = \vec{V}_R(I_2) - \vec{V}_R(I_1)\right]$



vaut 0 s'il n'y a pas de glissement.

Frottements : $\left[\begin{array}{ll} \|\vec{T}\| \leq \mu_{stat}\|\vec{N}\| & \text{(immobile)} \\ \|\vec{T}\| = \mu_{dyn}\|\vec{N}\| & \text{(en mouvement)} \end{array}\right]$ $\mu_{dyn} < \mu_{stat}$

$[\Gamma = -C\alpha$: pendule de torsion$]$

Moment d'inertie $\left[I_\Delta = \sum_i m_i r_i^2\right]$

TMC scalaire : $\left[\frac{d}{dt}L_\Delta = \frac{d}{dt}(I_\Delta \dot{\theta}) = \underbrace{I_\Delta \ddot{\theta}}_{} = \sum_i M_\Delta(\vec{F}_i)\right]$

Γ : couple moteur / freinage

Énergie : $\left[E_c = \frac{1}{2} I_\Delta \dot{\theta}^2 \left(+ \frac{1}{2} m v^2\right)\right]$

$\left[I_\Delta = k m d^2\right]$

Puissance : $\left[P(\vec{F}_i) = \vec{F}_i \cdot \vec{V}_{M_i} = M_\Delta(\vec{F}_i)\dot{\theta}\right]$

Objet en chute libre : $\left[\vec{L}^*(\Sigma) = I_1\Omega_1\vec{e}_1 + I_2\Omega_2\vec{e}_2 + I_3\Omega_3\vec{e}_3\right]$

$\dots \frac{d}{dt}\vec{e}_1 = \vec{\Omega} \wedge \vec{e}_1 = -\Omega_2\vec{e}_3 + \Omega_3\vec{e}_2$

$$\left[\begin{aligned} \frac{d}{dt}\vec{L}^*(\Sigma) = \; & I_1\dot{\Omega}_1\vec{e}_1 + I_1\Omega_1(-\Omega_2\vec{e}_3 + \Omega_3\vec{e}_2) \\ & I_2\dot{\Omega}_2\vec{e}_2 + I_2\Omega_2(-\Omega_3\vec{e}_1 + \Omega_1\vec{e}_3) \\ & I_3\dot{\Omega}_3\vec{e}_3 + I_3\Omega_3(-\Omega_1\vec{e}_2 + \Omega_2\vec{e}_1) = 0. \end{aligned}\right]$$

$\Rightarrow$ éqs de Euler

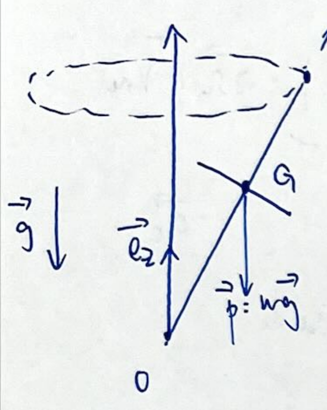
axes principaux, stable

Gyroscope : solide tournant autour d'un pt fixe. rotation rapide autour d'un axe principal d'inertie

$\Omega_1 >> \Omega_2, \Omega_3$

$$\vec{L_0} \simeq I_1 \Omega_1 \vec{e_1} \qquad \frac{d\vec{L_0}}{dt} = \vec{OG} \wedge m\vec{g}$$

précession

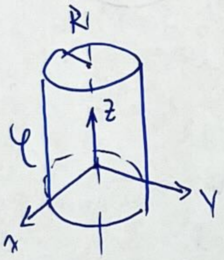


$$\frac{d\vec{L_0}}{dt} = \vec{\Omega_p} \wedge \vec{L_0}$$

avec $\vec{\Omega_p} = -\dfrac{\|\vec{OG}\| m\vec{g}}{I_1 \Omega_1}$. car $\vec{L_0} \simeq I_1 \Omega_1 \vec{e_1}$

$\boxed{\text{Calcul de } I_\Delta}$ $\quad I_\Delta = \iiint_S d_{P,\Delta}^2 \cdot dm_P$

* Cylindre :



$$I_{Oz} = \frac{1}{2} m R^2$$

$$I_{Ox} = I_{Oy} = \frac{1}{4} m R^2 + \frac{1}{12} m \ell^2$$

* Tige :

cylindre $R \to 0$.

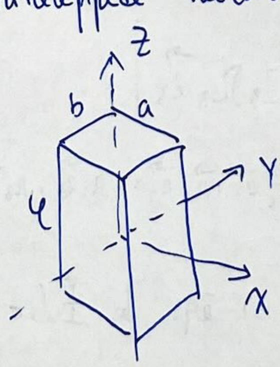
* Tube

même que cylindre

$R^2 \to R^2 + r^2$

* sphère : $\frac{2}{5} m R^2$. selon toutes les directions

* parallélépipède rectangle :



$$I_{Oz} = \frac{m(a^2+b^2)}{12}$$

$$I_{Ox} = \frac{m(b^2+\ell^2)}{12}$$

$$I_{Oy} = \frac{m(a^2+\ell^2)}{12}.$$

Solides homogènes