

Chapitre 1. Propriétés ondulatoires de la lumière.

[A] Signal

Déf: Signal / amplitude lumineux

$$s(M, t) = \underbrace{a(M)}_{\text{amp en } M} \cos(\omega t - \varphi(M)) \quad \begin{array}{l} \text{--- facteur sinusoidal.} \\ \text{phase retard.} \end{array}$$

(a) Superposition: $s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t)$.

Détecteur: Sensible à la puissance moyenne.

$$\langle dP(M, t) \rangle = \langle K \cdot s^2(M, t) dS \rangle. \quad K=2.$$

puissance lumineuse moyenne par unité de surface est

définie comme l'intensité lumineuse

$$I = \frac{\langle dP \rangle}{dS} = 2 \langle s^2(M, t) \rangle$$

visible: $\lambda \in [400 \text{ nm} \sim 800 \text{ nm}]$

Notation complexe: $s(M, t) = a(M) \cos(\omega t - \varphi(M))$
 $= \operatorname{Re}(a(M) \exp(j(\omega t - \varphi(M))))$.

$$\begin{aligned} s(M, t) &= \underbrace{a(M) \exp(-j\varphi(M))}_{= A(M) e^{-j\varphi}} \cdot \exp(j\omega t) \\ &= A(M) e^{j\omega t} \end{aligned} \quad \text{amplitude complexe}$$

avec $s(M, t) = \operatorname{Re}(s(M, t))$.

écriture de I:

$$I = \langle S^2(M, \tau) \rangle = 2 \cdot \langle a^2(M) \cos^2(\dots) \rangle = a^2(M) = |\underline{A}(M)|^2$$

$$I = |\underline{S}(M, \tau)|^2 = \underline{S}(M, \tau) \cdot \underline{S}^*(M, \tau)$$

insensible à la phase.

[B]: propagation et déphasage.

chemin optique: $(SM) = \underbrace{n}_{\text{co}} \cdot \underbrace{SM}_{\text{indice distance réelle.}} = c \cdot T_{SM}$.

milieu homogène.

générale: $(SM) = \int_s^M n(p) dl_p$.

déphasage: $S(M, \tau) = \gamma \cdot S(s, t - T_{SM})$.

$$\Rightarrow a(M) \cos(\omega \tau - \varphi(M)) = \gamma \cdot a(s) \cos(\omega \tau - \omega T_{SM} - \varphi(s)).$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a(M) = \gamma a(s), \\ \varphi(M) - \varphi(s) = \omega T_{SM} = \frac{\omega}{c} \cdot c T_{SM} = \left[\frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot (SM) \right] = \varphi_{SM} \end{cases}$$

En particulier, $\begin{cases} (SM) = m\lambda_0, m \in \mathbb{Z}: \text{en phase} \\ (SM) = (m + \frac{1}{2})\lambda_0, m \in \mathbb{Z}: \text{opposition de phase.} \end{cases}$

Surface d'onde: surface tq $|\varphi(M)| = C \text{stc}$.

Théorème de Malus

rayon lumineux \perp surface d'onde

Chemins optiques entre deux pt conjugués sont égaux.

ondes fondamentales: sphérique / plane

$$(OP): S(M,t) = a \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM}). \quad \vec{k} = k \hat{u} \quad \}$$

$$(O \parallel S): S(M,t) = \frac{C}{\delta} \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{OM}). \quad \vec{k} = I k \hat{e}_r \quad .$$

\hookrightarrow puissance moyenne, même sur toutes les surfaces d'ondes.

C: phénomènes

absorption: $\gamma_{MM} = \exp(-\alpha_{NM})$. Coef du milieu

déphasage: points sur un même rayon.

$$\textcircled{1}. \quad r = \frac{u_1 - u_2}{u_1 + u_2}. \quad \tau = \frac{2u_1}{u_1 + u_2}.$$

$+ \pi$ si $u_2 > u_1$

$$\textcircled{2} \quad \text{miroir métallique}, \quad r = -1.$$

$+ \pi$ si réfléchie

$$\textcircled{3} \quad \text{pt de convergence: } + \pi$$

$$\textcircled{4} \quad \text{trou diffractant: } \psi_{sup} = + \frac{\pi}{2}$$

Chapitre 2: interférence

[A] Superposition. ondes cohérentes. (monochromatique).

par deux ondes $s_1(M, \tau)$ et $s_2(M, \tau)$.

$$I = 2 \langle s^2(M, \tau) \rangle = 2 \langle (s_1 + s_2)^2 \rangle$$

$$\Rightarrow I = I_1 + I_2 + 4 \langle s_1(M, \tau) \cdot s_2(M, \tau) \rangle$$

Si $\omega_1 \neq \omega_2$, incohérentes, $I = I_1 + I_2$

$$\omega_1 = \omega_2 : I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi_{2/1}(M))$$

$$= 2 I_0 (1 + \cos(\Delta\varphi_{2/1}(M))) \quad \text{si } I_1 = I_2 = I_0$$

interférence : constructive si cos vaut 1

destructive si cos vaut -1

ordre d'interférence : $P_{2/1}(M) = \frac{\Delta\varphi_{2/1}(M)}{2\pi}$

Contraste : $\gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$

↑
si cohérente.

observable si : [intensités comparables]

Ondes synchrones: $\varphi_1(M) = \varphi_1(S_1) + k_0(S_1 M)$

$\varphi_2(N_1) = \varphi_2(S_2) + k_0(S_2 M).$

$\Delta \varphi_{2/1}(M) = k_0 [S_2 M - S_1 M].$

$\varphi_1(S_1) = \varphi_2(S_2)$

$\Delta \varphi_{2/1}(m)$ cst: franges d'interférences.

FB: $\Delta \varphi_{2/1}(m) = 2m\pi.$ FS: $\Delta \varphi_{2/1}(m) = 2(m+1)\tau_1. \quad m \in \mathbb{Z}.$

(les systèmes stigmatiques ne modifient pas les interférences.)

B) cohérence temporelle.

Trains d'onde:

$\underbrace{\text{---}}_{T_c} \underbrace{\text{----}}_{l_c = T_c \cdot C}$ longeur de cohérence.

$\underbrace{\text{----}}_{T_c}$ durée de cohérence

Fourier: $\Delta f \approx \frac{1}{T_c}$ élargissement spectral \rightarrow

deux sources distinctes: pds d'interférence.

division du front d'onde / d'amplitude.

déférence de marche: $\delta_{2/1} = (SM_2) - (SM_1)$

interférences
constructives /
destructives

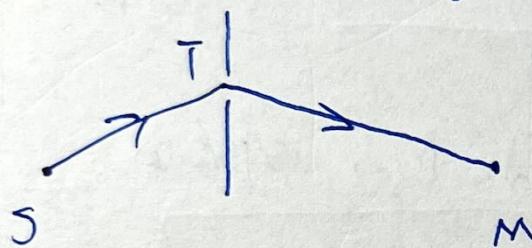
$\Delta \varphi_{2/1}(m) = k_0 \delta_{2/1}(m) + \Delta \varphi_{\text{sup}}$

il faut avoir: $|\delta_2/\lambda| < l_c$.

exigences: [source unique, intensité comparable, longeur de cohérence]

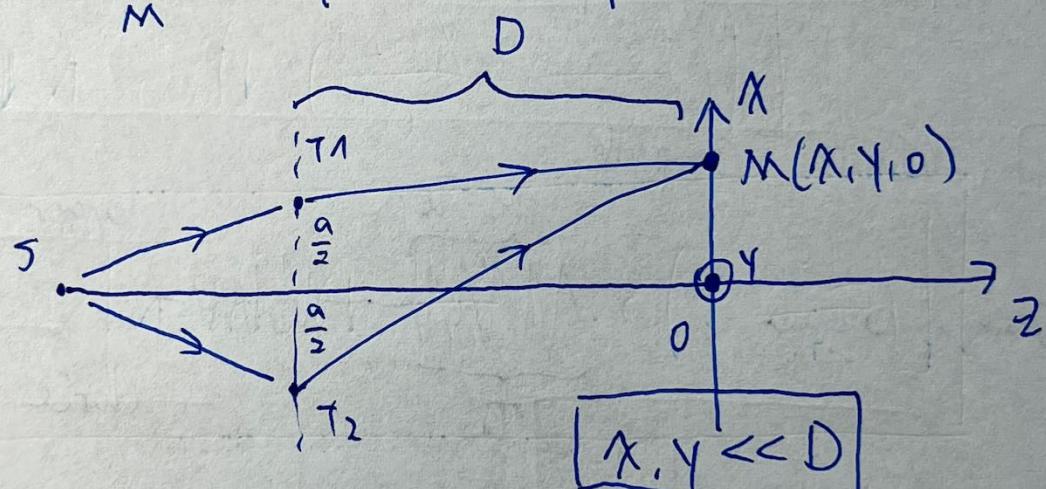
Chapitre 3: Trou d'onde

A) trous d'Young.



$$\psi(M) = \psi(S) + k_0 (STM)$$

pas de $\Delta\psi_{\text{sup}}$



Trous d'Young

$$\delta_{2/\lambda}(M) = \frac{n\lambda}{D}, \quad \Delta\psi_{2/\lambda}(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot \delta_{2/\lambda}(M)$$

$$\delta_{2/\lambda}(M) = (T_2 M) - (T_1 M) = n (T_2 M - T_1 M)$$

$$= n \cdot \left(\sqrt{(x + \frac{a}{2})^2 + y^2 + D^2} - \sqrt{(x - \frac{a}{2})^2 + y^2 + D^2} \right)$$

$$= nD \left(\sqrt{1 + (\frac{y}{D})^2 + (\frac{x + \frac{a}{2}}{D})^2} - \sqrt{1 + (\frac{y}{D})^2 + (\frac{x - \frac{a}{2}}{D})^2} \right).$$

$$= nD \left(\cancel{x + \frac{\lambda}{2}} \frac{r^2}{D^2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{(x + \alpha/2)^2}{D^2} - \cancel{x - \frac{\lambda}{2}} \frac{r^2}{D^2} - \frac{1}{2} \frac{(x - \frac{\lambda}{2})^2}{D^2} \right)$$

$$= \frac{n}{D} \cdot \frac{1}{2} 2ax = \boxed{\frac{nax}{D}}$$

ne dépend que de x . franges rectilignes parallèles à Oy.

$$\delta_{2/1}(n) = n\lambda_0. \quad \text{FB: } x = \frac{n\lambda_0 D}{na}$$

$$\text{FG: } x = (m + \frac{1}{2}) \cdot \frac{\lambda_0 D}{na}$$

interference $i = \boxed{\frac{\lambda_0 D}{na}}$

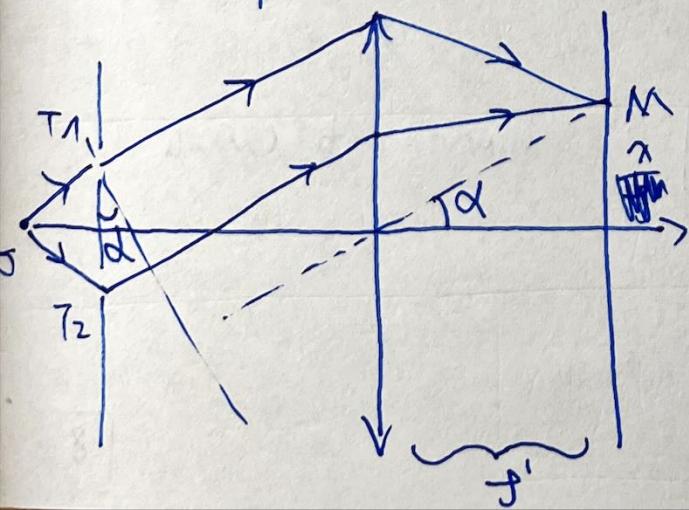
$$\underbrace{\frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot \frac{na x}{D}}_{}$$

(éclairement: $I(n) = 2I_0 \left(1 + \cos(\delta\varphi_{2/1}(n)) \right)$)

exemples de dispositifs: biprisme de Fresnel, bilenilles de bille, minots de Fresnel, lentilles de Fresnel -

B Trou d'Young modifié.

①. à l'infini.

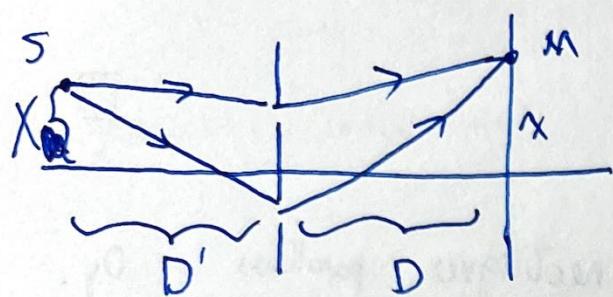


pour α petit.

$$\delta_{2/1}(n) = na x \cdot \frac{1}{f'}$$

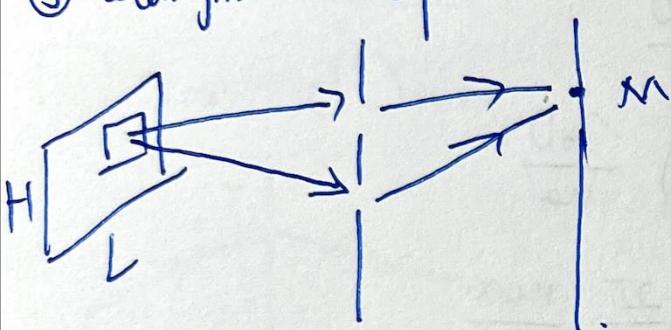
$$\text{et } \alpha \approx \tan \alpha = \frac{x}{f'}$$

② source déplacée.



$$J_{2/1}(M) = \frac{n_a x}{D'} + \frac{n_a x}{D}$$

③ élargissement spatial.



$$dI = K \cdot dXdY$$

~
petit pt.

$$dI = 2dI_0 \left[1 + \cos \left(k_o \left(\frac{n_a x}{D'} + \frac{n_a r_a x}{D} \right) \right) \right]$$

$$\int \int \Rightarrow I(M) = 2I_0 \left[1 + \cos \left(k_o \frac{n_a x}{D} \right) \right] \operatorname{sinc} \left(k_o \frac{n_a L}{2D'} \right)$$

Définition: brouillage $L_b = \frac{\pi b D'}{n_a r_a} = \frac{\lambda D'}{a}$

paramètre de visibilité: $V = \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi L_b}{\lambda D'} \right) = \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi L}{L_b} \right)$.

$$I(M) = 2I_0 \left[1 + V \cos \left(k_o \cdot \frac{n_a x}{D} \right) \right]. \quad \text{inversion de courbure.}$$

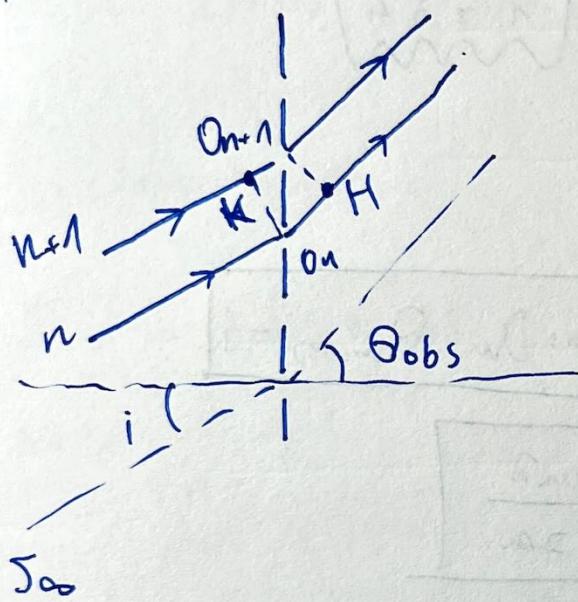
Courbure: $\gamma = \left| \operatorname{sinc} \left(\frac{\pi L}{L_b} \right) \right|$

C Réseaux.

[défin. pas du réseau entre deux feutes.]

[config de Fraunhofer: S et M à l'infini.]

Pour deux ondes adjacentes:



$$\Delta\Phi = k_0 n \sin \alpha x$$

$$(\sin \theta_{\text{obs}} - \sin i)$$

entre n-ième et (n+1)-ième.

On veut I max: Tous les ondes en phase. $\Delta\Phi = 2m\pi$.

donc il faut avoir:

$$\boxed{n \sin \alpha (\sin \theta_{\text{obs}} - \sin i) = m \pi}$$

relation des réseaux

m: ordre de diffraction

Notons $I_0 = |\underline{A}_1(M_\infty)|^2$. on pose la relation:

$$\underline{A}_n(M_\infty) = \underline{A}_1(M_\infty) \cdot \exp(-j \Delta\Phi_{n/1}).$$

Nécessité: $\boxed{\underline{A}_n(M_\infty) = \underline{A}_1(M_\infty) \cdot \exp(j(n-1)\Delta\Phi)}$ \heartsuit $\boxed{19}$

Si θ_{obs} vérifie le Cdr : $A_n(\theta_{\text{obs}}) \cdot A_1(\theta_{\text{obs}}) \Rightarrow I_{\text{max}} = N^2 I_0$

en dehors des maxima: $I_{\text{tot}} = I_0 \cdot \frac{\sin^2(N\delta\varphi/2)}{\sin^2(\delta\varphi/2)}$ $\xrightarrow[\sin(\delta\varphi/2) \neq 0]{}$ $N^2 I_0$.

$(N-1)$ zéros entre deux maxima successifs (principaux).

$$N=3 \rightarrow \begin{cases} 1 \\ 2 \end{cases} \quad N=5 \rightarrow \begin{cases} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{cases}$$

C) Conséquences de ce Cdr.

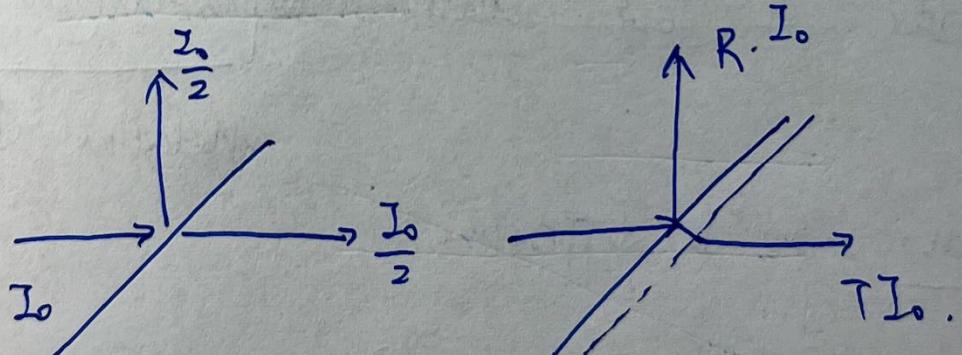
pour un m vérifiant \uparrow , $\boxed{\text{La déviation: } D_m = \theta_{m,\text{obs}} - i}$

déviation minimale: $\boxed{\sin\left(\frac{D_{m,\min}}{2}\right) = \frac{m\pi}{2a}}$

Chapitre 4: Michelson

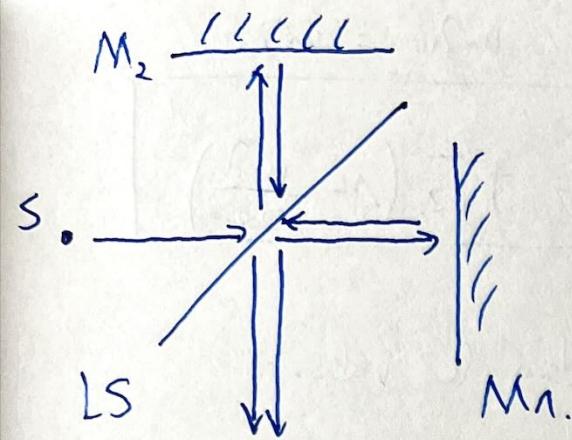
A) L'interféromètre.

lame séparatrice:
(compensatrice).



pas de déphasage \uparrow .

deux bras de l'interféromètre de Michelson.



Notions: Orientation

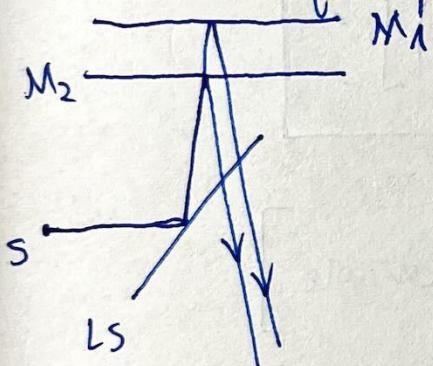
translation (chargeage)

Carre d'air / coin d'air

defn: contact optique

B Carre d'air.

Schéma équivalent.

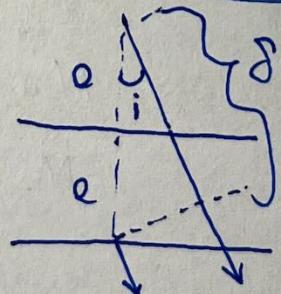


interférences localisées à l'intérieur

anneaux de heidinger

franges d'égal inclinaison

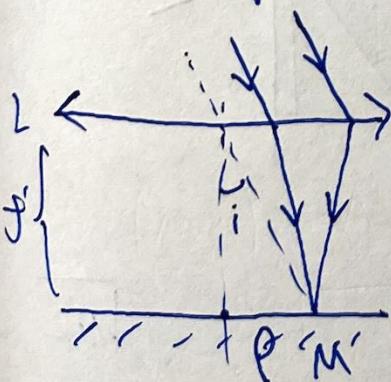
$$|\delta_{2/1}(M_\infty) = 2ne \cos i|$$



$|e=0 \Rightarrow$ uniforme.

$$\cos i \approx 1 - \frac{1}{2} i^2 \approx 1 - \frac{1}{2} \tan^2 i = 1 - \frac{p^2}{2f'^2}$$

$$\text{denc } |\delta_{2/1}(M) \approx 2ne \left(1 - \frac{p^2}{2f'^2}\right)|$$



Pour l'ordre m , $\delta_{2/1}(m) = \max_{x \in [-\pi, \pi]} |f(x)|. m \gamma_m = m \gamma_n$.

Soit $m \gamma_m = 2ne \left(1 - \frac{p^2}{2f^2}\right)$. $P_m = f' \sqrt{2} \left(1 - \frac{m \gamma}{2e}\right)^{\frac{1}{2}}$

ici $\delta = m \gamma_m$ car $\delta = (SM_2) - (SM_1)$ dans le vide.

[δ s'éloigne du centre : FB serrés]

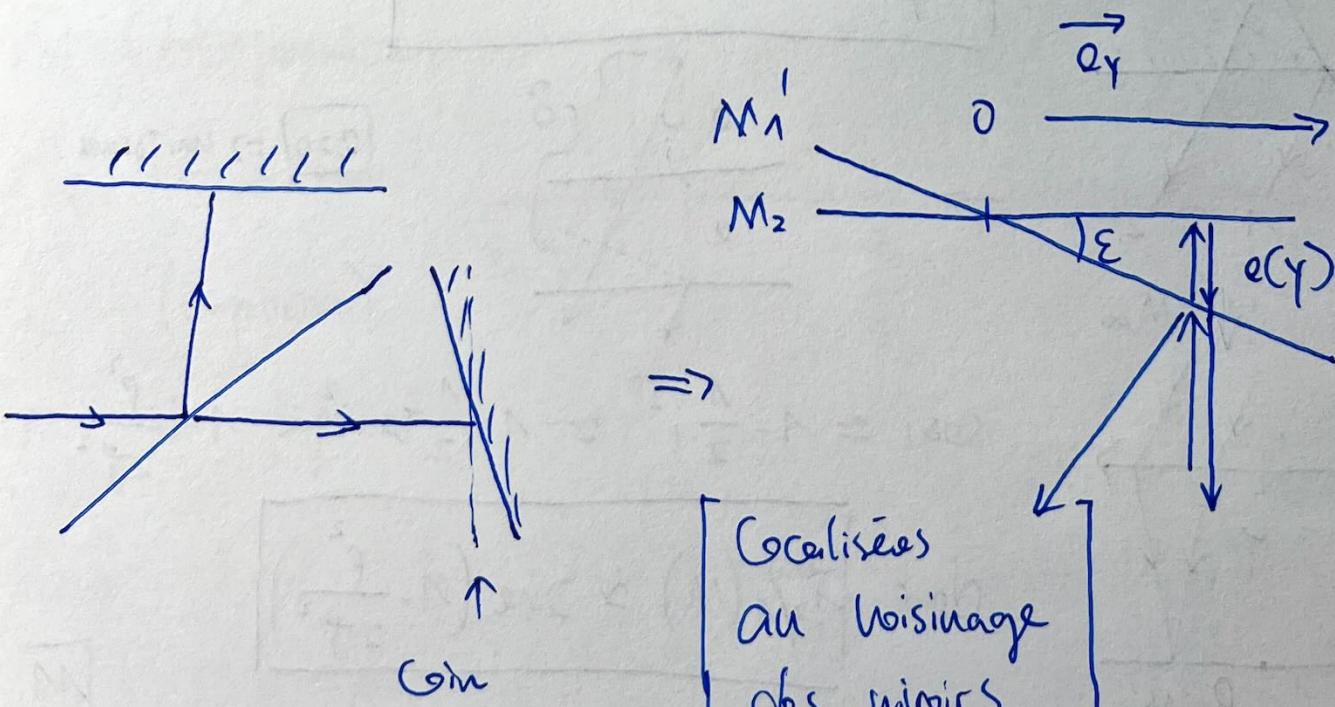
[e diminue, $p \uparrow$] Pour le front de br. d'ordre m , $2ne \cos i_m = CSR$.
 $\alpha \downarrow$, $\cos i \uparrow$, $i_m \downarrow$, donc rentré vers le centre.

(l'éclairement: $I = 2I_0 \left[1 + \cos \left(k_0 2ne \left(1 - \frac{p^2}{2f^2}\right)\right)\right]$)

élargissement spatial \Rightarrow pas de perte de contraste.]

C) Coin d'air.

$f = 2n e(y) \cos i$



franges d'épaisseur épaissure, δ ne dépend que de $e(y)$.

$$fB: y = m \cdot \frac{\lambda}{2\varepsilon}$$

l'interfrange: $i = \frac{\lambda}{2\varepsilon}$

Si on translate M_1 par ℓ_0 : $\left\{ \begin{array}{l} e(y) = e_0 + y\varepsilon \\ fB: y(m) = m \frac{\lambda}{2\varepsilon} - \frac{e_0}{\varepsilon} \end{array} \right.$

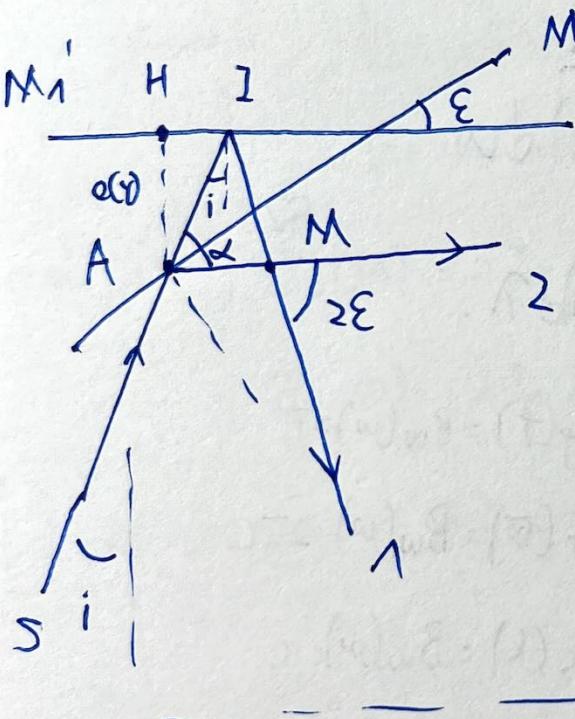
$$e(y) = e_0 + y\varepsilon$$

$$fB: y(m) = m \frac{\lambda}{2\varepsilon} - \frac{e_0}{\varepsilon}$$

(translation amplifiée).

détecter des défauts, lames.

Démonstration de $\delta = 2ne(y)\cos i$:



$$\begin{aligned} \delta_{1/2} &= (SM)_1 - (SM)_2 \\ &= (AI) + (IM) - (AM) \end{aligned}$$

$$\text{Triangle } (AH2): \cos i = \frac{e(y)}{AI}$$

$$\angle IAM = 2i + 2\varepsilon$$

$$\delta_{1/2} = n \sin i \left[AI \left(1 + \frac{IM}{AI} - \frac{AM}{AI} \right) \right] = n \sin i \cdot n \cdot \frac{e(y)}{\cos i} \left(1 + \frac{IM}{AI} - \frac{AM}{AI} \right)$$

$$\xrightarrow{\text{Gis des sinus}} n \cdot \frac{e(y)}{\cos i} \left(1 + \frac{\sin i}{\sin 2\varepsilon} - \frac{\sin 2i}{\sin 2\varepsilon} \right) \xrightarrow{\text{Trigo}} n \cdot \frac{e(y)}{\cos i} \left(1 + \cos 2i - \sin 2i \tan \varepsilon \right)$$

$$= n \sin i e(y) (2 \cos i - 2 \sin i \tan \varepsilon) = 2 n \sin i e(y) \cos i (1 - \tan i \tan \varepsilon)$$

incidence quasi-normale: $i \approx 0$.

$$\downarrow = 2n e(y) \cos i \quad \heartsuit$$

Chapitre 5. Spectroscopie interférentielle.

A) Spectre des sources.

idéalement l'onde est monochromatique mais elle est \checkmark superposition.

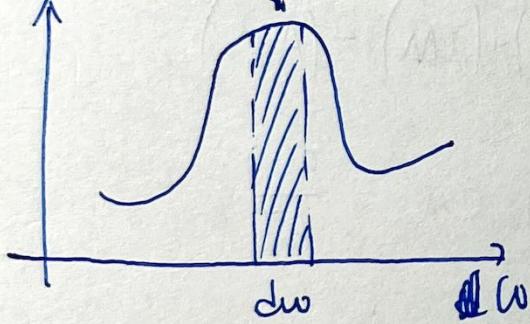
les paramètres: $\underline{\omega} = 2\pi f$. $\underline{\lambda} = \frac{2\pi c}{\omega}$ $\underline{k} = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$. $\underline{\Omega} = \frac{1}{\lambda}$

pulsation fréquence longeur d'onde vect d'onde nombre d'onde

Sources à spectre discréte / réelle à spectre continue

Densité spectrale de puissance $B_w(\omega)$

$$B_w(d\omega) \rightarrow dP \quad dP = B_w(\omega) d\omega$$



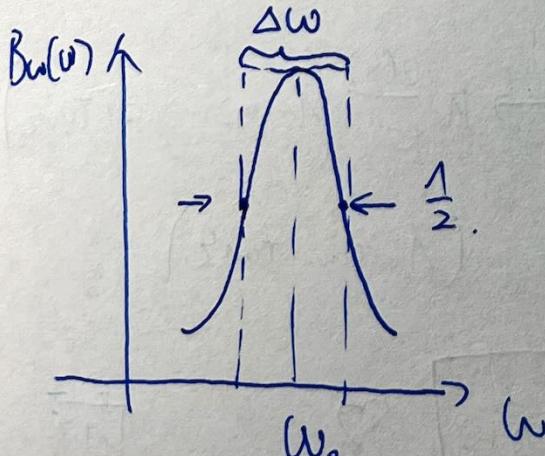
$$= B_\lambda (\lambda) d\lambda$$



en utilisant les relations on a:

$$\left\{ \begin{array}{l} B_f(f) = B_w(\omega) \cdot 2\pi \\ B_\sigma(\sigma) = B_w(\omega) \cdot 2\pi c \\ B_k(k) = B_w(\omega) \cdot c \end{array} \right.$$

Largur spectrale $\Delta\omega$ (à mi-hauteur)



$$\omega \in \left[\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}, \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} \right]$$

$$\lambda \in \left[\frac{2\pi c}{\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}}, \frac{2\pi c}{\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}} \right]$$

$$\boxed{\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \approx \frac{\Delta\omega}{\omega_0}}$$

$$\text{de même, on a: } \left[\frac{\Delta W}{W_0} = \frac{\Delta k}{K_0} = \frac{\Delta f}{f_0} \right]$$

[Approximation monochromatique: $\Delta W \ll W_0$. $B_W(w)_{\max} \approx \frac{P}{\Delta W}$]

B interférences à 2 ondes en lumière monochromatique.

B.1 Sources à spectre discret.

$$\text{monochromatique: } I(\delta) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta \right) \right)$$

on considère le doublet spectral $\begin{cases} I_0 w_1 \\ I_0 w_2, \quad w_2 > w_1 \end{cases}$.
sources incohérentes.

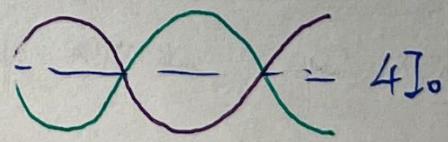
$$\text{on a: } \begin{cases} I_1(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_1} \delta \right) \right) \\ I_2(M) = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_2} \delta \right) \right) \end{cases}$$

$$I(M) = I_1 + I_2 = 4I_0 \left(1 + \cos \left(\underbrace{\frac{w_1 + w_2}{2}}_{w_{\text{moyenne}}} \cdot \frac{\delta}{c} \right) \cos \left(\underbrace{\frac{w_1 - w_2}{2}}_{\frac{1}{2}\Delta w} \right) \frac{\delta}{c} \right)$$

$$= 4I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{w_m}{c} \delta \right) \cos \left(\frac{\Delta w}{2c} \delta \right) \right)$$

$w_m \gg \Delta w$ donc $\cos \left(\frac{w_m}{c} \delta \right)$ varie plus rapidement.

$$\text{on définit } \begin{cases} I_+(M) = 4I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{\Delta w}{2c} \delta \right) \right) \\ I_-(M) = 4I_0 \left(1 - \cos \left(\frac{\Delta w}{2c} \delta \right) \right) \end{cases}$$

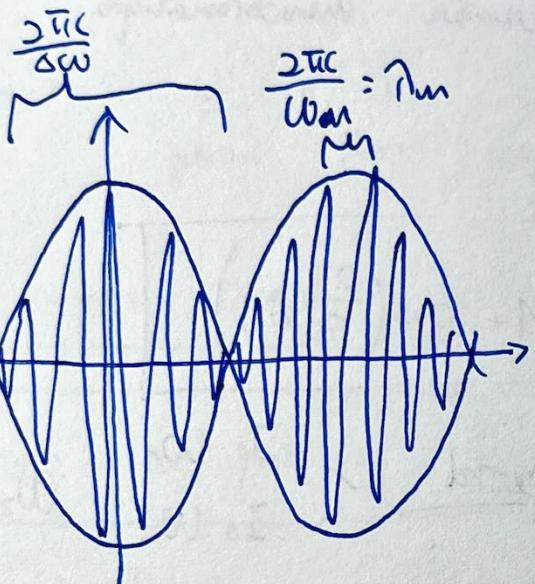


Ou prend $\begin{cases} I_{\max} = 4I_0 \left(1 + \left|\cos\left(\frac{\omega_0}{c} \cdot \frac{s}{c}\right)\right|\right) \\ I_{\min} = 4I_0 \left(1 - \left|\cos\left(\frac{\omega_0}{c} \cdot \frac{s}{c}\right)\right|\right) \end{cases}$



Contraste : $\gamma = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = |r|$

battements



mesure du doublet
du sodium.

B.2 Source de spectre continu.

*. L'intervalle $[w, w+dw]$ donne un éclairement proportionnel à $dP = B_w(w)dw$.

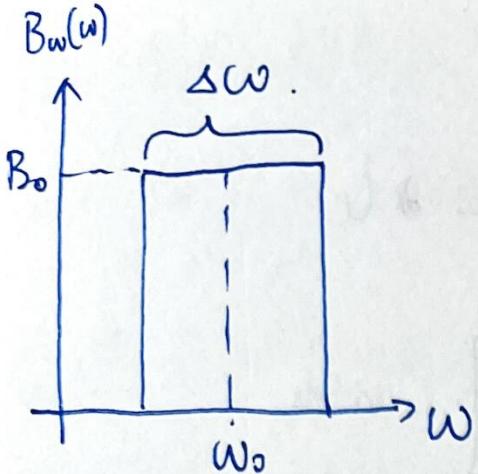
$$dI = \underbrace{2K}_{\text{cste}} \underbrace{B_w(w) dw}_{dP} \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{w}{c}s\right)\right) \quad \text{incohérence entre vols}$$

$$\Rightarrow \boxed{I(s) = 2K \int_0^{\infty} B_w(w) \left(1 + \cos\left(\frac{w}{c}s\right)\right) dw}$$

$B_w(w) \rightarrow I(s)$ transformée de cosinus

deux cas : densité spectrale rectangulaire / quelconque

* rectangulaire / signal carré. (PHY2302P).

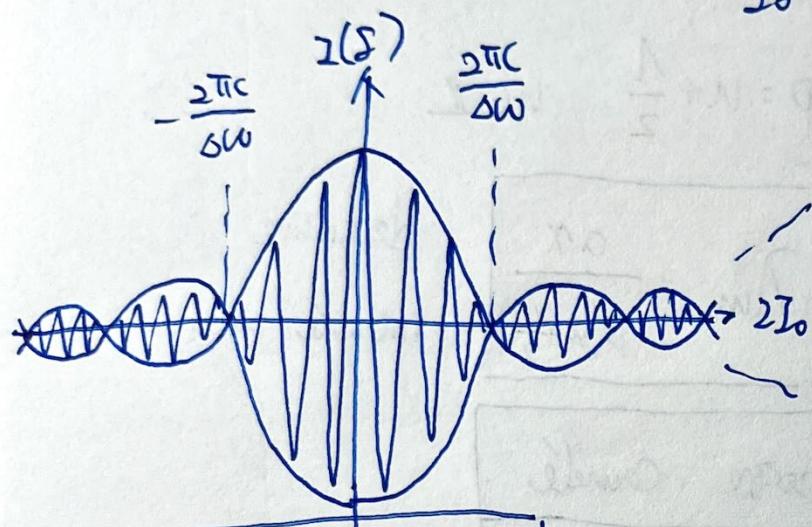


$$I(\delta) = 2K \int_{w_0 - \frac{\Delta w}{2}}^{w_0 + \frac{\Delta w}{2}} B_0 \left(1 + \cos\left(\frac{w\delta}{c}\right) \right) dw$$

= ...

$$= 2KB_0\Delta w \left[1 + \cos\left(\frac{w_0\delta}{c}\right) \right] \sin\left(\frac{\Delta w}{2} \cdot \frac{\delta}{c}\right)$$

I_0 ↑ interférences ↑ visibilité



$$2I_0 \left(1 + \sin\left(\frac{\Delta w}{2c}\delta\right) \right)$$

$$2I_0 \left(1 - \sin\left(\frac{\Delta w}{2c}\delta\right) \right).$$

$$\delta = \left| \sin\left(\frac{\Delta w}{2} \cdot \frac{\delta}{c}\right) \right| \rightarrow \begin{array}{c} \delta \\ \gamma \end{array}$$

+ source quelconque de largeur spectrale Δw .

Résultats précédents généralisés:

$$|\delta| \leq \frac{2\pi c}{\Delta w}$$

$$\Delta\delta = \frac{2\pi c}{\Delta w}, \quad \text{l'interférence } i = \frac{2\pi c}{w_0}.$$

$$N = \frac{\Delta\delta}{i} = \frac{2w_0}{\Delta w} \quad \text{--- filtre coloré.}$$

Trains d'ondes: $|\delta| \leq l_c = cT_c$

$$\text{ou a. } l_c = cT_c = \frac{2\pi c}{\Delta w} = \frac{2\pi c}{w_0} \cdot \frac{\Delta w}{\Delta\delta} = \frac{\Delta w^2}{\Delta\delta} \quad \boxed{\Delta\delta}$$

[B.3] Conséquences, applications.

* pour les trous de Young. source avec λ_c .

$$|f| = \frac{n a |\chi|}{D} \leq \lambda_c \Rightarrow |\chi| \leq \frac{\lambda_c D}{a n} \quad \text{visible.}$$

(o) franges sombres . $p = n + \frac{1}{2} \quad n \in \mathbb{Z}$.

$$\frac{n a \chi}{D} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda_0 \Rightarrow \lambda_m = \frac{a \chi}{D \left(n + \frac{1}{2}\right)} \quad \begin{array}{l} \text{destructive} \\ \text{intensité nulle.} \end{array}$$

Spectre cannelé

* Tomographie OCT

* interférométrie par Transformée de Fourier.

[C] Spectroscopie à réseau.

relation des réseaux: $n \sin \alpha (\sin \theta_{\text{obs}} - \sin i) = m \lambda_0$

Défn: pouvoir dispersif $P_{d,m} = \left| \frac{d \theta_m}{d \lambda} \right|$

$$\Rightarrow P_{d,m} = \frac{|m|}{a \cos(\theta_m)} \quad \begin{array}{l} * \text{ se place à } m \text{ élevé (des ordres).} \\ * \text{ diminue } a \downarrow N \uparrow. \end{array}$$

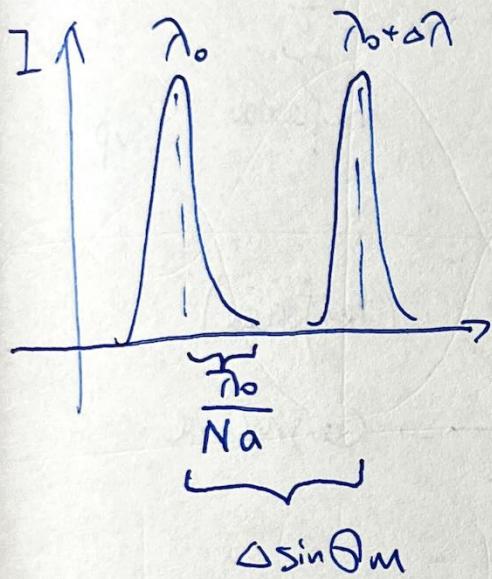
dans l'intervalle $[\lambda_1, \lambda_2] \rightarrow [\theta_{m,\lambda_1}, \theta_{m,\lambda_2}]$.

pour éviter la superposition des ordres.

$$m < \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$(\theta_{m,\lambda_2} < \theta_{m+1,\lambda_1} \text{ si } \lambda_2 > \lambda_1)$.

pouvoir de résolution



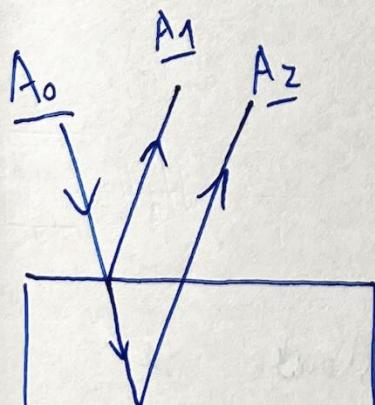
critère de Rayleigh

$$\begin{aligned} \Delta \sin \theta_m &> \frac{\lambda_0}{Na} \\ \frac{m \Delta \lambda}{na} &> \frac{\lambda_0}{Na} \\ \Rightarrow \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} &> \frac{n}{mN} \end{aligned}$$

exemples ...

D) couleurs interférentielles.

coeffs de réflexion et transmission:



$$\begin{cases} r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \\ t = \frac{2n_2}{n_1 + n_2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_1 = r_{n_0 \rightarrow n} A_0 \\ A_2 = T_{n_0 \rightarrow n} r_{n \rightarrow n_1} T_{n \rightarrow n_0} A_0 \end{cases}$$



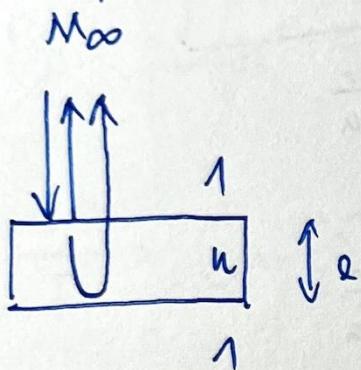
égale inclinaison



égale épaisseur

Couche blanche -- couches intermédiaires

Exemple: lame de verre, incidence normale.



$$\text{déphasage : } \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2ne + \frac{\pi}{2}$$

réflexion, φ_{sup}

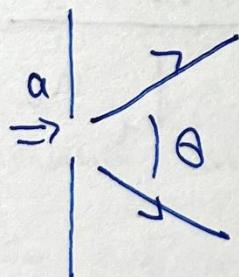
(neutralisée).

$$T_m = \frac{2ne}{m} \rightarrow \text{destructive}$$

$$T_m = \frac{2ne}{m - \frac{1}{2}} \rightarrow \text{constructive}$$

Chapitre 6 Diffraction

A) Huyghens - Fresnel



si $\lambda \ll a$ on a diffraction.

$$\text{l'angle } \theta \sim \frac{\lambda}{a}.$$

Huyghens :

Source ponctuelle \rightarrow chaque point sur la surface d'onde se

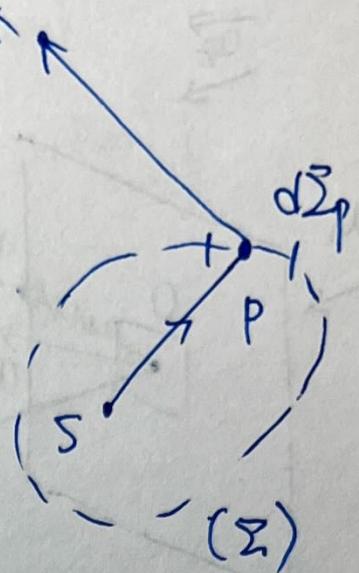
comporte comme une SP secondaire.

Fresnel:

chaque élément $d\Sigma_p$ est une SP secondaire.

son amplitude complexe en proportionnelle à l'onde
incidence sur P , à la surface Σ_p .

-- Superposition.



$$A_{\text{diff}}(M) = K \iint_{(\Sigma)} A_{SPM} d\Sigma_p$$

(l'amplitude diffusée
en M . (K cst)).

B Diffraction de Fraunhofer . pupilles fondamentales

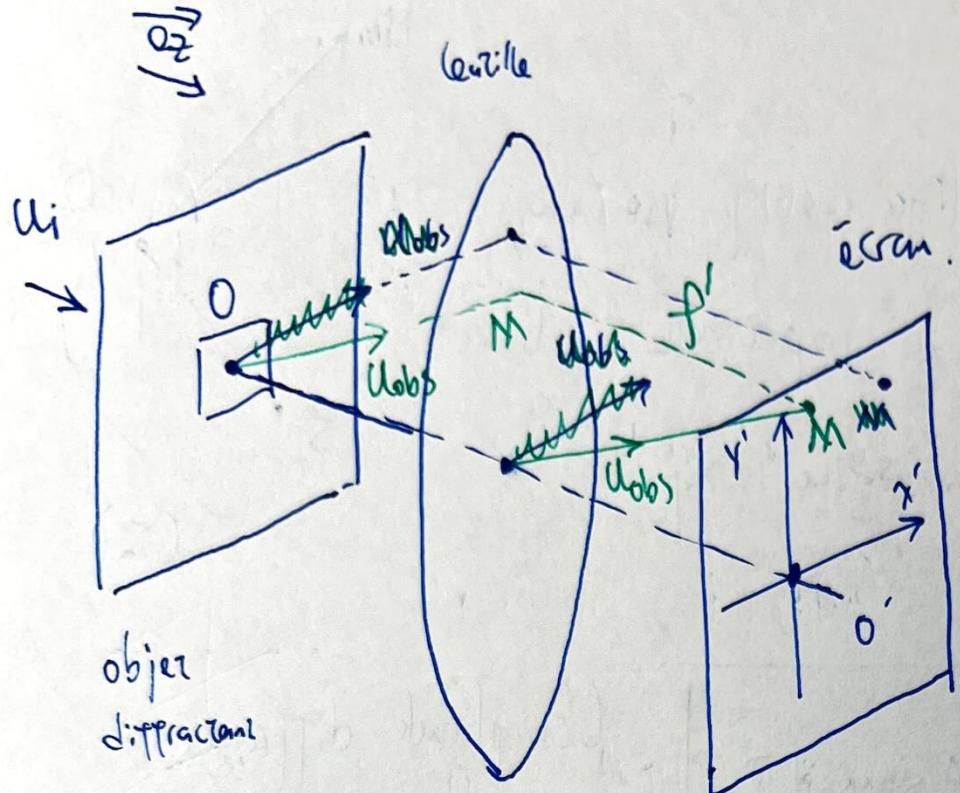
B.1 prérequis mathématiques

$$\int_{x_0 - \frac{a}{2}}^{x_0 + \frac{a}{2}} \exp(jkx) dx = a \exp(jkx_0) \operatorname{sinc}\left(\frac{ka}{2}\right)$$

les fonctions sinc et sinc^2

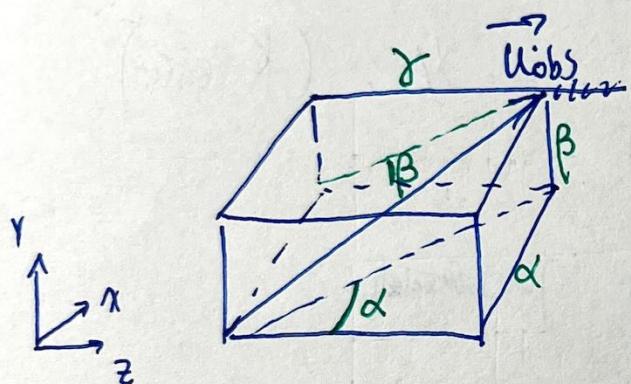
B.2 Diff de Fraunhofer par un objet plan.

Conditions de F: S et M sont à l'infini



$$\vec{u}_{\text{obs}} = \alpha \vec{e}_x + \beta \vec{e}_y + \gamma \vec{e}_z$$

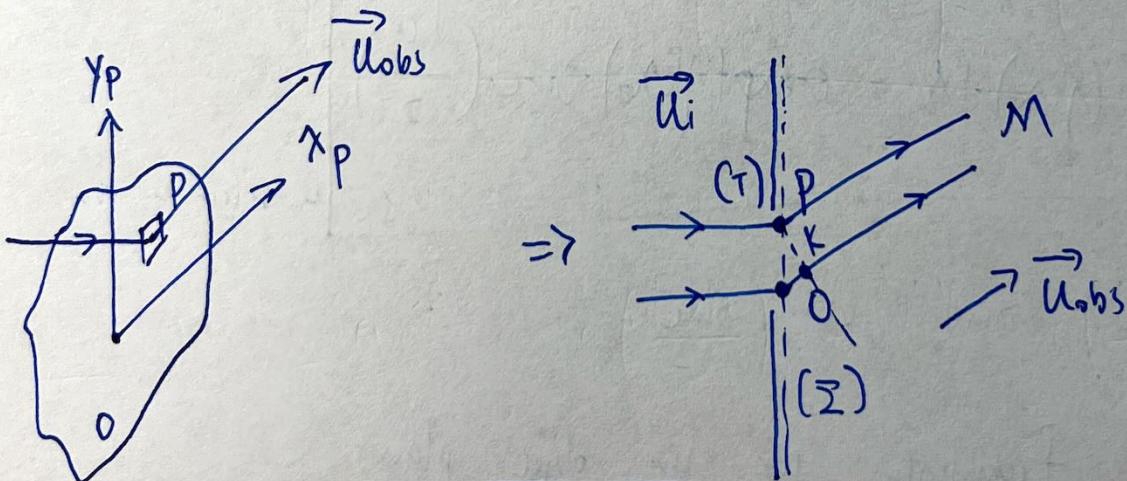
Coordonnées de
M: $(x', y', 0)$.



$$\alpha \approx \frac{x'}{f}, \quad \beta \approx \frac{y'}{f}$$

$$\gamma \approx 1 \approx \sqrt{1 - \alpha^2 - \beta^2}$$

pupille plane en incidence normale



$$A_{\text{diff}}(M) = K_{\text{ao}} \iint_{(\bar{T})} \exp(jk(\alpha x_p + \beta y_p)) d\bar{z}_p$$

Trou

(l'amp qui va : $S \rightarrow O \rightarrow M$: $A_{SOM} = a e^{-j k_0(SOM)}$)

$$\text{celle } \overrightarrow{SPM} : A_{SPM} = a e^{-j k_0(SPM)} \cdot \left[e^{-j k_0(SOM)} \cdot e^{j k_0(SOM)} \right]$$

$$= a e^{-j k_0(SPM)} \cdot \underbrace{e^{-j k_0(SOM)} \cdot e^{j k_0(SOM)}}_{\downarrow}$$

$$= \underline{a_0} \cdot e^{-j k_0(SPM)}$$

avec $Spm(M) = -n_{air} \cdot \overrightarrow{U}_{obs} \cdot \overrightarrow{OP} = -n_{air}(\alpha X_p + \beta Y_p)$

$$A_{diff}(M) = K \iint_{(T)} A_{SPM} \cdot dX_p \cdot dY_p = K \iint_{(T)} a_0 \cdot \exp(jk(\alpha X_p + \beta Y_p)) \underbrace{dX_p \cdot dY_p}_{\sum_p}$$

incidence non-normale : $\overrightarrow{U}_i = \alpha_i \overrightarrow{e_x} + \beta_i \overrightarrow{e_y} + \gamma_i \overrightarrow{e_z}$

$$A_{diff}(M) = K a_0 \iint_{(T)} \exp(jk[(\alpha - \alpha_i)X_p + (\beta - \beta_i)Y_p]) dX_p dY_p$$

On introduit la transparence complexe $I(p)$

$$I(p) = I(p) \cdot \exp(-j\Phi(p))$$

, $\Phi(p)$: augmentation du retard de phase
du au passage.

$I(p)$ réel \Rightarrow forme d'amplitude.

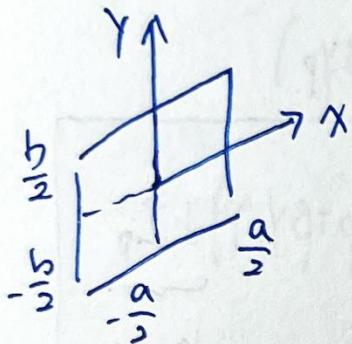
Complexé \Rightarrow forme de phase.

$|I(p)| < 1 \Rightarrow$ pupille absorbante

en incidence normale

$$A_{\text{diff}}(M) = K \underline{a_0} \iint_{(T)} I(x_p, y_p) \exp[jk(\alpha x_p + \beta y_p)] d\pi_p dy_p$$

B.3) Fenêtre rectangulaire éclairée par une onde plane.



$$\text{on a } I_{\text{diff}}(M) = |A_{\text{diff}}(M)|^2$$

$$\text{avec } A_{\text{diff}}(M) = K \underline{a_0} \iint_{(T)} \exp[jk(\alpha x_p + \beta y_p)] d\pi_p dy_p$$

après calcul:

$$I_{\text{diff}}(M) = I_0 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi \alpha \cdot a}{\lambda}\right) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi \beta b}{\lambda}\right).$$

$$I_0 = |K \underline{a_0} ab|^2$$

pic de largeur $|\Delta x \approx \pi|$

non-normale:

$$I_{\text{diff}}(M) = I_0 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi}{\lambda}(\alpha - \alpha_i)a\right) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi}{\lambda}(\beta - \beta_i)b\right)$$

Si l'onde incidente (ouverture éclairée) est centrée sur (x_0, y_0) :

$$[A_{\text{diff}}(M) = K \underline{a_0} a e^{j k x_0} \operatorname{sinc}\left(\frac{k \alpha a}{2}\right) \cdot b e^{j k y_0} \operatorname{sinc}\left(\frac{k \beta b}{2}\right)]$$

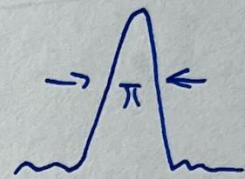
$I_{\text{diff}}(M)$ ne change pas.

La lumière est principalement diffusée (80%) dans la section d'extension angulaire :

$$\Delta \left(\frac{\pi a \alpha}{\lambda} \right) \approx \pi \cdot (x) \quad \text{et} \quad \Delta \left(\frac{\pi b \beta}{\lambda} \right) \approx \pi \cdot (y).$$

$$\boxed{\Delta \alpha = \frac{\lambda}{a}, \quad \Delta \beta = \frac{\lambda}{b}}$$

car sinc^2 :



Sur l'écran dans le plan focal image:

$$[I_{\text{diff}}(M) = I_0 \text{sinc}^2 \left(\frac{\pi a}{\lambda} \cdot \frac{x'}{f'} \right) \text{sinc}^2 \left(\frac{\pi b}{\lambda} \cdot \frac{y'}{f'} \right)]$$

$$\text{(les zéros: } \left[x' = m \frac{f' \lambda}{a} \quad y' = n \frac{f' \lambda}{b} \right] \text{ } m, n \in \mathbb{Z}.$$

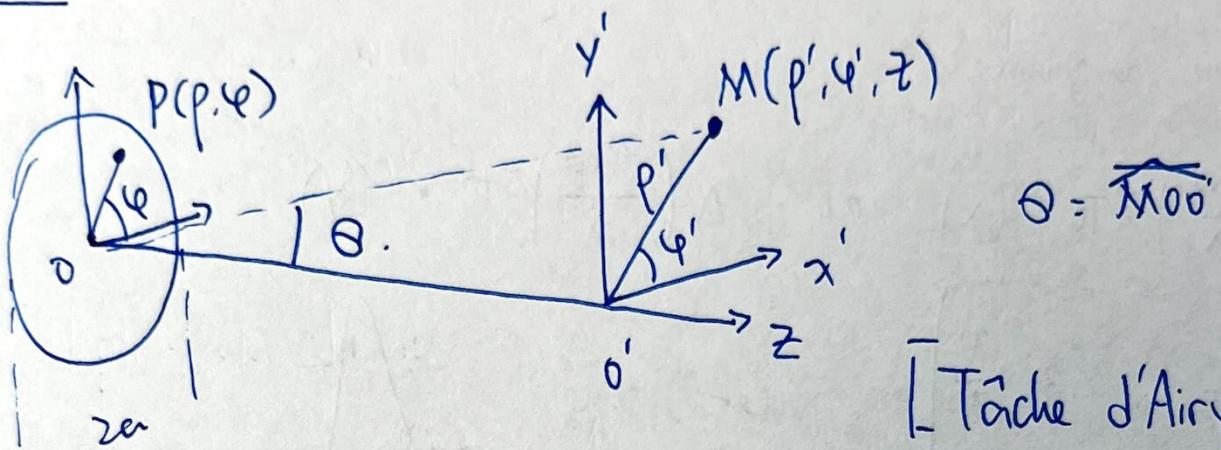
$$\boxed{\lambda \rightarrow 0 \text{ op géo}}$$

une tente allongée produira oooooo perpendiculairement à la tente.

objet intini selon Oy_p, ceif $I(x_p)$:

$$[A_{\text{diff}}(M) = K' A_0 \int_{x_p \in T} I(x_p) \exp(ik\alpha x_p) dx_p]$$

B.4 Ouverture circulaire. (HP)



[Tache d'Airy]

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{2 J_1 \left(\frac{2\pi a}{\lambda} \theta \right)}{\frac{2\pi a}{\lambda} \theta} \right)^2$$

J₁: F_u de Bessel
d'ordre 1

$$J_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ix\cos\varphi} d\varphi$$

$$x J_0(x) = \frac{d(x J_1(x))}{dx}$$

démonstration hp.

premier zéro d'angle d'éclairement:

$$\theta \approx 0,61 \frac{\lambda}{a}$$

rayon du premier cercle sombre est donc

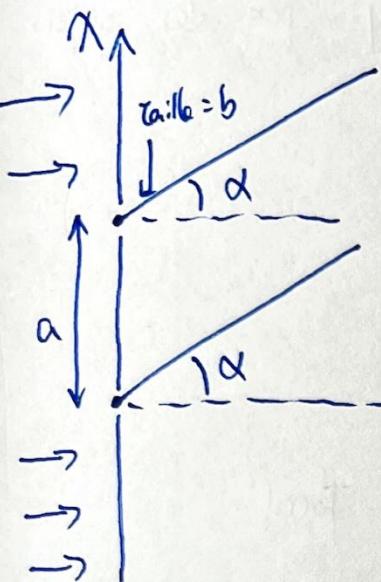
$$r_{\text{Airy}} = \theta f'$$

taux de diamètre D. $r_{\text{Airy}} = 1,22 \cdot \frac{\lambda f'}{D}$

l'angle de séparation limite :

$\alpha_{\text{lim}} = \frac{r_{\text{Airy}}}{f'} = \frac{1,22 \lambda}{D}$

B.5 forces de Young



(a) Transparency complexe $\mathcal{I}(\mathbf{p}^X)$

卷 1 三

$$x \in \left[-\frac{a}{2} - \frac{b}{2}, -\frac{a}{2} + \frac{b}{2}\right] \cup \left[\frac{a}{2} - \frac{b}{2}, \frac{a}{2} + \frac{b}{2}\right]$$

27 0 Siwa.

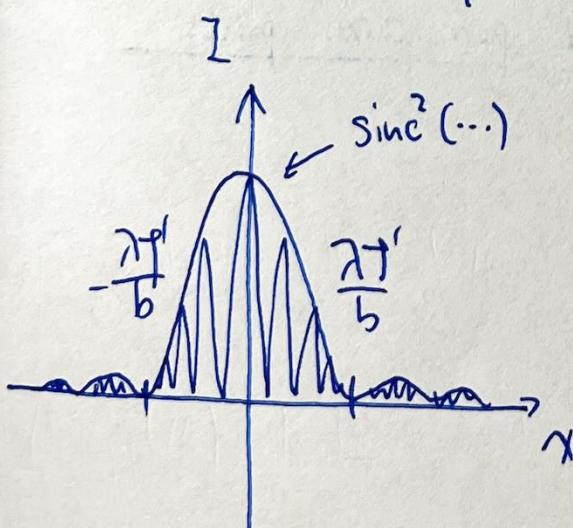
$$\boxed{\text{Addif}(M) = K \underline{a_0} \begin{bmatrix} -\frac{a}{2} + \frac{b}{2} & \frac{a}{2} + \frac{b}{2} \\ -\frac{a}{2} - \frac{b}{2} & \frac{a}{2} - \frac{b}{2} \end{bmatrix} \left[\int e^{j k_0 \alpha x_p} dx_p + \int e^{j k_0 \alpha x_p} dx_p \right]}$$

$$= 2K_{ab} \cdot \text{sinc}\left(\frac{k_0 a b}{2}\right) \cos\left(k_0 \alpha \cdot \frac{a}{2}\right).$$

$$I = 2 I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{ax}{f} \right) \right) \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi x b}{\lambda f} \right)$$

Interference

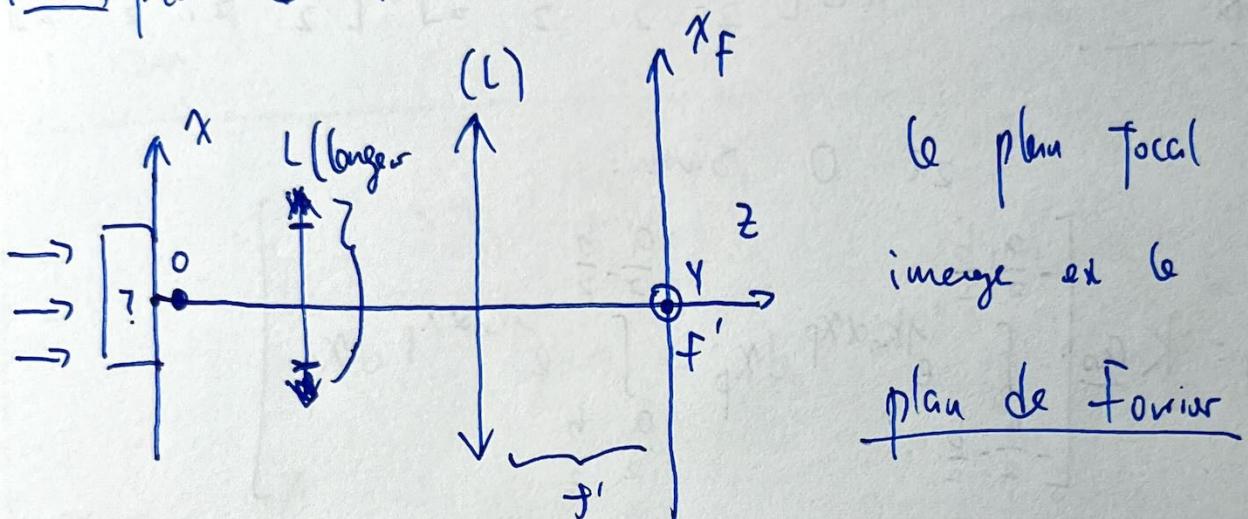
diffraction.



C Optique de Fourier.

diffraction à par une fente infiniment fine selon y par des objets de transparence $\underline{I}(x_p)$.

C.1 plan de Fourier

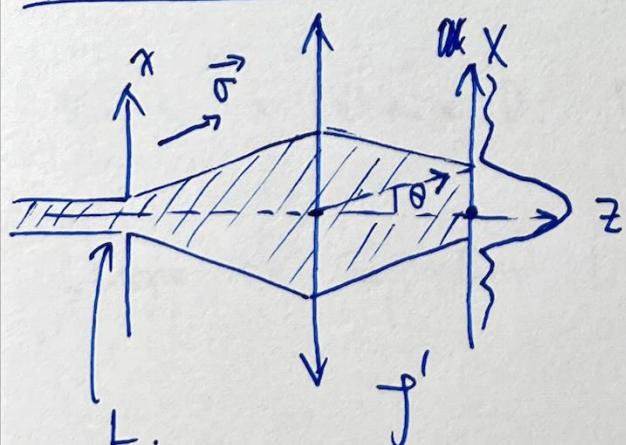


dans le plan ①

pour $I(x_p) = I_0$ ou a $A \underline{I}^F(M) = K \underline{A}_0 \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} I_0 \exp(jk \alpha x_p) dx_p$

$$\text{intégrale} \rightarrow = K \underline{A}_0 L I_0 \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi L}{\lambda_0} \frac{x_F}{f'}\right)$$

point lumineux à $x_F = 0$ et négligeable pour autres points



deuxième cas ②

Réseau sinusoidal : $\boxed{I(x_p) = \frac{1}{2} (1 + \cos(Kx_p))}$

avec $K = \frac{2\pi}{\Delta} = 2\pi/U$

Δ : période spatiale

U : trame spatiale.

$$\boxed{A_{diff}(M) = KL a_0 \cdot \frac{T_0}{2} \left[\text{sinc}\left(\frac{\pi L}{T'} \left(\frac{x_F}{\lambda} + \frac{T'}{\Delta} \right)\right) + \text{sinc}\left(\frac{\pi L}{T'} \left(\frac{x_F}{\lambda} - \frac{T'}{\Delta} \right)\right) \right]}$$

3 pts lumineux : $x_F = 0$, amp $\propto T_0$

$$x_F = \frac{\lambda T'}{\Delta}, \text{amp} \propto \frac{T_0}{2}$$

$$x_F = -\frac{\lambda T'}{\Delta}, \text{amp} \propto \frac{T_0}{2}.$$

À chaque point x_F , on peut lui associer les fréquences spatiales $U = \frac{1}{\Delta}$ $\left[x_F \rightarrow U = 0, \pm \frac{|x_F|}{\lambda T'} \right]$

Objet : $I(x_p) \rightarrow$ décomposition \rightarrow plan de F : $a(x_F)$

plan de F : $a(x_F) \rightarrow$ reconstruction \rightarrow image : $a_s(x')$

avec $a(x) \propto I(-x')$

③ 3^e cas: structure périodique

Réseau de transmission périodique $\Lambda = a$.

Série de Fourier: $I(x_0) = I_0 + \sum_{n \neq 0} C_n \exp j\left(n \frac{2\pi}{\Lambda} x_p\right)$

(n peut être négatif. $2\pi/0^3$)

'amplitude sur le plan de F :

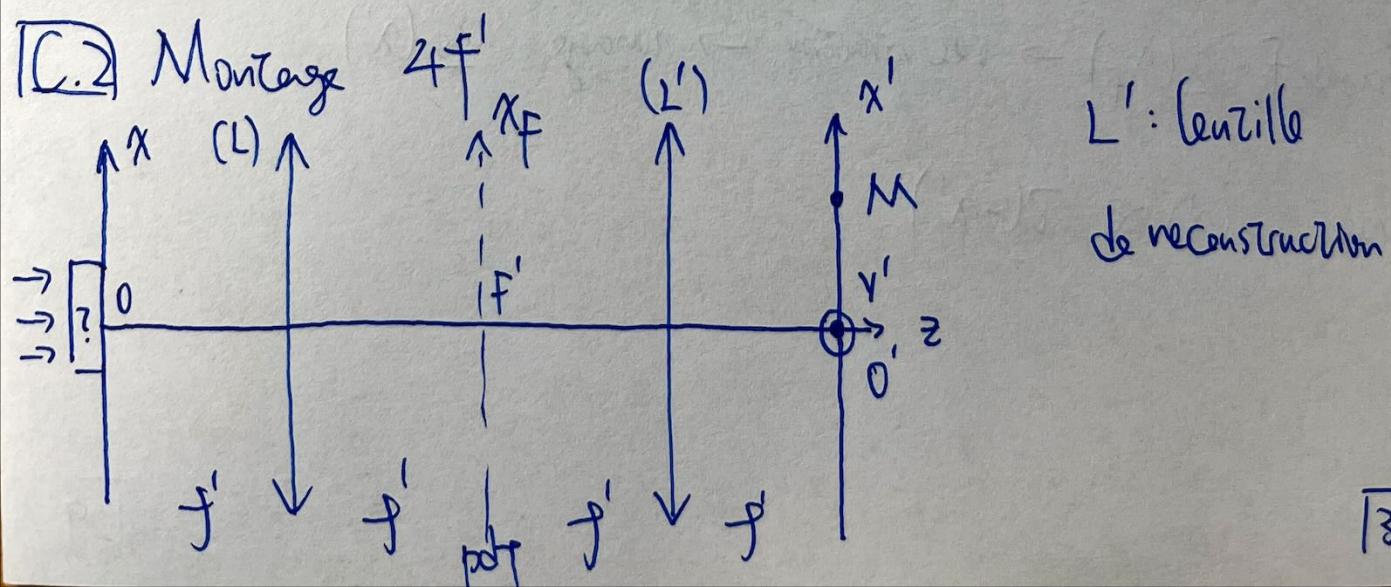
$$A_{\text{diff}}(u) = KL a_0 \left[I_0 \text{sinc}\left(\frac{\pi L}{f'} \cdot \frac{x_F}{\lambda}\right) + \sum_{n \neq 0} C_n \text{sinc}\left(\frac{\pi L}{f'} (x_F - n \frac{\lambda f'}{a})\right)\right]$$

Amplitude non-nulle à $x_F(u) = n \cdot \frac{\lambda f'}{a}$ équidistants.

points brillants: $\Theta_n \approx \frac{x_F(u)}{f'} = \frac{n\lambda}{a}$

On peut retrouver la relation des réseaux $a(\sin \Theta_u - \sin i) = u \lambda$

* Toute structure périodique diffracte en lumière dans les directions vérifiées par la rdr.



C.3 Filtrage Optique

on obtient la spécie de $\tilde{P}(\lambda)$ dans le pdf. et on peut sélectionner les filtres ...

Cette partie est qualitative, regarder les exemples sur les slides