mécanique quantique ch1-4 - qty

CH1 ondes et particules

P2 Énergie du photon : $E = hf = \hbar\omega$. $h = 6.63 \times 10^{-34} Js$

P10 Einstein-Planck : $E = \hbar\omega$, $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ $(E = pc)$.

Relation de de Broglie : $\boxed{\lambda = \frac{h}{p}}$.

Méthode : estimation $\lambda = h/p = h/mv$.

P16 $\psi(M,t)$ amplitude de probabilité. dim : $L^{-3/2}$ (espace).
$\rho(M,t) = |\psi|^2 = \psi^*\psi$ densité de probabilité. dim : L^{-3}.
dim1 : $dP_{x,t,dx} = \rho(x,t)dx = |\psi(x,t)|^2 dx$.
dim3 :$dP_{M,t,dV_M} = \rho(M,t)dV_M = |\psi(M,t)|^2 dV_M$.
Proba dans V : $P_{t,V} = \int_V \rho(M,t)dV_M$.

P17 Normalisation : $\int_E |\psi|^2 dV_M = 1$. Unidim : $E = \mathbb{R}$. Densité de probabilité invariante par multiplication par $e^{i\alpha}$.

P18 Notation de Dirac : $\langle\psi_1|\psi_2\rangle = \int \psi_1^*\psi_2 dV_M$. Propriétés : Hermitien sesquilinéaire à gauche. $||\psi|| = \sqrt{\langle\psi|\psi\rangle}$.

P19 Ortho : $\langle\psi_1|\psi_2\rangle = 0$. Normé : $\langle\psi_1|\psi_1\rangle = 1$.

P20 $\langle x\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x\rho(x,t)dx$.
$\langle \vec{OM}\rangle = \int \vec{OM}\rho(M,t)dV_M$ (3D).
$\Delta x = \sqrt{\langle x^2\rangle - \langle x\rangle^2}$.
$\langle f(M,t)\rangle = \int_E \psi^*(M,t)f(M,t)\psi(M,t)dx$

P21 Gauss 1D : $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$.
Normalisée. $\langle x\rangle = \mu$. $\Delta x = \sigma$.
Fonction d'onde gaussienne : $\psi_L(x) = \frac{1}{(2\pi L^2)^{1/4}}e^{-\frac{(x-x_0)^2}{4L^2}}$.
$|\psi_L|^2$ dist. de Gauss 1D. $\langle x\rangle = x_0$. $\Delta x = L$.

P22 Distribution de Dirac : $\delta(x - x_0) = \lim_{L\to 0}\psi_L^2(x)$.
Bien normalisée. $\delta(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{ikx}dk$.
Méthode échantillonnage : $f(x_0) = \int_{\mathbb{R}} f(x)\delta(x - x_0)dx$.
Positions et incertitudes $\langle x\rangle = x_0$. $\Delta x = 0$

P23 Onde de de Broglie : OPPM avec p et λ uniques. Cas 1D : $\psi_P(x,t) = A\exp\left[\frac{i}{\hbar}(px - Et)\right]$. $E = \frac{p^2}{2m}$.
3D : remplacer x par le vecteur position.

P24 OPPM normalisable si $x \in [-\frac{L_{max}}{2}, +\frac{L_{max}}{2}]$.
$\psi_P(x,t) = \frac{1}{\sqrt{L_{max}}}\exp\left[\frac{i}{\hbar}(px - Et)\right]$.
$L_{max} \gg \lambda_{\text{caractéristique}}$. Grandeurs physiques ne dépendent pas de L_{max}.

P27 Représentation impulsion, transformations de Fourier
$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int_{-\infty}^{+\infty} g(p)e^{ipx/\hbar}dp$. $g(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-ipx/\hbar}dx$.

P32 Parseval-Plancherel :
$f_1(x) \leftrightarrow g_1(p)$; $f_2(x) \leftrightarrow g_2(p)$.
$\int_{-\infty}^{+\infty} f_1^* f_2 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} g_1^*(p)g_2(p)dp$.

P34 $f(x) \to \psi(x,t)$ $g(p) \to \phi(p,t)$. position/impulsion.

P36-37 Dirac : $\psi(x) = \delta(x - x_0)$.
$\phi(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}e^{-ipx_0/\hbar}$. $\begin{cases}\langle x\rangle = x_0\\ \Delta x = 0, \Delta p \to +\infty\end{cases}$
Broglie : $\psi(x) = Ae^{ip_0x/\hbar}e^{-iEt/\hbar}$.
$\phi(p) \propto \delta(p - p_0)$. $\begin{cases}\Delta x \to +\infty\\ \Delta p = 0, \langle p\rangle = p_0\end{cases}$.
Gauss : $\langle p\rangle = 0$. $\Delta p = \frac{\hbar}{2L}$. $\langle x\rangle = x_0$. $\Delta x = L$. $\boxed{\Delta x\cdot\Delta p = \frac{\hbar}{2}}$.

P38 Mesure d'impulsion $dP_{x,t,dx} = |\psi(x,t)|^2dx$. $dP_{p,t,dp} = |\phi(p,t)|^2dp$.

P39-40 $g(p) \Rightarrow \langle g\rangle = \int\phi^* g\phi dp$ $\Delta p = \sqrt{\langle p^2\rangle - \langle p\rangle^2}$.
$\langle p\rangle = \int\phi^* p\phi dp = \int\psi^*\hat{p}\psi dx$ avec $\boxed{\hat{p} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}}$ (1D).
En dim 3 les dérivées deviennent le gradient.

P43 : $\psi_{p_0}(x,t) = A\exp\frac{i}{\hbar}(p_0x - Et)$. $\hat{p}\psi_{p_0} = p_0\psi_{p_0}$.
État propre de $\hat{p}$, valeur propre p_0.

P45 : Inversement : $\hat{x} = i\hbar\frac{\partial}{\partial p}$.

P47 : Opérateurs. ① Position $x \to \hat{x}$.
② Potentielle : $V(x,t) \to \hat{V}(x,t)$.
③ $p \to -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$.
④ $E_{cinetique}$: $E_c = \frac{p^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}$.
⑤ $E_{mecanique}$: $\boxed{\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \hat{V}(x,t)}$
Hamiltonien.

P48-50 Heisenberg : $\Delta x\cdot\Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$ (Gaussienne $\to$ égalité). ODG : $\Delta x\cdot\Delta p \approx \hbar$.

P51-52 $\lambda \ll L$: classique | $\lambda \sim L$: quantique.

P56 : $\Delta E\cdot\Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$.
ΔE : largeur spectrale d'un niveau d'énergie. Δt : durée de vie. La durée de vie est infinie dans un état stationnaire.

CH2 mécanique ond.

P3-4 : ES : $-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + V\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}$ (variables M,t).
$\boxed{\hat{H}\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}}$ $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi + V\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}$ (variable x,t).

P5 : Broglie : $V = 0$. ψ_P satisfait ES. $E = \frac{p^2}{2m}$.

P7-8 : $V(M,t) \to V(M)$. $\psi(M,t) = \tilde{\psi}(M)\chi(t)$.
$\psi(M,t) = \tilde{\psi}(M)\exp(-iEt/\hbar)$.

$$\boxed{\begin{gathered}-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\tilde{\psi}\frac{1}{\tilde{\psi}} + V = E = i\hbar\frac{1}{\chi(t)}\cdot\frac{\partial}{\partial t}\chi(t)\\ \hat{H}\tilde{\psi} = E\tilde{\psi} \qquad \chi(t) = e^{-iEt/\hbar}\end{gathered}}$$

P9 ES indépendance de t. $\hat{H}\tilde{\psi} = E\tilde{\psi}$.
États propres $\to$ états stationnaires $\tilde{\psi}_n$.
Méthode : $\psi = \sum C_n\tilde{\psi}_n(M)e^{-iE_nt/\hbar}$.
Étape 1 : $\hat{H}\tilde{\psi}_n = E_n\tilde{\psi}_n$.
Étape 2 : $\psi(M, t = 0) = \sum C_n\tilde{\psi}_n(M)$ (Conditions initiales).
Étape 3 : $\psi(M,t) = \sum C_n\tilde{\psi}_n(M)e^{-iE_nt/\hbar}$.

P10 État stationnaire : valeur moyenne de toute grandeur phys. indépendente de t.

P11 Courant de proba : $\vec{J} = \mathrm{Re}\left(\frac{1}{m}\psi^*\hat{p}\psi\right)$.
$\vec{J} = \frac{\hbar}{2im}\left(\psi^*\vec{\mathrm{grad}}\psi - \psi\vec{\mathrm{grad}}\psi^*\right)$.

P15-16 Particule libre de potentiel nul
① $\hat{H}\tilde{\psi} = E\tilde{\psi} \to \psi_p = \exp(ipx/\hbar)$. $E = p^2/2m$.
② $\psi(x,0) = \int\frac{g(p)}{\sqrt{2\pi\hbar}}\psi_p dp$. $g(p)$ l'amplitude de proba de p.

$$\boxed{\psi(M, t = 0) = \sum_n C_n\tilde{\psi}_n(M)}$$

avec $C_n \leftrightarrow \frac{g(p)}{\sqrt{2\pi\hbar}}$

$$\boxed{\psi(M,t) = \sum_n C_n\tilde{\psi}_n(M)e^{-iE_nt/\hbar}}$$

③ $\psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}}\int g(p)e^{\frac{ipx}{\hbar}}e^{\frac{-iEt}{\hbar}}dp$.

P19-20 Barrière de potentiel. Discontinuité finie/infinie.
applique $\int_{-\epsilon}^{\epsilon}$ à l'éq $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\tilde{\psi}}{dx^2} + V(x)\tilde{\psi} = E\tilde{\psi}$.
$\int_{-\epsilon}^{\epsilon}\frac{d^2\tilde{\psi}}{dx^2}dx = \boxed{[\tilde{\psi}']_{-\epsilon}^{\epsilon}} = -\frac{2m}{\hbar^2}\int_{-\epsilon}^{\epsilon}(E - V(x))\tilde{\psi}dx$.
$V(x)$ finie : $\tilde{\psi}'$ continue. Discontinue si $V(x)$ infinie.

P22-25 Marche de potentiel $0 < E < V_0$.
Faible énergie : $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2} + V\psi = E\psi \Rightarrow \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m(E-V)}{\hbar^2}\psi = 0$.
$E > V \to e^{\pm ikx}$ oscillation. $E < V \to e^{\pm qx}$ exponentielle.
- $x < 0$. $V = 0, E > V$. $\psi = \alpha e^{ikx} + \beta e^{-ikx}$. $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$.
- $x > 0$. $V(x) = V_0, E < V_0$. $\psi(x) = \gamma e^{-qx}$. $q = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar}(V_0 - E)$.

(onde évanescente).
Continuïté en $x = 0$. ψ continue : $\alpha + \beta = \gamma$.
ψ' continue : $ik(\alpha - \beta) = -q\gamma$.
Courant : $\vec{J}_{\text{incident}} = |\alpha|^2\frac{\hbar k}{m}\vec{e_x}$.
$\vec{J}_{\text{réfléchi}} = -|\beta|^2\frac{\hbar k}{m}\vec{e_x}$. $R = |\frac{\beta}{\alpha}|^2 = 1$.
$\vec{J}_{\text{évanescente}} = 0$. Effet tunnel $L \approx \frac{1}{2q}$.

P26-27 Marche, $E > V_0$. Haute énergie
Même qu'avant sauf : $x > 0$. $\psi(x) = \gamma e^{ik'x}$. $k' = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar}(E - V_0)$.
Continuité : $\alpha + \beta = \gamma$ et $ik(\alpha - \beta) = ik'\gamma$.
$\vec{J}_i = |\alpha|^2\frac{\hbar k}{m}\vec{e_x}$ $\vec{J}_r = -|\beta|^2\frac{\hbar k}{m}\vec{e_x}$ $\vec{J}_t = |\gamma|^2\frac{\hbar k'}{m}\vec{e_x}$.
$R = |\frac{\beta}{\alpha}|^2 = (\frac{k-k'}{k+k'})^2$. $T = |\frac{\gamma}{\alpha}|^2\cdot\frac{k'}{k}$ $R + T = 1$.

P28 Marche $E < 0 \Rightarrow \alpha = \gamma = 0$ par continuité.Énergie négative impossible.

P29-30 Barrière $0 < E < V_0$. Faible E

• $x < 0$: $\psi = \alpha e^{ikx} + \beta e^{-ikx}$. $k = \sqrt{2mE}/\hbar$ ondulatoire.

• $0 < x < a$: $\psi = \gamma e^{-qx} + \delta e^{qx}$. $q = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(V_0 - E)}$ exponentielle.

• $x > a$: $\psi = \varepsilon e^{ikx} \to$ ondulatoire.

ψ et ψ' continue en $0, a \Rightarrow 4$ éqs.

P33 Barrière $E > V_0$. Haute énergie

Même sauf $0 < x < a$: $\psi = \gamma e^{-ik'x} + \delta e^{ik'x}$. $k' = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E - V_0)}$.

P35-38 Puits infinis $\psi(x) = 0$ si $x \in]-\infty, 0] \cup [a, +\infty[$. $\boxed{\dfrac{d^2\psi}{dx^2} + \dfrac{2mE}{\hbar^2}\psi = 0}$

• $0 < x < a$: $\tilde{\psi}(x) = C_1 \cos kx + iC_2 \sin kx$. $k = \sqrt{2mE}/\hbar$.

CL : $C_1 = 0$. $C_2 \sin ka = 0 \Rightarrow ka = n\pi$. $\boxed{E_n = \dfrac{n^2\pi^2\hbar^2}{2ma^2}}$ $n \in \mathbb{N}^*$.

Normalisation : $\boxed{\tilde{\psi}_n = \sqrt{\dfrac{2}{a}} \sin\left(\dfrac{n\pi x}{a}\right)}$.

Énergie quantifiée.

P39-42 États stationnaires $\to$ base orthonormée, complète.

$[f(x) = \sum C_n \tilde{\psi}_n(x) \quad \langle \psi_n | f \rangle = C_n$ proj.].

Mesurer l'énergie : $E =$ une des E_n.

La proba associée à E_n est $P(E_n) = |\left\langle \tilde{\psi_n} \middle| \psi \right\rangle|^2 = |C_n|^2$.

$\langle E \rangle = \sum E_n P(E_n) = \left\langle \psi \middle| \hat{H} \psi \right\rangle$.

P48-55 Puits fini. $E > 0 \to$ état de diffusion. $-V_0 < E < 0$ état lié.

États liés $-V_0 < E < 0$. Ondulatoire dedans et décroissance exponentielle à l'extérieur.

• $x > a/2$: $\psi(x) = A_1 e^{-qx}$. $q = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(-E)}$.

• $-a/2 < x < a/2$: $\psi(x) = A_2 \cos kx + A_2' \sin kx$. $k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E + V_0)}$.

• $x < -a/2$: $\psi(x) = A_3 e^{qx}$.

Continuité : 4 équations.

Spectre : nombre fini d'énergies discrètes (énergie négative).

Les états de diffusion forment un continuum (énergie positive).

CH3 opérateurs

P3-6 espace de Hilbert E_H des états, ses éléments normés sont les états possibles.

Ket $|1\rangle$: élément de E_H. **Bra** $\langle 1|$: forme linéaire. **Produit scalaire** $\langle 1|2\rangle$ (de $|1\rangle$ avec $|2\rangle$). **Projecteur** $\hat{P} = \frac{|1\rangle\langle 1|}{\langle 1|1\rangle}$.

P7-9 **Base $\{|b_n\rangle\}$ orthonormée complète.** $\hat{I} = \sum_n |b_n\rangle \langle b_n|$

$|1\rangle = \sum_n a_n |b_n\rangle$ avec $a_n = \langle b_n|1\rangle$. (colonne). $\langle 1| = \sum_n a_n^* \langle b_n|$. (ligne, conjugué).

P10-14 **Opérateur adjoint** $\hat{A}^\dagger$: $\langle 2|\hat{A}|1\rangle^* = \langle 1|\hat{A}^\dagger|2\rangle$

Dans $\{|b_n\rangle\}$. $\hat{A}_{mn} = A_{mn} = \langle b_m| \hat{A} |b_n\rangle$

$(\hat{A}^\dagger)_{mn} = A^\dagger_{mn} = \langle b_m| \hat{A}^\dagger |b_n\rangle = A^*_{nm}$

P15-19 **Opérateur hermitien** $\hat{A}^\dagger = \hat{A}$. (ex : $\hat{x}, \hat{p}, \hat{H}$). Sous-espaces propres de $\hat{A}$ en somme directe. $\forall |\psi\rangle \in E_H$, combinaison linéaire des etats propres de $\hat{A}$.

P20 **Postulat 2 :** Grandeur $A \to \hat{A}$ hermitien sur E_H (observable).

Postulat 3 : Mesure de A donne $a \in \{$valeurs propres de $\hat{A}\}$.

Postulat 4 : Proba de trouver a : $P(a) = |\langle \psi_a|\psi\rangle|^2$.

Propriétés :

1 $\hat{A}|\psi_a\rangle = a|\psi_a\rangle \Rightarrow a \in \mathbb{R}$.

2 $\hat{A}|\psi_{a_1}\rangle = a_1|\psi_{a_1}\rangle, \quad \hat{A}|\psi_{a_2}\rangle = a_2|\psi_{a_2}\rangle$. $a_1 \neq a_2 \Rightarrow \langle \psi_{a_1}|\psi_{a_2}\rangle = 0$.

3 $\langle A \rangle = \sum_n a_n P(a_n) = \langle \psi|\hat{A}|\psi\rangle$.

4 Dans l'état propre $|\psi_a\rangle$, $\langle A|A\rangle = a, \Delta A = 0$. Réciproque aussi vraie.

P23 **Postulat 5 :** Mesure de $A \to a$. Le système devient $|\psi_a\rangle$. (situations non-dégénérées)

Postulat 6 : $\exists \hat{H}$ tq $|\psi\rangle$ évoluent selon l'ES. $\hat{H}|\psi\rangle(t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle(t)$.

P25 **Commutateur.** $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$. Commutent si $= 0$. $[\hat{x}_m, \hat{p}_n] = i\hbar\delta_{mn}\hat{I}$

1 $\hat{A}, \hat{B}$ hermitiens $\Rightarrow [\hat{A}, \hat{B}]$ non-hermitien. $i[\hat{A}, \hat{B}]$ hermitien. 2 $[\hat{A}, \hat{B}\hat{C}] = [\hat{A}, \hat{B}]\hat{C} + \hat{B}[\hat{A}, \hat{C}]$. 3 $[f(x), \hat{p}_x] = i\hbar\frac{\partial f}{\partial x}$.

P27 **Si** $[\hat{A}, \hat{B}] = 0$, $\exists$ une base de E_H formée de vecteurs propres communs de $\hat{A}, \hat{B}$.

P30 $\Delta A \cdot \Delta B \geq \frac{1}{2}\left|\langle \psi|[\hat{A}, \hat{B}]|\psi\rangle\right|_{\text{Heisenberg}}$

P31-33 A avec $\frac{\partial A}{\partial t} = 0$ associé à $\hat{A}$.

$\langle A\rangle(t) = \langle \psi|\hat{A}|\psi\rangle$. **Ehrenfest :**

$$\boxed{\frac{d}{dt}\langle A\rangle(t) = \frac{1}{i\hbar}\langle[\hat{A}, \hat{H}]\rangle}$$

$\langle A|A\rangle$ cste $\iff [\hat{A}, \hat{H}] = 0$.

CH4 spin

P5-6 **Moment magnétique / cinétique, orbitale / spin.**

Orbitale : $\vec{\mu}_L = \gamma_L\vec{L}$. Spin : $\vec{\mu}_S = \gamma_S\vec{S}$.

Pour $\vec{\mu}$: $E_p = -\vec{\mu}\cdot\vec{B}$, $\vec{\tau} = \vec{\mu}\wedge\vec{B}$, $\vec{F} = \vec{\nabla}(\vec{\mu}\cdot\vec{B})$.

P11-13 **Spin $s = \pm\frac{1}{2}$.** Composante $S_z = \pm\frac{\hbar}{2}$. $S_z \to \hat{S}_z$ opérateur. Valeurs propres $\pm\frac{\hbar}{2} \to |\pm\rangle_z$.

Matricielle : $\hat{S}_z = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$.

P14 **Spin vectoriel** $\hat{\vec{S}} = \hat{S}_x\vec{e}_x + \hat{S}_y\vec{e}_y + \hat{S}_z\vec{e}_z$. Valeurs propres $\pm\frac{\hbar}{2} \to \hat{S}_x$ et $\hat{S}_y$. $|\pm\rangle_x$ et $|\pm\rangle_y$.

P18 **Dans la base $\{|+\rangle_z, |-\rangle_z\}$.** $\hat{\sigma}_i$ matrices de Pauli.

$\hat{S}_x = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$ $\quad \hat{S}_y = \frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0 & -i\\ i & 0\end{pmatrix}$.

$|\pm\rangle_x = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ \pm 1\end{pmatrix}$ $\quad |\pm\rangle_y = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\ \pm i\end{pmatrix}$.

P19 $\hat{S}^2 = \hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2 + \hat{S}_z^2 = \frac{3}{4}\hbar^2\hat{I}$.

$[\hat{S}_x, \hat{S}_y] = i\hbar\hat{S}_z$ (permutation circulaire). $[\hat{S}^2, \hat{S}_i] = 0$ avec $i = x, y, z$.

P20-23 **Sphère de Bloch.** $|S\rangle = a|+\rangle_z + b|-\rangle_z$.

$|S\rangle = \left(\frac{|a|}{\sqrt{a^2+b^2}}|+\rangle_z + \frac{|b|e^{i(\arg(b)-\arg(a))}}{\sqrt{a^2+b^2}}|-\rangle_z\right)$

$= \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|+\rangle_z + e^{i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|-\rangle_z$.

$\langle\hat{\vec{S}}\rangle = \langle S|\hat{\vec{S}}|S\rangle = \frac{\hbar}{2}(\sin\theta\cos\phi\vec{e}_x + \sin\theta\sin\phi\vec{e}_y + \cos\theta\vec{e}_z)$.

reconnait lels oordonnées sphériques. Les valeurs moyennes sont données par ce vecteur.

P24 **Évolution.** ES : $\hat{H}|\sigma\rangle = i\hbar\frac{\partial|\sigma\rangle}{\partial t}$.

Si $\frac{\partial}{\partial t}\hat{H} = 0$ alors $\hat{H}|\sigma\rangle_E = E\cdot|\sigma\rangle_E$.

Deux énergies propres E_1, E_2. $|\sigma_{E1}\rangle, |\sigma_{E2}\rangle$.

$|\sigma\rangle(t) = \alpha_1 e^{\frac{-iE_1t}{\hbar}}|\sigma_{E1}\rangle + \alpha_2 e^{\frac{-iE_2t}{\hbar}}|\sigma_{E2}\rangle$.

$\alpha_1 = \langle\sigma_{E1}|\sigma\rangle(t=0)$. $\alpha_2 = \langle\sigma_{E2}|\sigma\rangle(t=0)$.

P25-28 $\vec{\mu}_{s,e} = \gamma_{s,e}\vec{S}_e = g_{s,e}\left(\frac{-e}{2m_e}\right)\cdot\vec{S}_e$.

Dans $\vec{B} = B\vec{e}_z$. $\hat{H} = -\hat{\vec{\mu}}\cdot\vec{B} = -\gamma B\hat{S}_z = -\frac{\gamma\hbar B}{2}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$.

Énergies propres : $E_\pm = \mp\frac{\gamma\hbar B}{2}$. $\gamma < 0 \to |\pm\rangle_z$. $\Delta = -\gamma\hbar B = \hbar\omega_0$. $\omega_0 = -\gamma B$.

P30 **États quantiques généralisés.**

E_{H1} dim $= m$, base $\{|a_m\rangle\}$.

E_{H2} dim $= n$, base $\{|b_n\rangle\}$.

$E_{H1}\otimes E_{H2}$ dim $m\cdot n$. Base $\{|a_i\rangle\otimes|b_j\rangle\}$. $i\in\{1,...,m\}, j\in\{1,...,nn\}$

Donc $E_H = E_{H,fo}\otimes E_{H,spin}$.

P31 **Produit hermitien.** $|\Psi\rangle = |\psi\rangle\otimes|s\rangle$. $|\Psi'\rangle = |\psi'\rangle\otimes|s'\rangle$. $\langle\Psi'|\Psi\rangle = \langle\psi'|\psi\rangle\cdot\langle s'|s\rangle$.

P32 **Opérateurs.** $\hat{A}_E$ sur $E_{H,fo}$. $\hat{B}_S$ sur $E_{H,spin}$.

$\hat{A}_E\otimes\hat{B}_S(|\psi\rangle\otimes|s\rangle) = (\hat{A}_E|\psi\rangle)\otimes(\hat{B}_S|s\rangle)$.

Abréviation de $\hat{I}\otimes\hat{S}_z\to\hat{S}_z$.

P33 **Atome dans $\vec{B}$.** $\hat{H}_E = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V_{at}(M)$. $\hat{V}_S = -\gamma B\hat{S}_z$. $\hat{H}_{global} = \hat{H}_E\otimes\hat{I}_S + \hat{I}_E\otimes\hat{V}_S$.

$\hat{H}_E$: $|\psi_n\rangle$ avec vp E_n.

$\hat{V}_S$: $|\pm\rangle_z$ avec vp $\mp\frac{\gamma\hbar B}{2}$.

Valeurs/vecteurs propres de $\hat{H}_{global}$: $\left(E_n\mp\frac{\gamma\hbar B}{2}\right)(|\psi_n\rangle\otimes|\pm\rangle_z)$.