Fundamentals of Signals and Transmission Reference

1 Convoluzione

1.1 Definizione

$$(f * g)(t) \stackrel{\text{def}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t-\tau)\,d\tau \tag{1}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} f(t-\tau)g(\tau)\,d\tau \tag{2}$$

1.2 trucchi

convolvere qualcosa con impulso => ritardare o anticipare della tau. dell'impulso

$$x(t) * A\delta(t-\tau) = Ax(t-\tau) \tag{3}$$

convolvere impulso con se se setesso => raddoppiare freq. impulso
ATTENZIONE Convoluzione =! Moltiplicazione

$$x(t) \cdot \delta(t-\tau) = x(\tau) \cdot \delta(t-\tau) \tag{4}$$

2 Trasformata di Fourier

2.1 Definition

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{-j2\pi ft}\,\mathrm{d}\tau \tag{5}$$

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)e^{j2\pi ft}\,\mathrm{d}f \tag{6}$$

2.2 Definizione discreta

$$H(f) = \sum_{-\infty}^{\infty} h(nT)\,e^{-j2\pi fnT} \tag{7}$$

$$h(nT) = T\sum_{-\frac{1}{2T}}^{\frac{1}{2T}} H(f)\,e^{j2\pi fnT} \tag{8}$$

2.3 altre notazioni

Esprimere la FT in modulo e fase (essendo una funzione complessa nella variabile f)

$$F(f) = A(f)e^{i\varphi(f)} \tag{9}$$

Dove: $A(f) = |F(f)|$ è il modulo e $\varphi(f) = \arg(F(f))$ è la fase.

Then the inverse transform can be written:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A(f)\ e^{j(2\pi ft+\phi(f))}\, df \tag{10}$$

2.4 Properties

- **Dualità**: $x(t) \longleftrightarrow X(f)\ X(f) \longleftrightarrow x(t)$
- **Scala**: $x(\alpha t) \longleftrightarrow \frac{1}{|\alpha|}X(\frac{f}{\alpha})$
- **Simmetria**
- Prodotto nei tempi è convoluzione nelle freq. e viceversa
- Moltiplicare per delta nelle frequenze
- F(0) = tutta l'area area sotto f(t)

2.5 Trasformate notevoli

mettere il ritardo di tempo fatto bene|

$$\mathrm{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} \longleftrightarrow rect(f) \tag{11}$$

$$\mathrm{sinc}(tA) = \frac{\sin(\pi tA)}{\pi tA} \longleftrightarrow \frac{1}{|A|}rect\left(\frac{f}{A}\right) \tag{12}$$

$$\mathrm{sinc}^2(t) \longleftrightarrow tripulse(f) \tag{13}$$

Treno di impulsi

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT) \longleftrightarrow \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{1}{T}\delta\left(f-\frac{k}{T}\right) \tag{14}$$

3 Cross-correlazione

$$R_{xy} \stackrel{\text{def}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} x(t+\tau)\ y^*(t)\, dt \tag{15}$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} X(f)\ Y^*(f)\ e^{j2\pi f\tau}\, df \tag{16}$$

4 Energy

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 \,\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 \,\mathrm{d}f \tag{17}$$

$$E_n = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(nT)|^2 \;= T \int_{\frac{1}{T}} |X(f)|^2 \,\mathrm{d}f mettereXtilde \tag{18}$$

Leame tra energia segnale continuo e corrispettivo campionato:

5 Power

$$\lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} |x(t)|^2 \,\mathrm{d}t \tag{19}$$

Potenza segnale discreto

$$\frac{Energia\ in\ un\ periodo}{durata\ di\ un\ periodo} \tag{20}$$

6 Serie di Fourier

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{j2\pi \frac{n}{T_0} t} \tag{21}$$

C_n sono i coefficienti di Fourier

7 formule varie

$$cosx = \mathrm{Re}\left(e^{jx}\right) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2} \tag{22}$$

$$sinx = \mathrm{Im}\left(e^{jx}\right) = \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2j} \tag{23}$$