极限与连续

1.1.1 可数集与不可数集

·双射函数：单射（每个输入映射到不同的输出）+满射（覆盖了所有可能的输出）
·等势：两集合存在双射关系，则为等势（势对于有限集合来说是集合元素个数）
Eg.
$\mathbf{y=\tan\left(\pi\left(x-\frac{1}{2}\right)\right)}$　$x\in(0，1)$可知$(0，1)$与$(-\infty,+\infty)$等势
$\boldsymbol{Sigmoid(x)=\frac{1}{1+e^{x}}}$　$x\in R$ 将R与$(0，1)$联系起来
可数集与不可数集：如果存在正整数集N+到集合A的双射关系，则称为可数集。
可数集：离散的，在数轴上长度为0。无理数集是连续的，是不可数集。

1.1.2数列的极限

（极限定义、数列的上界与下界、单调收敛定理（可以由此得到e））
1.判断方法：定义法、单调收敛定理、夹逼法

1.1.3函数的极限

1.f（x）在x点处趋近极限a的存在条件：去心邻域内所有函数值都等于a。左极限=右极限（夹逼定理）

1.1.4函数的连续性与间断点

间断点：第一类（左右存在但不相等或者不等于函数值）：跳跃间断点、可去间断点
第二类（左右有一个不存在）
介值定理

1.1.6上确界、下确界

上界最小值

1.1.7李普希茨连续性

给定函数f（x），如果对于区间D内任意两点a、b，都存在常数K使得$|f(a)-f(b)|\le K|a-b|$，则称f（x）在D内满足李普希茨连续
李普希茨常数：满足的K的最小值，即为f（x）曲线斜率最大值的绝对值

1.1.7无穷小量

$f(x)$ 在x_0的某去心邻域有定义且，$\lim_{x\to x_0} f(x)=0$,则称$f(x)$*是*$x\to x_0$*的无穷小量。*

假设$f(x)$和$g(x)$都是$x \to x_0$的无穷小量，两者有三种关系。
在此处键入公式。
$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = 0; \infty$；$C$，当比值为0时$f(x)$是$g(x)$
高阶无穷小，比值为1时，时等价无穷小。

下面是一些典型的等价无穷小，当 $x \to 0$ 时，有

$\sin(x) \sim x$	$\arcsin(x) \sim x$	$\tan x \sim x$	$\ln(1+x) \sim x$
$e^x - 1 \sim x$	$1 - \cos(x) \sim \frac{x^2}{2}$	$\sqrt[n]{1+x} - 1 \sim \frac{x}{n}$	$a^x - 1 \sim x \ln a$