金融经济学笔记（王江）

作者：田天宇

最新版本:https://github.com/Tianyu-Tian/FinancialEconomicsNotes

第1章 引论

（略）

第2章 基本框架

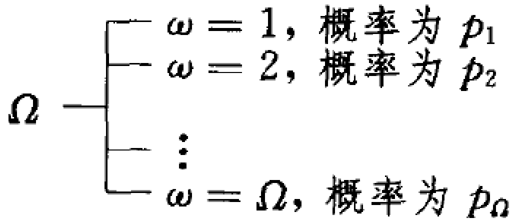
经济环境

状态 w：未来每一可能性

状态空间 Ω：可能状态的集合

概率测度 P：$P \equiv \{p_w, w \in \Omega\}$，$p_w$是$w$发生概率，且$\sum_{w=1}^{\Omega} p_w = 1$

形式上，可以用一棵“状态树”来表示上面描述的经济环境：



经济参与者

假设共有K个参与者，并用指标k进行表示（$k = 1, 2, ..., K$）

一个参与者的**经济特征**包括：参与者的经济资源；参与者的经济需求

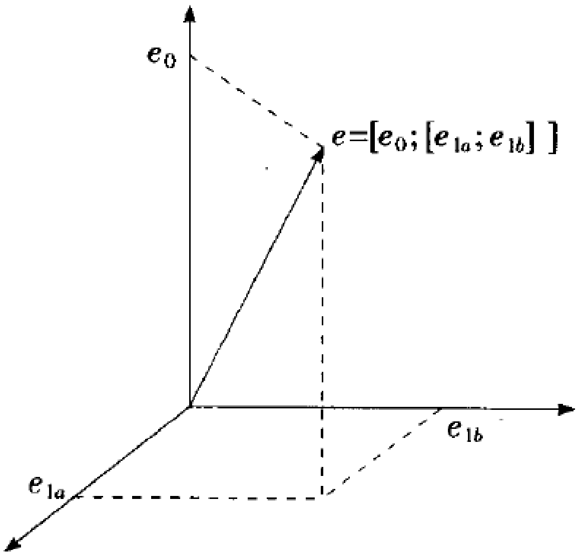
1.参与者的经济资源：

禀赋：参与者初始占有的资源，在本文定义为在每一时期和未来每一可能状态下拥有的商品

比方说参与者k，记他在0期的禀赋为$e_{k,0}$，在1期w状态下的禀赋为$e_{k,1w}$，那么他的禀赋可以表示为:

$$e_k \equiv [e_{k,0}; e_{k,1}] = [e_{k,0}; [e_{k,11}, ..., e_{k,1w}, ..., e_{k,1\Omega}]]$$

在数学上，每一个参与者的禀赋可以看成$(1+\Omega)$维实空间$R^{1+\Omega}$中的一个元素。若进一步假设禀赋是非负的，那么 $e_k \in R_+^{1+\Omega}$ （等价于 $e \geq 0$）,其中 $R_+^{1+\Omega}$是 $R^{1+\Omega}$的正象限



上图是当 $\Omega=2$时禀赋作为 $R_+^{1+\Omega}$的一个元素的例子

2.参与者的经济需求:

对于参与者k，记他在0期的消费为$c_{k,0}$，在1期w状态下的消费为$c_{k,1w}$，其中$w\in\Omega$，那么他的消费可以表示为:

$$c_k\equiv[c_{k,0};c_{k,1}]=[e_{k,0};[c_{k,11},...,c_{k,1w},...,c_{k,1\Omega}]]$$

第0期的消费是在0期决定的，不依赖1期的状态，因此与w无关

（1）消费集

消费计划：参与者的可能消费选择$c=[c_0;c_1]$，依赖经济的未来状态

消费路径：消费计划的一个特定实现值，比如 (e_0,e_{1w})

消费集 C：所有可能消费计划的集合。与禀赋一样，消费集就是$C=R_+^{1+\Omega}$

定义2.1 设A为R^n的一个集合，对于任意的$a,b\in A$和$\alpha\in[0,1]$，$\alpha a+(1-\alpha)b$也在A中，则称集合A为凸的

定义2.2 对于R^n的集合A，如果有任意序列$a_i(i=1,2,...)$有极限α，且α也在A内，则称集合A是闭的

假设1 消费集$C=R_+^{1+\Omega}$是$R^{1+\Omega}$的一个闭凸子集

> 通俗地说，凸集就像内部没有“洞”或“凹陷”的实心物体，而闭集则像是包含了完整边界的容器，严丝合缝，没有“缺口”。
> 举例说明：
> 满月🌕是凸集，月牙🌙是非凸
> [0,1]是闭集，(0,1)是开集

（2）偏好

偏好：参与者对所有可能消费计划的一个排序，正式定义如下

定义2.3 偏好是C上的一个二元关系，表示为$\succsim$，满足以下条件：
·完备性：$\forall a,b\in C,a\succsim b$ 或 $b\succsim a$，或两者都成立（称a与b等价，$a\backsim b$）
·传递性：$a\succsim b$且$b\succsim c$，则$a\succsim c$

（3）偏好的基本假设

公理1 不满足性：如果$a>b$，那么$a\succ b$

> $\succsim$是弱偏好，代表“至少一样好”；$\succ$代表 “严格优于”

公理2 连续性：$\forall c\in C$，集合$\{a\in C:a\succsim c\}$和$\{b\in C:b\precsim c\}$是闭的

> 集合a没有间断或是“缺口”的地方

公理3 凸性：$\forall a,b\in C$以及$\alpha\in(0,1)$，如果$a\succ b$，则 $\alpha a+(1-\alpha)b\succ b$

> 推导：移项

（4）效用函数

效用：给每个消费计划赋予一个实数

效用函数：从消费计划到实数的映射

定义2.4 对应于偏好关系的效用函数U是从C到R的函数，$U:C\to R$，使得 $\forall a,b\in C$，当且仅当$a\succsim b$时$U(a)\geq U(b)$

定理2.1 （Debreu）对于一个在闭的、凸消费集C上由定义2.3所定义的、满足公理2的偏好，存在以一个定义于C上的连续效用函数U(·)使得

$$\forall a,b\in C,a\succsim b,\text{当且仅当}U(a)\geq U(b)$$

> 书p16，看一看例2.3

基于效用函数的三个偏好基本假设：
1.不满足性：若$a\geq b$，那么$U(a)\geq U(b)$
2.连续性：$\lim_{a_n\to a}U(a_n)=U(a)$
3.凸性：如果$U(a)>U(b)$且$\alpha\in(0,1)$，那么$U(\alpha a+(1-\alpha)b>U(b))$

证券市场

假设金融市场由一组证券构成。令x_w为证券在状态w时候的支付，其中$w\in\Omega$，那么一个证券就可以由它在各个可能状态下的支付$\{x_w,w=1,2,...,\Omega\}$来定义

> 支付矩阵通过表格形式，定义了所有市场情境下各种决策的后果。可以理解为是表明了不同情况的收益矩阵

定义R^Ω为支付空间，即所有可能支付的集合，支付空间的一个向量$x=[x_1;...;x_\Omega]$也就定义了一只证券

假设市场有N只可交易的证券，标号为$n(n=1,2,...,N)$,则市场的中所有交易证券的支付(也称市场结构)为：

$$X\equiv[X_{.,1},X_{.,2},...,X_{.,N}]\equiv\begin{bmatrix}X_{1,1}&\cdots&X_{1,n}&\cdots&X_{1,N}\\\vdots&\ddots&\vdots&\ddots&\vdots\\X_{w,1}&\cdots&X_{w,n}&\cdots&X_{w,N}\\\vdots&\ddots&\vdots&\ddots&\vdots\\X_{\Omega,1}&\cdots&X_{\Omega,n}&\cdots&X_{\Omega,N}\end{bmatrix}$$

> 每一行是相同的一个状态，每一列代表一只证券，举例：
>
> $$\begin{bmatrix}&\text{半导体}ETF&\text{创新药}ETF\\\text{纳斯达克涨}&+30\%&-10\%\\\text{纳斯达克跌}&-20\%&+20\%\end{bmatrix}$$

证券组合：一个对各证券持有量的集合。设一个组合对证券n的持有量为$\theta_n(n=1,...,N)$，则我们用持有向量$\theta\equiv[\theta_1;...;\theta_n]$来定义这个组合

假设每一个参与者k，在开始的时候持有$\bar{\theta}_{k,n}$份证券$n(n=1,...,N;k=1,...K)$，则$\bar{\theta}_k\equiv[\bar{\theta}_{k,1};...;\bar{\theta}_{k,N}]$代表参与者k的初始证券组合

如果将所有参与者的初始证券组合求和，得到了市场中所有可交易证券的集合，称为市场组合：

$$\theta_m=\sum_{k=1}^{K}\bar{\theta}_k$$

任何一个支付 x，如果它可以由交易组合来复制或者产生，即存在 θ，使得 $X\theta=x$，则我们称它为**市场化的**，即可以通过交易由市场取得

> X是收益矩阵，θ是你有的个股数量，x是最终回报

我们记所有市场化支付的集合为M，有 $M\equiv\{X\theta:\theta\in R^N\}$

记 $S\equiv[S_1;S_2;...S_N]$为交易证券的价格列向量，令 $\theta_k(S)\equiv[\theta_{k,1}(S);...;\theta_{k,N}(S)]$表示参与者k在价格S下对证券的需求向量

交易系统找到一个价格向量S使得所有证券的总需求等于这些向量的总供给：

$$\sum_{k=1}^{K}\theta_k(S)=\sum_{k=1}^{K}\bar{\theta}_k$$

接着公布市场出清价格

本文假设没有市场摩擦（市场摩擦假设见书p22）

基本经济模型

定义2.5 一个经济的定义如下：
1.有两个时期，0和1，在1期有Ω个可能状态，有概率测度P
2.经济中有K个参与者(k=1,...,K):
（a）同一参与者对未来状态发生的可能性都有相同信息，用P描述
（b）每一参与者都有禀赋 $e_k\in R_+^{1+\Omega}$
（c）每一参与者有定义于 $C=R_+^{1+\Omega}$上，且满足公理1到公理3的偏好
3.有一个市场结构为X的无摩擦证券市场

定义2.6 在上述定义的经济中，如果所有参与者的1期禀赋都可以表示为其初始证券组合的支付，则我们称之为证券市场经济