

Fundamentals of Signals and Transmission Reference

1 funzioni notevoli

1.1 Sinc

ampio 1, zeri spazati @

1.2 impulso

scalino= integrale impulso

2 Convoluzione

2.1 Definizione

$$(f * g)(t) \stackrel{\text{def}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t - \tau) d\tau \quad (1)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} f(t - \tau)g(\tau) d\tau \quad (2)$$

2.2 trucchi

convolvere qualcosa con impulso => ritardare o anticipare della tau. dell'impulso

$$x(t) * A\delta(t - \tau) = Ax(t - \tau) \quad (3)$$

Convolvere con una fase $e^{-j2\pi ft}$

convolvere impulso con se stesso => raddoppiare freq. impulso

conv. di rects = trapezio

Base Maggiore = somma basi rects

base minore = differenza basi rects

altezza = area del prodotto tra i due rects

$$\text{rect}(f/B) * \text{rect}(f/B) = B \text{tri}(f/2B)$$

3 Moltiplicazione

ATTENZIONE Convoluzione != Moltiplicazione

molt. per impulso: $x(t) \cdot \delta(t - \tau) = x(\tau) \cdot \delta(t - \tau)$

Moltiplicare per un rettangolo significa filtrare

4 Trasformata di Fourier

4.1 Definition

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (4)$$

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) e^{j2\pi ft} df \quad (5)$$

4.2 Definizione discreta

$$H(f) = \sum_{-\infty}^{\infty} h(nT) e^{-j2\pi fnT} \quad (6)$$

$$h(nT) = T \sum_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} H(f) e^{j2\pi fnT} \quad (7)$$

Trasformata di un segnale campionato (periodico) è la ripetizione nelle frequenze della trasformata del segnale in banda base, spaziando di $f_c = 1/T_c$

$$X_c(f) = \frac{X(f)}{T_c} * \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{k}{T_c}\right) \quad (8)$$

4.3 altre notazioni

Esprimere la FT in modulo e fase (essendo una funzione complessa nella variabile f)

$$F(f) = A(f) e^{i\varphi(f)} \quad (9)$$

Dove: $A(f) = |F(f)|$ è il modulo e $\varphi(f) = \arg(F(f))$ è la fase.

Then the inverse transform can be written:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(f) e^{j(2\pi ft + \phi(f))} df \quad (10)$$

4.4 Properties

- **Dualità:** $x(t) \longleftrightarrow X(f)$ $X(f) \longleftrightarrow x(t)$
- **Scala:** $x(\alpha t) \longleftrightarrow \frac{1}{|\alpha|} X(\frac{f}{\alpha})$
- **Simmetria**
- Prodotto nei tempi è convoluzione nelle freq. e viceversa
- Moltiplicare per delta nelle frequenze
- $F(0) =$ tutta l'area area sotto $f(t)$

4.5 Trasformate notevoli

mettere il ritardo di tempo fatto bene|

$$\cos(2\pi At) \longleftrightarrow \frac{1}{2}\delta(f - A) + \frac{1}{2}\delta(f + A) \quad (11)$$

$$\cos(2\pi At + \phi) \longleftrightarrow \frac{1}{2}\delta(f - A)e^{j\phi} + \frac{1}{2}\delta(f + A)e^{-j\phi} \quad (12)$$

$$\sin(2\pi At) \longleftrightarrow \frac{1}{2j}\delta(f - A) - \frac{1}{2j}\delta(f + A) \quad (13)$$

$$\text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} \longleftrightarrow \text{rect}(f) \quad (14)$$

$$\text{sinc}(tA) = \frac{\sin(\pi tA)}{\pi tA} \longleftrightarrow \frac{1}{|A|}\text{rect}\left(\frac{f}{A}\right) \quad (15)$$

$$\text{sinc}^2(t) \longleftrightarrow \text{tripulse}\left(\frac{f}{2}\right) \quad (16)$$

$$\text{sinc}^2(tA) \longleftrightarrow \frac{1}{A}\text{tripulse}\left(\frac{f}{2A}\right) \quad (17)$$

Treno di impulsi

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \longleftrightarrow \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T}\delta\left(f - \frac{k}{T}\right) \quad (18)$$

5 Cross-correlazione

$$R_{xy}(\tau) \stackrel{\text{def}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \tau) y^*(t) dt \quad (19)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} X(f) Y^*(f) e^{j2\pi f\tau} df \quad (20)$$

6 Energy

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df \quad (21)$$

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(nT)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df \quad (22)$$

energia seq. discreta $E = \frac{\text{energia del segnale continuo}}{\text{periodo del segnale}}$

L'energia è pari all'autocorrelazione valutata in 0
Leame tra energia segnale continuo e corrispettivo campionato:

7 Power

power spectral density (PSD); this describes how power of a signal or time series is distributed over frequency

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 dt \quad (23)$$

Potenza segnale periodico $\frac{\text{Energia in un periodo}}{\text{durata di un periodo}}$

Potenza segnale discretizzato $\frac{\text{Energia segnale continuo}}{\text{tempo di campionamento}}$

Potenza sinusoidi $P = \frac{1}{2} |Ampiezza|^2$

Potenza serie di delta $P = \sum |area\ delta|^2$

8 Serie di Fourier

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{j2\pi \frac{n}{T_0} t} \quad (24)$$

C_n sono i coefficienti di Fourier

9 formule varie

$$\cos x = \operatorname{Re}(e^{jx}) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2} \quad (25)$$

$$\sin x = \operatorname{Im}(e^{jx}) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j} \quad (26)$$

$$|w + u|^2 = |w|^2 + |u|^2 + 2 \operatorname{Re}(wu) \quad (27)$$