Trabajo Final Regresi?n

December 16, 2018

0.1 Regresión sobre el dataset treasury

Alberto Armijo Ruiz

0.1.1 Información sobre el dataset

El dataset **treasury** contiene información datos sobre la economía de EEUU desde 01/04/1980 hasta 02/04/2000 tomados de forma semanal. Este dataset contiene 1049 instancias cada una con quince características cada una; las características son números reales. El objetivo es predecir el valor de la variable 1MonthCDRate.

En el siguiente enlace se puede ver más información sobre las variables: http://funapp.cs.bilkent.edu.tr/DataSets/Data/TR.names

Según la información que se ha podido obtener de dicha página, la variable que queremos predecir, *1MonthCDRate* está calculando la tasa de interés que se le aplica a un *Certificate of Deposit* (un tipo de inversión) por un mes. Algunas de las características que tenemos son el ratio de rendimiento del Tesoro de EEUU en 1, 3 ó 5 años, ratios sobre bonos del Estado, el valor de la moneda de EEUU, el ratio efectivo de fondos por el Estado, el número total de cuentas corrientes, el número total de cuentas de ahorro, el total depositado por los bancos en prestamos, el ratio del valor del dolar conforme a otras monedas como el euro, la libra, etc. . .

0.2 Análisis de datos

El dataset que debemos de leer está contenido en la carpeta *treasury* que contiene archivos .dat, estos archivos contiene la información del dataset **treasury**, tanto el dataset entero como 5 particiones utilizadas en validación cruzada.

Lo primero que haremos será leer el fichero y mirar que tipo de información contiene.

```
colnames(treasury) = c(pred_vars,y_var)
str(treasury)
```

```
'data.frame':
                     1049 obs. of 16 variables:
$ CMaturityRate_1Y
                          : num 92.1 86.4 97.5 102.6 128 ...
$ CMortgageRate_30Y
                                 8.41 5.23 5.92 12 8.07 ...
                          : num
$ Rate_AuctionAverage_3M : num
                                 10.41 8.53 9.06 16.9 12.24 ...
$ Rate_SecondaryMarket_3M: num
                                 7.71 4 5.58 10.4 7.14 ...
$ CMaturityRate_3Y
                                 7.76 4.04 5.62 10.39 7.13 ...
                          : num
$ CMaturityRate_5Y
                          : num
                                 8.8 6.3 6.53 13.06 9.28 ...
$ bankCredit
                                 8.79 6.76 6.74 13.03 9.84 ...
                          : num
$ currency
                                 2665 3186 2132 1312 1839 ...
                          : num
$ demandDeposits
                                 230 336 183 122 164 ...
                          : num
$ federalFunds
                                 277 387 296 232 258 ...
                          : num
$ moneyStock
                                 8.27 3.76 6.22 12.48 7.88 ...
                          : num
$ checkableDeposits
                                 807 1144 729 436 598 ...
                          : num
$ loansLeases
                          : num
                                 570 800 540 310 427 ...
$ savingsDeposits
                          : num
                                 2056 2225 1621 999 1412 ...
$ tradeCurrencies
                                 912 1222 953 344 787 ...
                          : num
$ MonthCDRate
                          : num 8.3 4.02 5.99 11.55 7.8 ...
```

Por claridad me referiré a las variables del dataset por los nombres que le he puesto en vez de los que vienen en el archivo .dat

In [2]: # Utilizaremos la función summary para ver la media de las variables.
summary(treasury)

```
CMaturityRate_1Y CMortgageRate_30Y Rate_AuctionAverage_3M
       : 77.06
                 Min.
                        : 3.020
                                   Min.
                                           : 6.49
1st Qu.: 86.80
                 1st Qu.: 5.450
                                   1st Qu.: 7.88
Median: 92.53
                 Median : 6.710
                                   Median: 9.90
Mean
     : 97.35
                 Mean
                       : 7.544
                                   Mean
                                           :10.40
                 3rd Qu.: 9.030
3rd Qu.:104.74
                                   3rd Qu.:12.80
       :142.65
                 Max.
                                   Max.
                                           :18.63
                        :17.150
Rate SecondaryMarket 3M CMaturityRate 3Y CMaturityRate 5Y
                                                             bankCredit
                                                           Min.
Min.
       : 2.670
                        Min.
                                : 2.690
                                         Min.
                                                 : 4.090
                                                                  : 4.170
1st Qu.: 4.990
                        1st Qu.: 4.980
                                         1st Qu.: 5.890
                                                           1st Qu.: 6.140
Median : 5.810
                        Median : 5.770
                                         Median : 7.440
                                                           Median : 7.760
Mean
      : 6.851
                        Mean
                               : 6.829
                                         Mean
                                                 : 8.117
                                                           Mean
                                                                  : 8.359
                                                           3rd Qu.: 9.980
3rd Qu.: 8.140
                        3rd Qu.: 8.090
                                          3rd Qu.: 9.690
Max.
       :16.750
                        Max.
                               :16.760
                                         Max.
                                                 :16.470
                                                           Max.
                                                                  :16.130
                                federalFunds
               demandDeposits
                                                  moneyStock
   currency
       :1131
                      :105.6
                                       :225.8
                                                       : 2.860
Min.
               Min.
                               Min.
                                                Min.
1st Qu.:1746
               1st Qu.:156.8
                               1st Qu.:258.2
                                                1st Qu.: 5.300
Median:2616
               Median :224.4
                               Median :287.7
                                                Median: 6.640
Mean
      :2640
               Mean
                      :256.8
                               Mean
                                       :308.1
                                               Mean
                                                     : 7.549
3rd Qu.:3350
               3rd Qu.:357.9
                               3rd Qu.:377.1
                                                3rd Qu.: 8.980
Max.
       :4809
                      :533.0
                                       :412.1 Max.
                                                       :20.060
               Max.
                               Max.
```

```
savingsDeposits tradeCurrencies
checkableDeposits loansLeases
                               Min. : 868.1
                                                    : 175.6
Min. : 381.1
                Min.
                      :269.9
                                              Min.
1st Qu.: 555.3
                1st Qu.:394.7
                               1st Qu.:1339.6 1st Qu.: 721.0
Median : 796.0
                Median :567.4
                              Median: 2023.9 Median: 947.9
Mean : 813.3
                Mean :549.7
                              Mean :1959.1 Mean : 954.7
3rd Qu.:1080.5
                3rd Qu.:658.8 3rd Qu.:2407.5 3rd Qu.:1197.4
Max.
     :1154.1
                Max. :803.4 Max. :3550.3
                                              Max. :1758.1
```

MonthCDRate
Min. : 3.020
1st Qu.: 5.370
Median : 6.610
Mean : 7.522
3rd Qu.: 8.820

Max. :20.760

In [3]: # Calculamos la media y la desviación estándar de las variables.
 media = sapply(treasury,mean)
 desviacion = sapply(treasury,sd)

Mostramos los valores.

med_desv = cbind(media,desviacion)
med_desv

	media	desviacion
CMaturityRate_1Y	97.353633	14.471441
CMortgageRate_30Y	7.543937	3.105787
Rate_AuctionAverage_3M	10.400848	2.958872
Rate_SecondaryMarket_3M	6.851220	2.954287
CMaturityRate_3Y	6.829342	2.942284
CMaturityRate_5Y	8.117378	2.883880
bankCredit	8.359104	2.766248
currency	2639.677312	1010.520574
demandDeposits	256.847664	114.575372
federalFunds	308.115443	59.805094
moneyStock	7.549495	3.538662
checkableDeposits	813.330410	258.688545
loansLeases	549.687417	157.072519
savingsDeposits	1959.121830	720.531058
tradeCurrencies	954.669399	372.292523
MonthCDRate	7.521945	3.377216
	•	

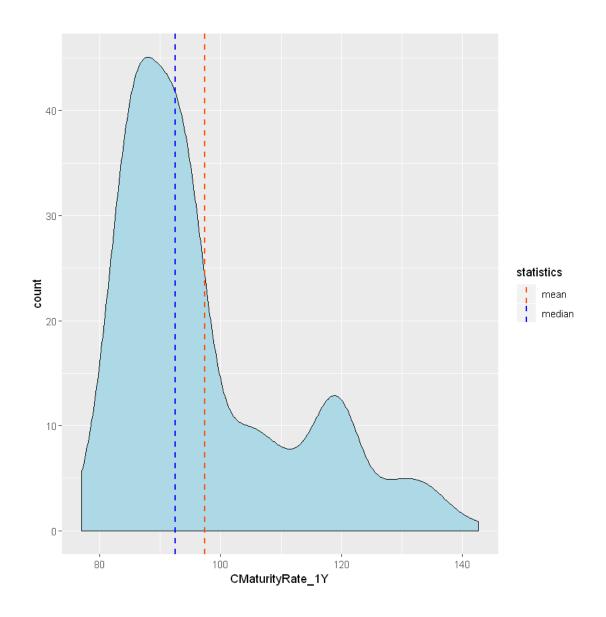
Cargamos librería para mostrar los datos. library(ggplot2)

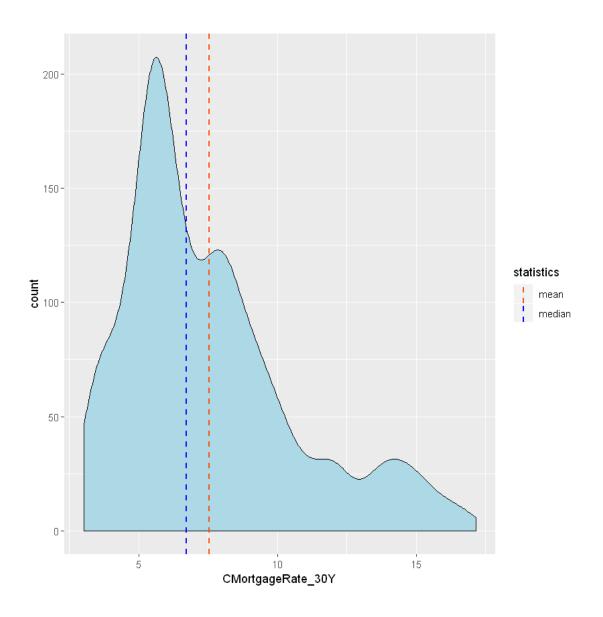
[#] Pintamos los gráficos de densidad de cada una de las variables. En naranja se muestr

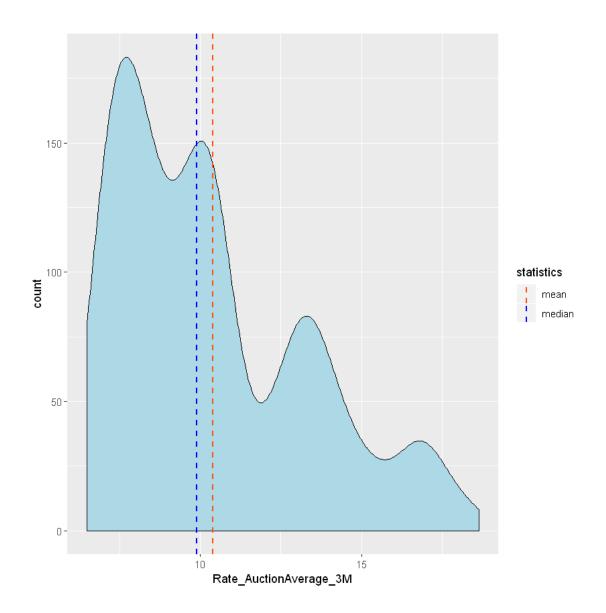
```
# de casos en vez de la densidad.
ggplot(treasury,aes(x=CMaturityRate_1Y)) + geom_density(aes(y=..count..),fill='lightbl'
        geom_vline(aes(xintercept = mean(CMaturityRate_1Y),color = "mean"),
             linetype = "dashed", size = 0.6) +
        geom_vline(aes(xintercept = median(CMaturityRate_1Y),color="median"),
                  linetype = "dashed", size = 0.6 ) +
        scale_color_manual(name = "statistics", values = c(mean = "#FC4E07", median =
ggplot(treasury,aes(x=CMortgageRate_30Y)) + geom_density(aes(y=..count..),fill='lightbooks')
        geom_vline(aes(xintercept = mean(CMortgageRate 30Y),color = "mean"),
             linetype = "dashed", size = 0.6) +
        geom_vline(aes(xintercept = median(CMortgageRate_30Y),color="median"),
                  linetype = "dashed", size = 0.6 ) +
        scale_color_manual(name = "statistics", values = c(mean = "#FC4E07", median =
ggplot(treasury,aes(x=Rate_AuctionAverage_3M)) + geom_density(aes(y=..count..),fill='1
        geom_vline(aes(xintercept = mean(Rate_AuctionAverage_3M),color = "mean"),
             linetype = "dashed", size = 0.6) +
        geom_vline(aes(xintercept = median(Rate_AuctionAverage_3M),color="median"),
                  linetype = "dashed", size = 0.6 ) +
        scale_color_manual(name = "statistics", values = c(mean = "#FC4E07", median =
ggplot(treasury,aes(x=Rate_SecondaryMarket_3M)) + geom_density(aes(y=..count..),fill='
        geom_vline(aes(xintercept = mean(Rate_SecondaryMarket_3M),color = "mean"),
             linetype = "dashed", size = 0.6) +
        geom_vline(aes(xintercept = median(Rate_SecondaryMarket_3M),color="median"),
                  linetype = "dashed", size = 0.6 ) +
        scale_color_manual(name = "statistics", values = c(mean = "#FC4E07", median =
ggplot(treasury,aes(x=CMaturityRate_3Y)) + geom_density(aes(y=..count..),fill='lightbl'
        geom_vline(aes(xintercept = mean(CMaturityRate_3Y),color = "mean"),
             linetype = "dashed", size = 0.6) +
        geom_vline(aes(xintercept = median(CMaturityRate_3Y),color="median"),
                  linetype = "dashed", size = 0.6 ) +
        scale_color_manual(name = "statistics", values = c(mean = "#FC4E07", median =
ggplot(treasury,aes(x=CMaturityRate_5Y)) + geom_density(aes(y=..count..),fill='lightbl'
        geom_vline(aes(xintercept = mean(CMaturityRate_5Y),color = "mean"),
             linetype = "dashed", size = 0.6) +
        geom_vline(aes(xintercept = median(CMaturityRate_5Y),color="median"),
                  linetype = "dashed", size = 0.6 ) +
        scale_color_manual(name = "statistics", values = c(mean = "#FC4E07", median =
ggplot(treasury,aes(x=bankCredit)) + geom_density(aes(y=..count..),fill='lightblue') +
        geom_vline(aes(xintercept = mean(bankCredit),color = "mean"),
             linetype = "dashed", size = 0.6) +
        geom_vline(aes(xintercept = median(bankCredit),color="median"),
```

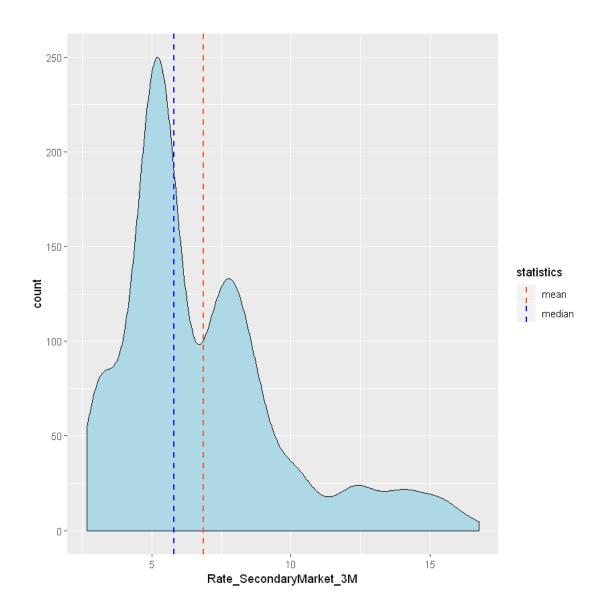
en rojo, se muestra la mediana de dicha variable. Con la función ..count.. especific

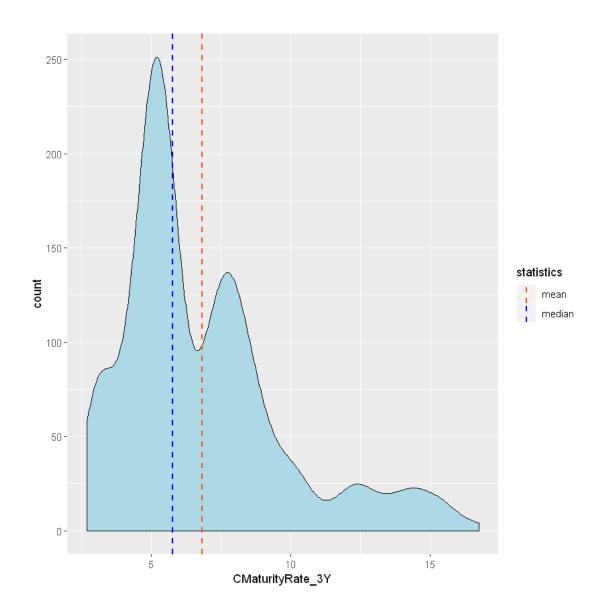
```
linetype = "dashed", size = 0.6 ) +
        scale_color_manual(name = "statistics", values = c(mean = "#FC4E07", median =
ggplot(treasury,aes(x=currency)) + geom_density(aes(y=..count..),fill='lightblue') +
        geom_vline(aes(xintercept = mean(currency),color = "mean"),
             linetype = "dashed", size = 0.6) +
        geom_vline(aes(xintercept = median(currency),color="median"),
                  linetype = "dashed", size = 0.6 ) +
        scale_color_manual(name = "statistics", values = c(mean = "#FC4E07", median =
ggplot(treasury,aes(x=demandDeposits)) + geom_density(aes(y=..count..),fill='lightblue
        geom_vline(aes(xintercept = mean(demandDeposits),color = "mean"),
             linetype = "dashed", size = 0.6) +
        geom_vline(aes(xintercept = median(demandDeposits),color="median"),
                  linetype = "dashed", size = 0.6 ) +
        scale_color_manual(name = "statistics", values = c(mean = "#FC4E07", median =
ggplot(treasury,aes(x=federalFunds)) + geom_density(aes(y=..count..),fill='lightblue')
        geom_vline(aes(xintercept = mean(federalFunds),color = "mean"),
             linetype = "dashed", size = 0.6) +
        geom_vline(aes(xintercept = median(federalFunds),color="median"),
                  linetype = "dashed", size = 0.6 ) +
        scale_color_manual(name = "statistics", values = c(mean = "#FC4E07", median =
ggplot(treasury,aes(x=moneyStock)) + geom_density(aes(y=..count..),fill='lightblue') +
        geom_vline(aes(xintercept = mean(moneyStock),color = "mean"),
             linetype = "dashed", size = 0.6) +
        geom_vline(aes(xintercept = median(moneyStock),color="median"),
                  linetype = "dashed", size = 0.6 ) +
        scale_color_manual(name = "statistics", values = c(mean = "#FC4E07", median =
ggplot(treasury,aes(x=checkableDeposits)) + geom_density(aes(y=..count..),fill='lightb
        geom_vline(aes(xintercept = mean(checkableDeposits),color = "mean"),
             linetype = "dashed", size = 0.6) +
        geom_vline(aes(xintercept = median(checkableDeposits),color="median"),
                  linetype = "dashed", size = 0.6 ) +
        scale_color_manual(name = "statistics", values = c(mean = "#FC4E07", median =
ggplot(treasury,aes(x=loansLeases)) + geom_density(aes(y=..count..),fill='lightblue')
        geom_vline(aes(xintercept = mean(loansLeases),color = "mean"),
             linetype = "dashed", size = 0.6) +
        geom_vline(aes(xintercept = median(loansLeases),color="median"),
                  linetype = "dashed", size = 0.6 ) +
        scale_color_manual(name = "statistics", values = c(mean = "#FC4E07", median =
ggplot(treasury,aes(x=savingsDeposits)) + geom_density(aes(y=..count..),fill='lightblu
        geom_vline(aes(xintercept = mean(savingsDeposits),color = "mean"),
             linetype = "dashed", size = 0.6) +
```

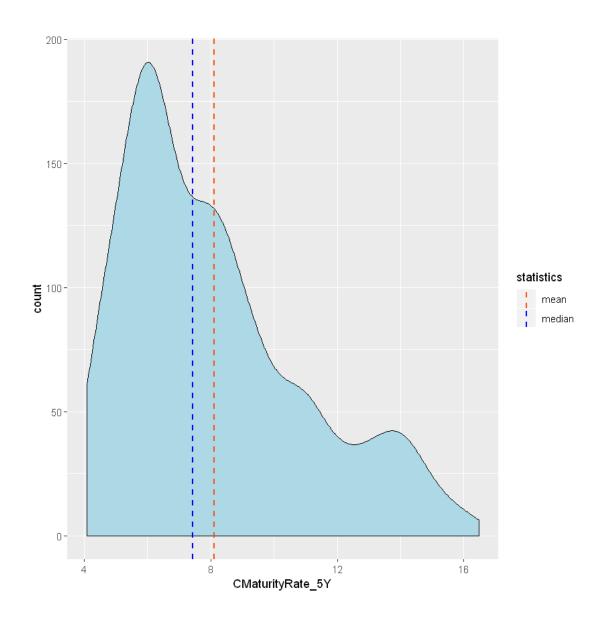


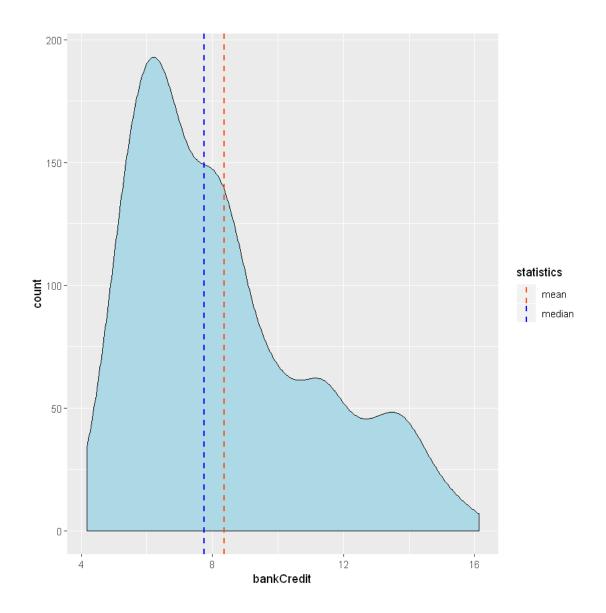


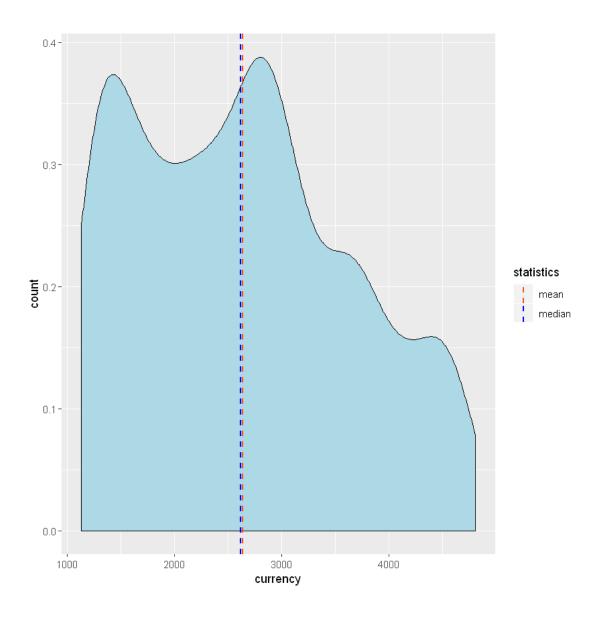


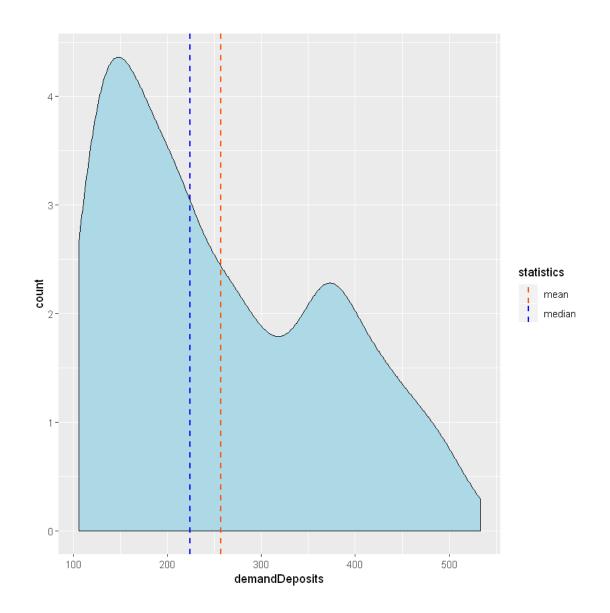


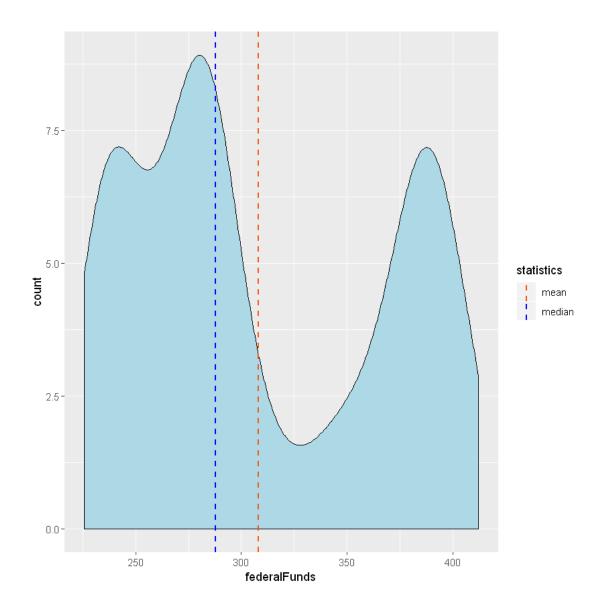


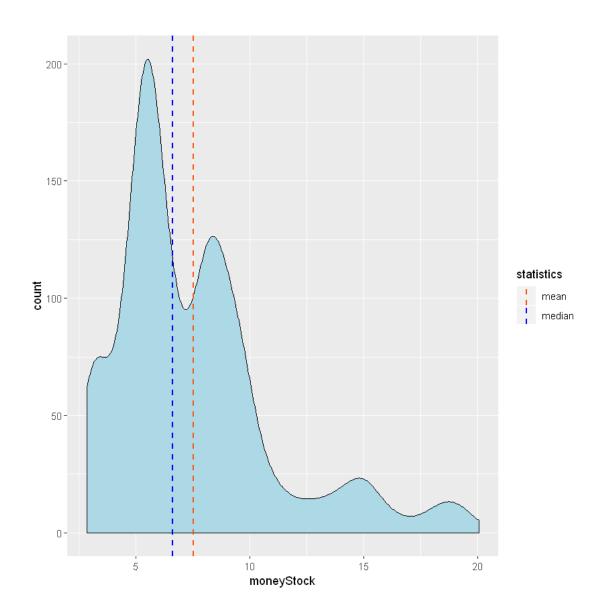


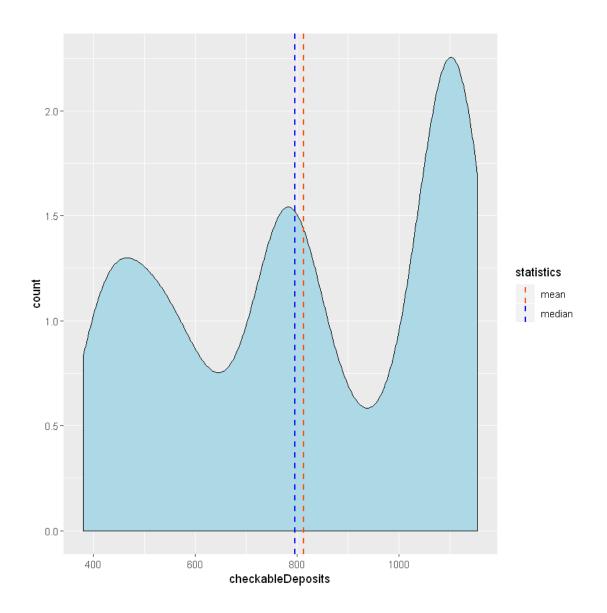


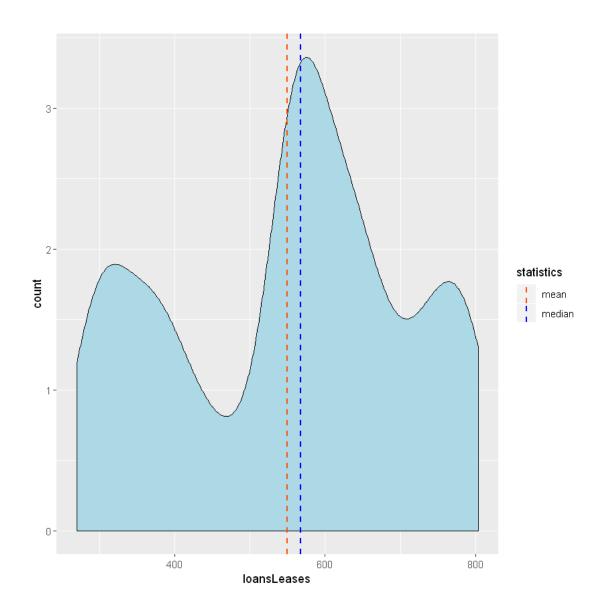


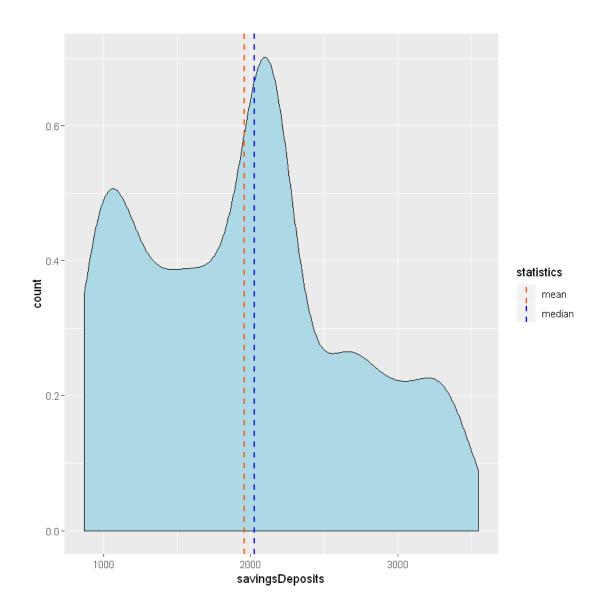


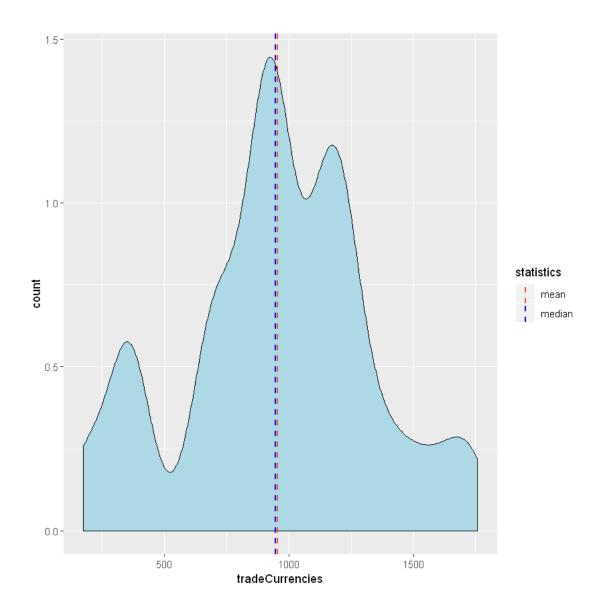


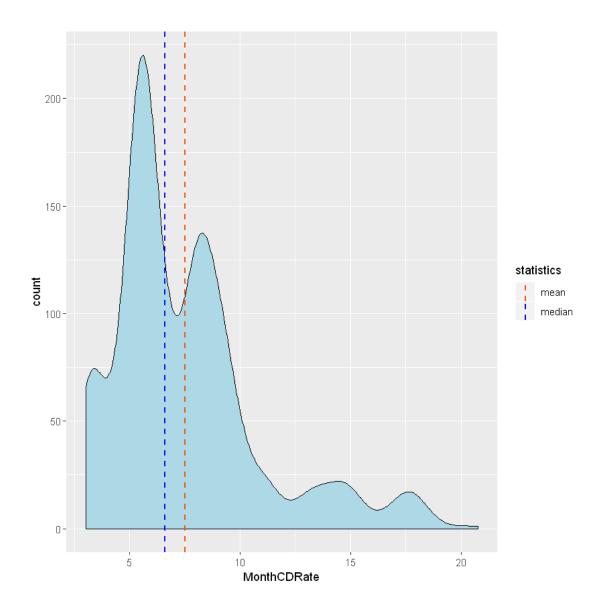










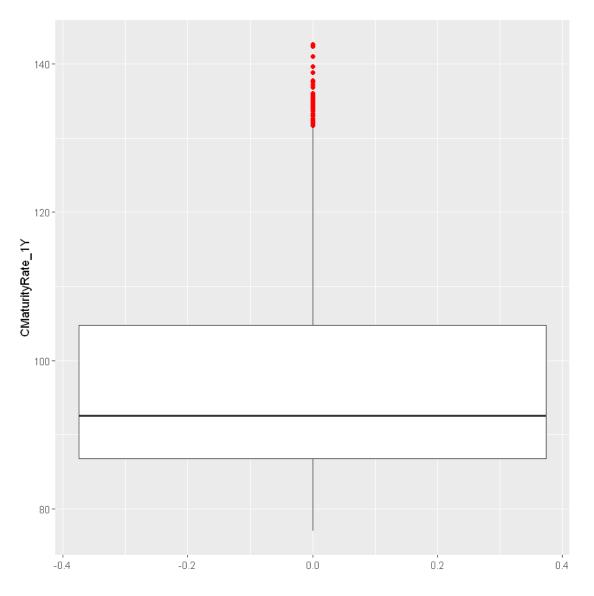


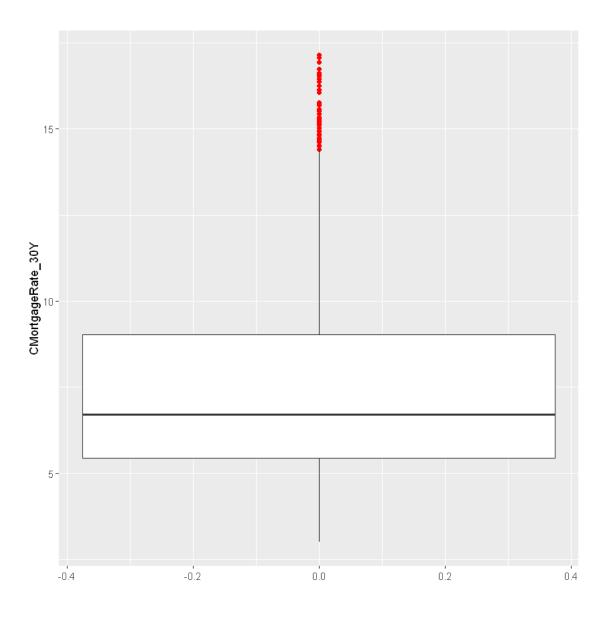
Según la información que se puede ver en las gráficas, ninguna de las variables cuenta con una distribución normal; así que más adelante habrá que probar a transformar dichas variables para intentar que se parezcan más a una distribución normal, por ejemplo las variables donde la mayoría de los datos se encuentran al principio pueden mejorar su distribución con una transformación logarítmica.

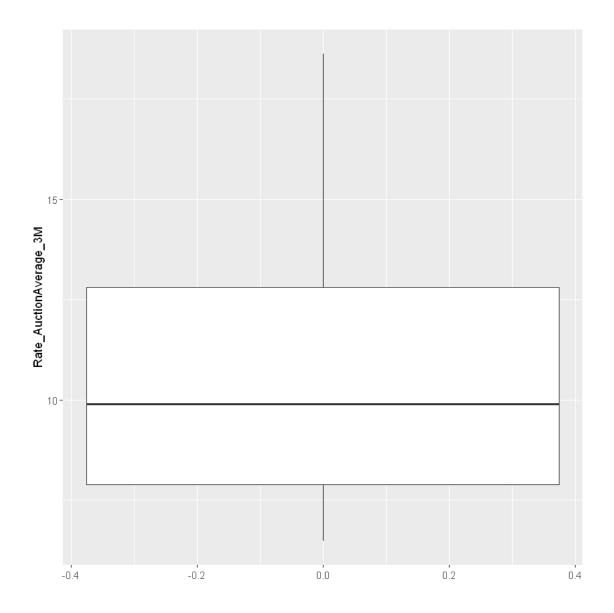
Además según lo visto gracias a la información que nos aporta la función summary(), ninguna de las variables contiene NAs, así que no es necesario hacer imputación de valores o borrar ningún dato.

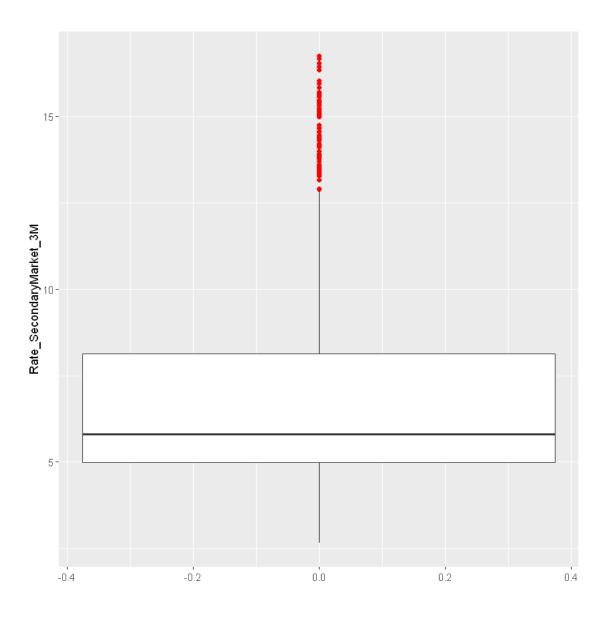
Además de los gráficos de densidad, utilizaremos los boxplots para ver si existen outliers dentro de los datos. También probaremos a transformar los datos para ver si mejora su distribución.

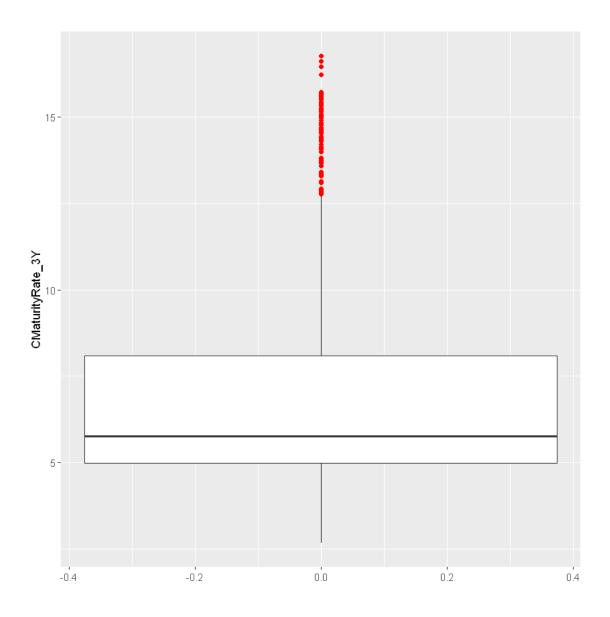
```
ggplot(treasury, aes(y=Rate_AuctionAverage_3M))+ geom_boxplot(outlier.color = "red")
ggplot(treasury, aes(y=Rate_SecondaryMarket_3M))+ geom_boxplot(outlier.color = "red")
ggplot(treasury, aes(y=CMaturityRate_3Y))+ geom_boxplot(outlier.color = "red")
ggplot(treasury, aes(y=CMaturityRate_5Y))+ geom_boxplot(outlier.color = "red")
ggplot(treasury, aes(y=bankCredit))+ geom_boxplot(outlier.color = "red")
ggplot(treasury, aes(y=currency))+ geom_boxplot(outlier.color = "red")
ggplot(treasury, aes(y=demandDeposits))+ geom_boxplot(outlier.color = "red")
ggplot(treasury, aes(y=federalFunds))+ geom_boxplot(outlier.color = "red")
ggplot(treasury, aes(y=moneyStock))+ geom_boxplot(outlier.color = "red")
ggplot(treasury, aes(y=loansLeases))+ geom_boxplot(outlier.color = "red")
ggplot(treasury, aes(y=savingsDeposits))+ geom_boxplot(outlier.color = "red")
ggplot(treasury, aes(y=tradeCurrencies))+ geom_boxplot(outlier.color = "red")
ggplot(treasury, aes(y=MonthCDRate))+ geom_boxplot(outlier.color = "red")
```

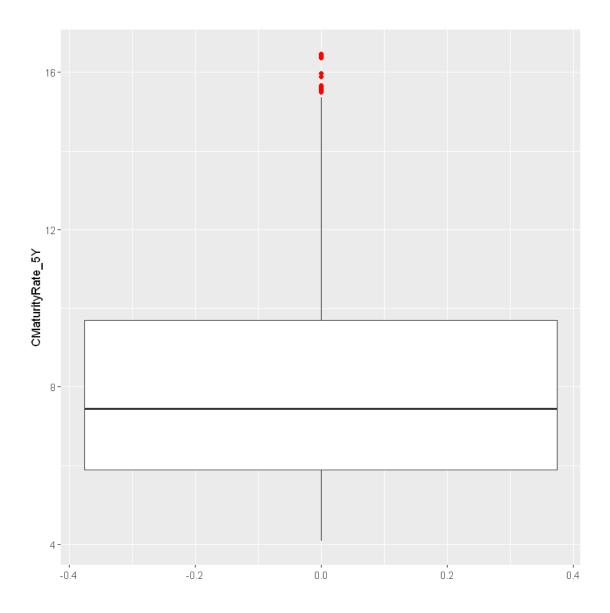


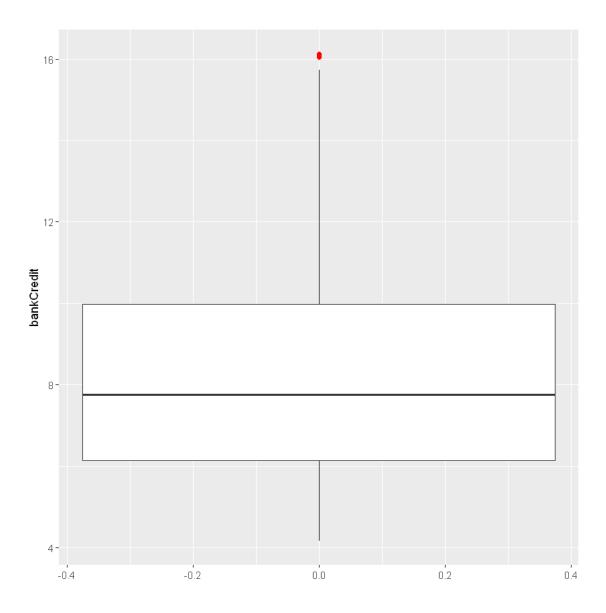


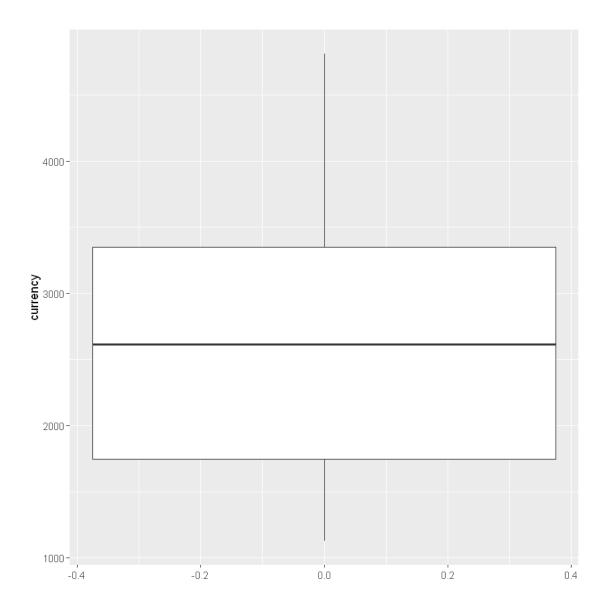


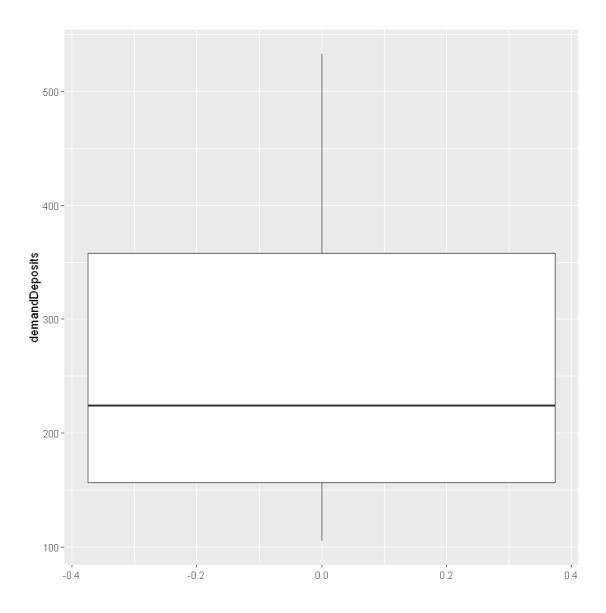


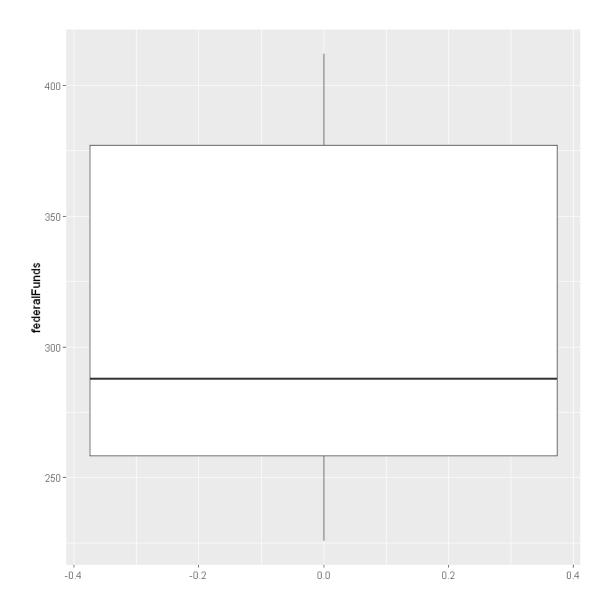


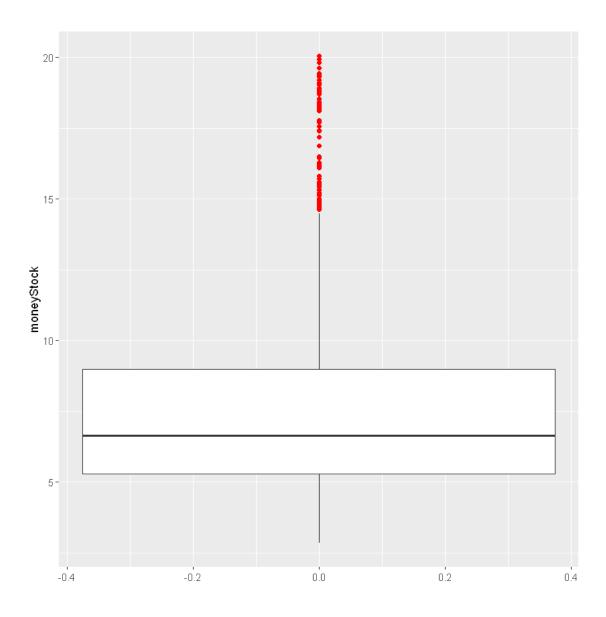


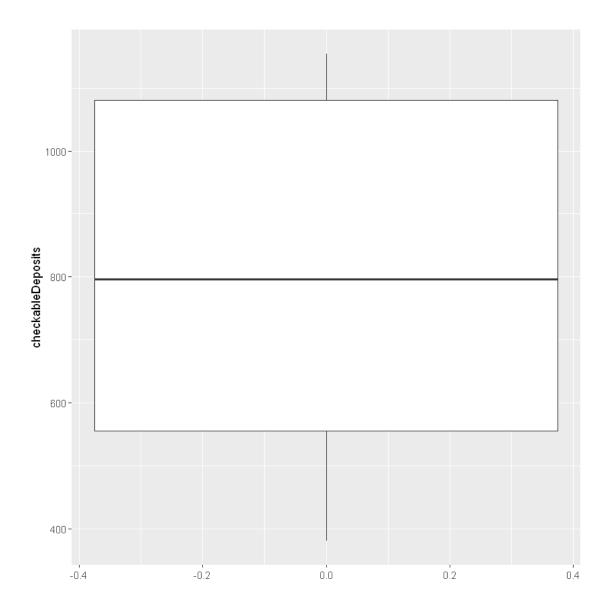


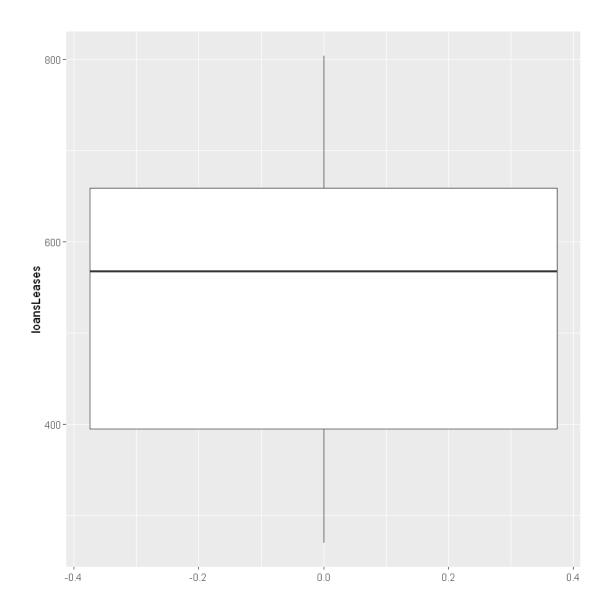


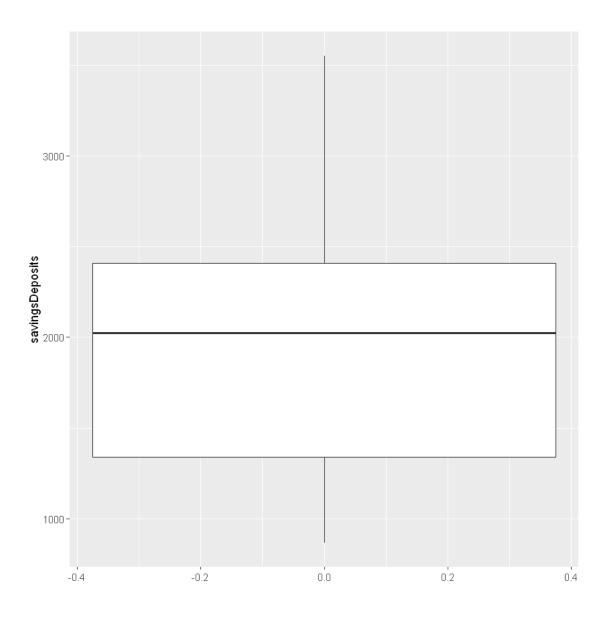


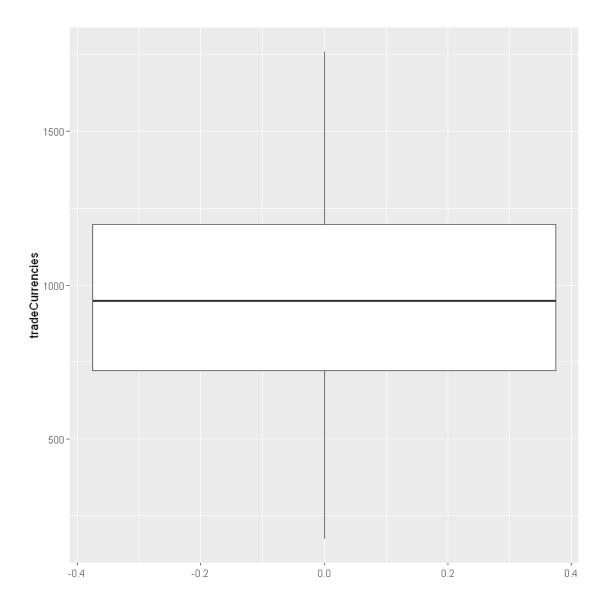


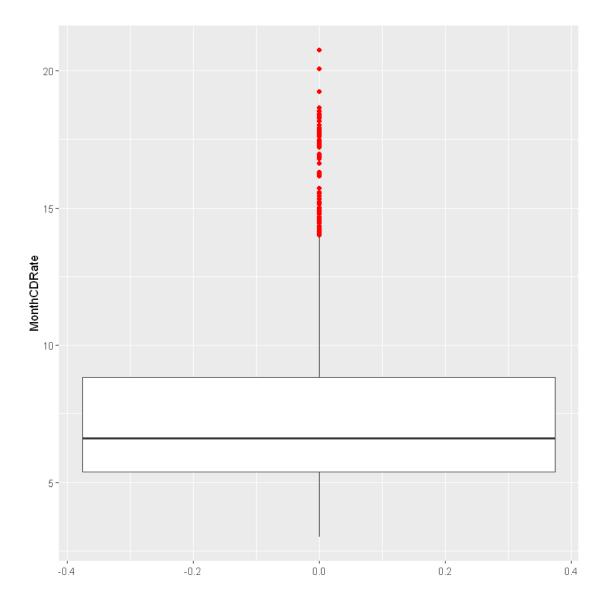










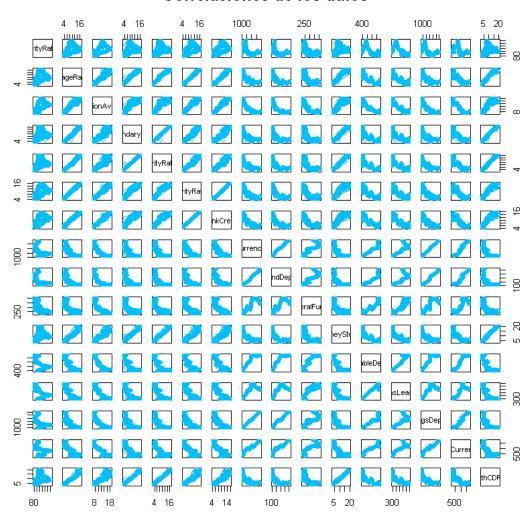


Como se puede ver en los resultados gráficos anteriores, las variables CMaturityRate_1Y, CMortgageRate_30Y, Rate_SecondaryMarket_3M, CMaturityRate_3Y, CMaturityRate_5Y, bank-Credit, moneyStock y MonthCDRate contienen outliers. En principio no los eliminaremos ya que pueden ser casos extremos que nos aporten cierta información en el modelo.

Por último, dibujaremos las correlaciones entre las variables.

```
In [6]: # Dibujamos las correlaciones entre las variables.
    pairs(treasury,col="deepskyblue", main="Correlaciones de los datos")
```

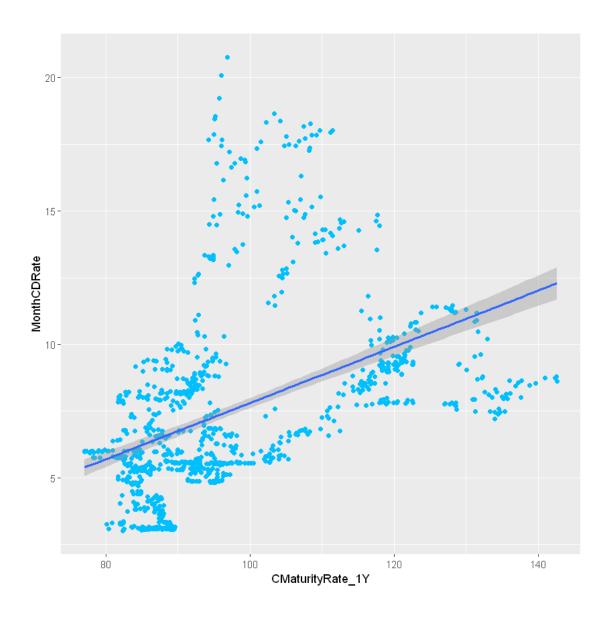
Correlaciones de los datos

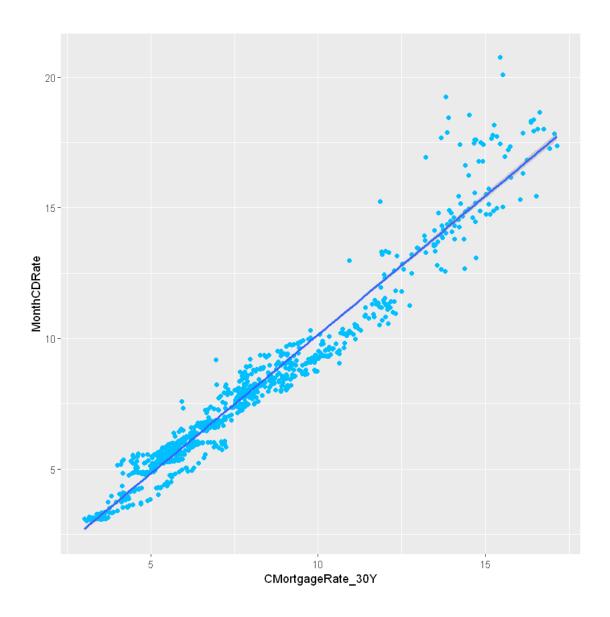


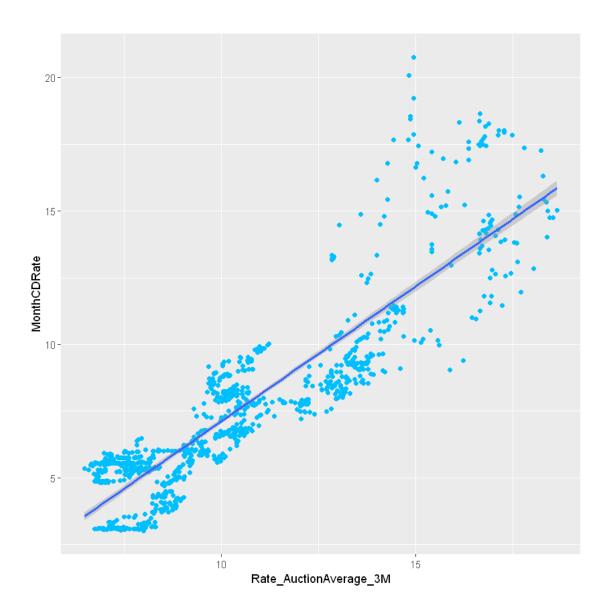
In [7]: cor(treasury)

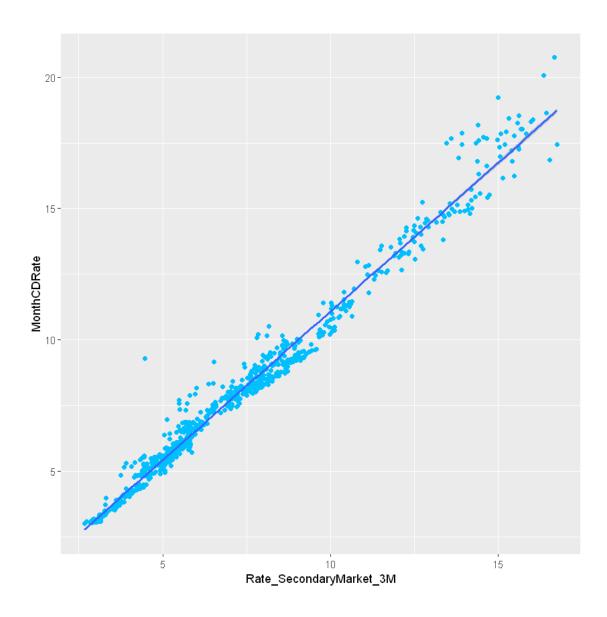
	CMaturityRate_1Y	CMortgageRate_30Y	Rate_AuctionAverage_3M	Rate
CMaturityRate_1Y	1.0000000	0.5289173	0.6500870	0.47
CMortgageRate_30Y	0.5289173	1.0000000	0.9367248	0.98
Rate_AuctionAverage_3M	0.6500870	0.9367248	1.0000000	0.89
Rate_SecondaryMarket_3M	0.4788677	0.9864352	0.8997102	1.00
CMaturityRate_3Y	0.4818779	0.9874777	0.8986080	0.99
CMaturityRate_5Y	0.6023984	0.9849371	0.9717959	0.95
bankCredit	0.6250722	0.9668119	0.9806363	0.92
currency	-0.5741093	-0.7523409	-0.8729493	-0.7
demandDeposits	-0.5515314	-0.7174992	-0.8396140	-0.69
federalFunds	-0.6408934	-0.7367525	-0.8545196	-0.7
moneyStock	0.4560397	0.9692879	0.8893533	0.98
checkableDeposits	-0.6838618	-0.8378256	-0.9201255	-0.8
loansLeases	-0.7161397	-0.8471908	-0.8927273	-0.8
savingsDeposits	-0.5672793	-0.7420812	-0.8674640	-0.7
tradeCurrencies	-0.4763829	-0.8255995	-0.8941019	-0.8
MonthCDRate	0.4507399	0.9772895	0.8868518	0.99

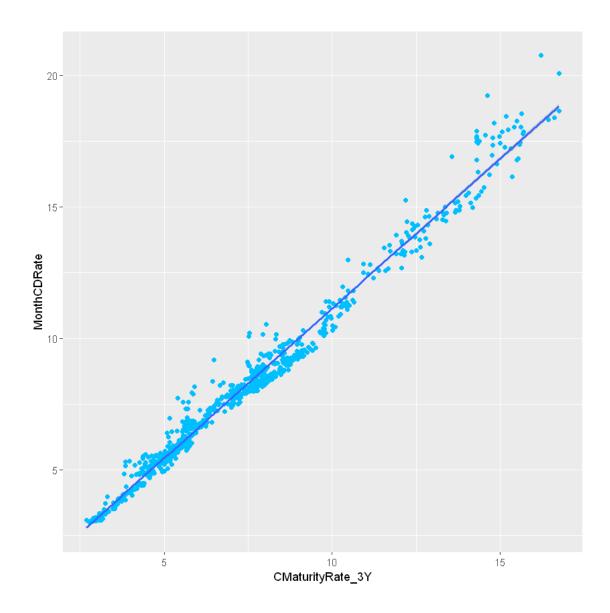
Según lo que se puede ver en la gráfica y la tabla anterior, muchas de las variables que tenemos pueden estar relacionadas, como *Rate_SecondaryMarket_3M* con *CMaturityRate_3Y* o *CMaturityRate_5Y* con *bankCredit*. También se puede ver como algunas variables, como por ejemplo *CMortgageRato_30Y*, *Rate_SecondaryMarket_3M*, *CMaturityRate_3Y* y *moneyStock* tienen una relación lineal con respecto a la variable que tenemos que predecir, esto puede ser interesante a la hora de crear un modelo lineal con dichas variables.

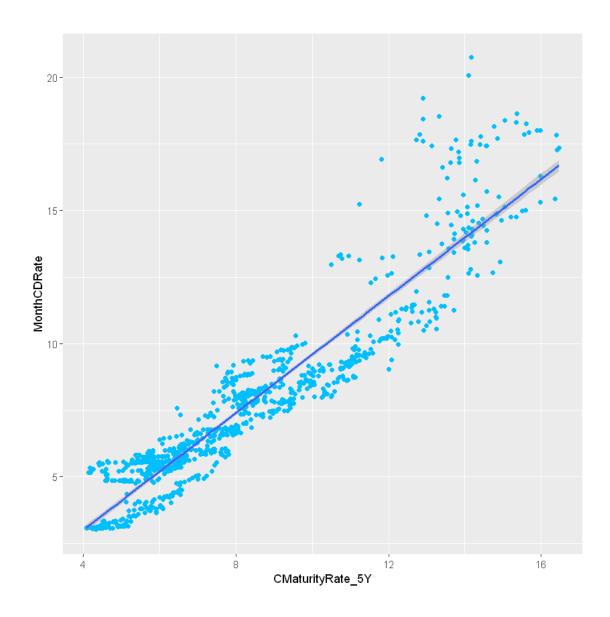


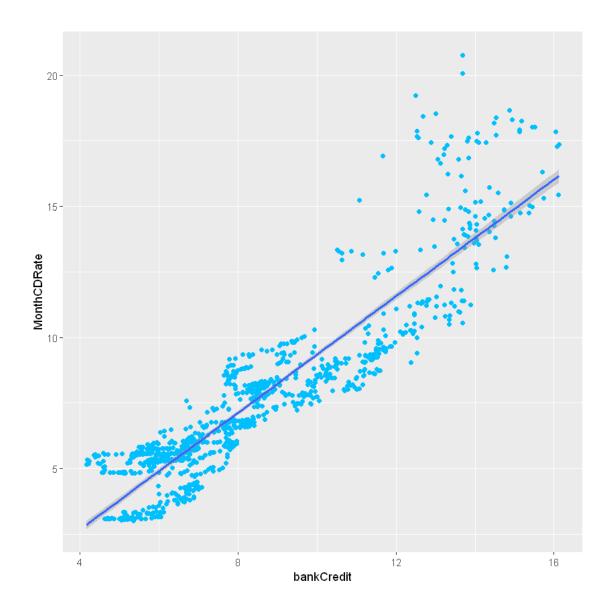


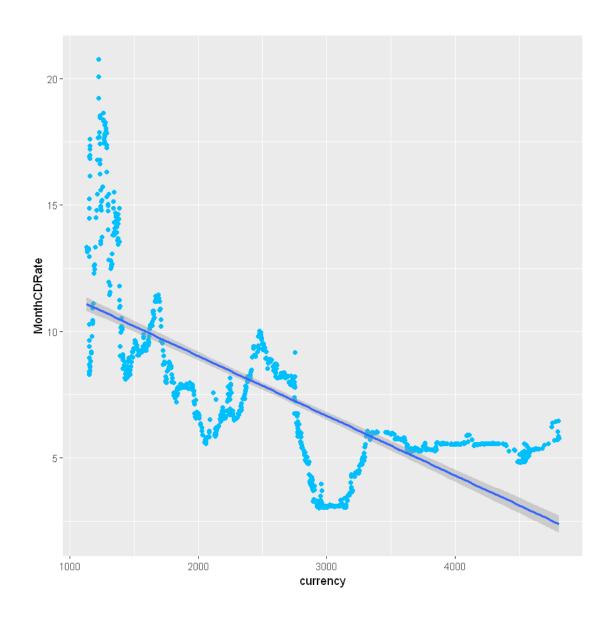


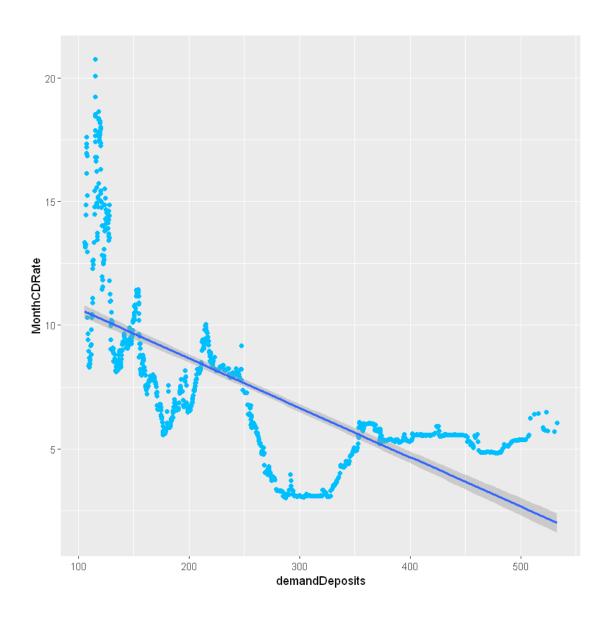


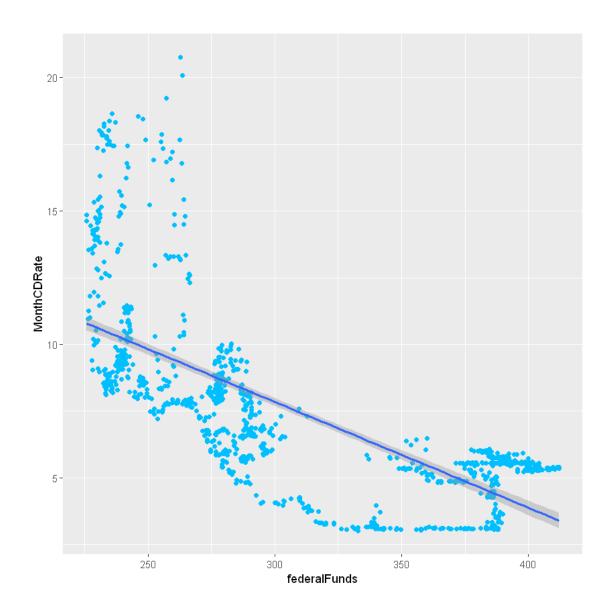


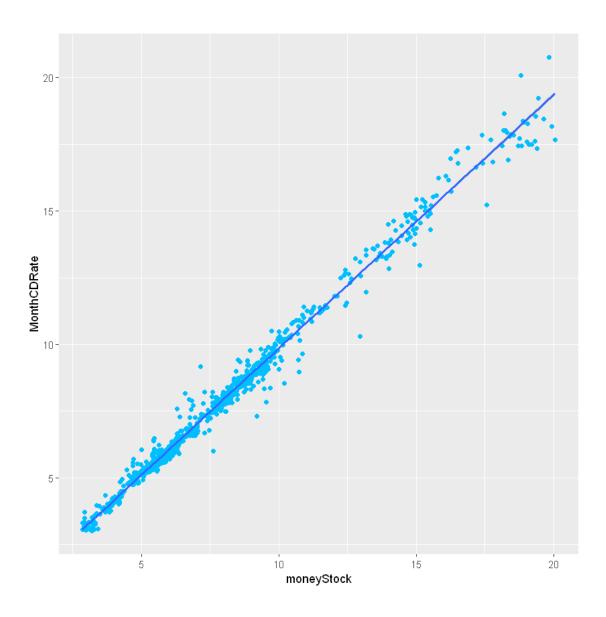


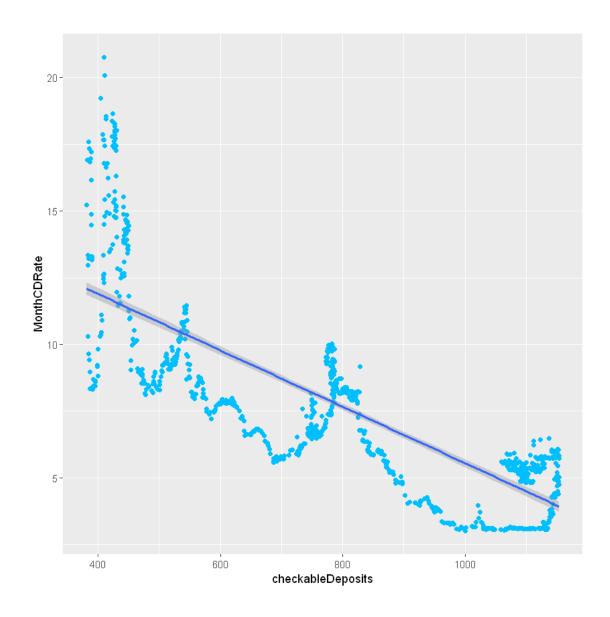


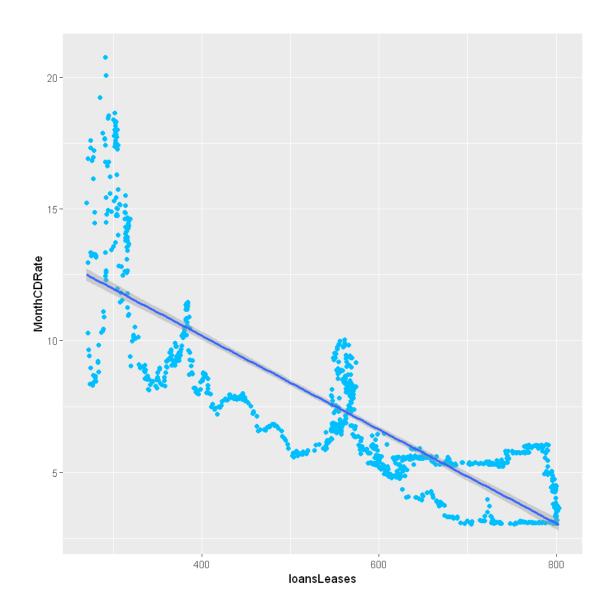


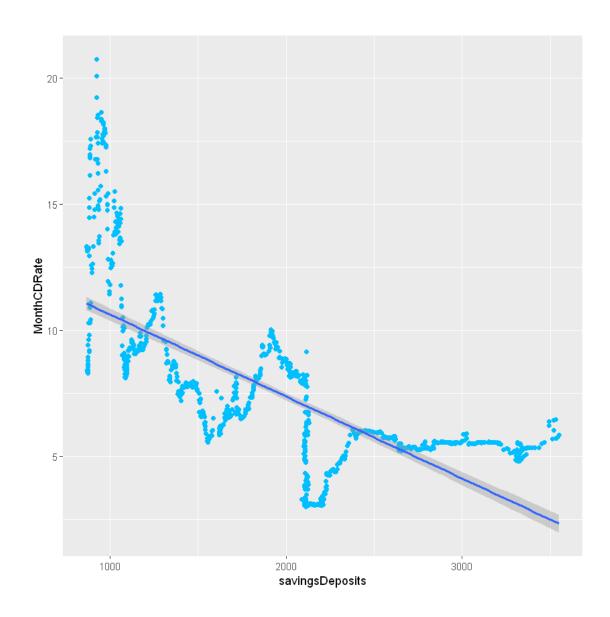


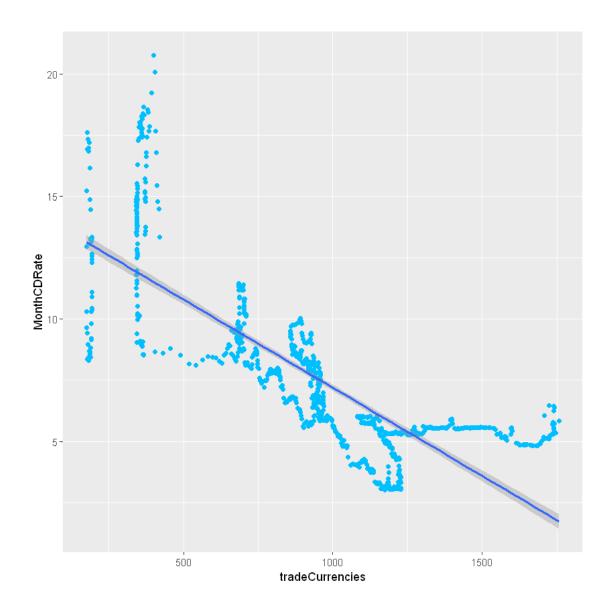










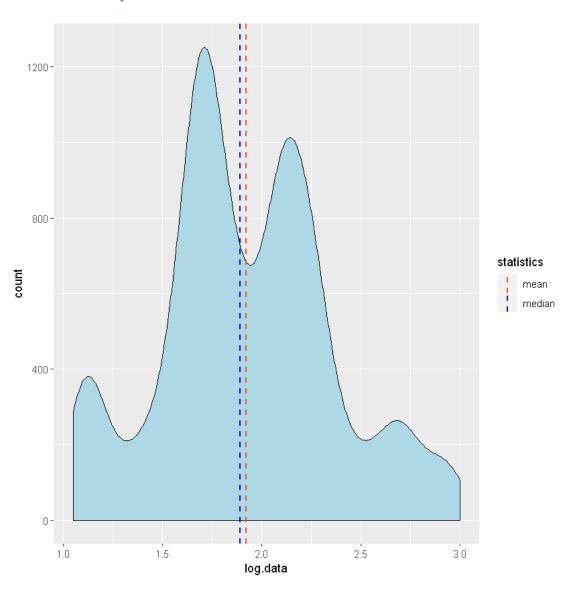


Como se puede ver en algunos casos parece haber relaciones lineales entre algunas variables y la variable que queremos predecir, en otros casos no existe ninguna relación, por ello habrá que intentar transformarlas o pasar más tarde a hacer interacciones o añadir cuadrados/logaritmos a los modelos que hagamos.

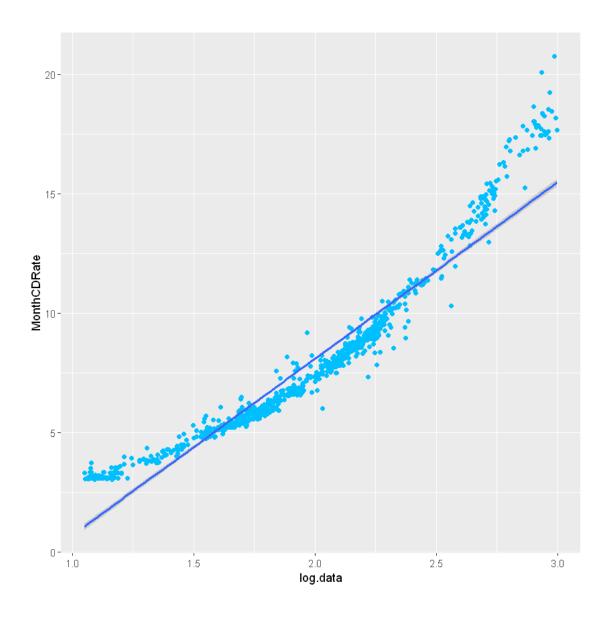
```
In [9]: # Copiamos una variable del dataset para ver como le afectaría las transformaciones.
    temp = treasury$moneyStock

log.temp = data.frame(log.data=log(temp))
    log.temp$MonthCDRate = treasury$MonthCDRate
    ggplot(log.temp,aes(x=log.data)) + geom_density(aes(y=..count..),fill='lightblue') +
        geom_vline(aes(xintercept = mean(log.data),color = "mean"),
        linetype = "dashed", size = 0.6) +
    geom_vline(aes(xintercept = median(log.data),color="median"),
```

```
linetype = "dashed", size = 0.6 ) +
    scale_color_manual(name = "statistics", values = c(mean = "#FC4E07", median =
ggplot(log.temp, aes(y=MonthCDRate,x=log.data)) + geom_point(col="deepskyblue") + geom_
print(cor(log.temp))
print(cor(treasury$moneyStock, treasury$MonthCDRate))
# Para este caso, es mejor no transformar la variable, ya que como se puede ver, pierd
# variable predictora.
```



log.data MonthCDRate log.data 1.0000000 0.9561623 MonthCDRate 0.9561623 1.0000000



0.2.1 Resumen

Para finalizar esta parte haremos un pequeño resumen de lo que se ha visto anteriormente. * El dataset está formado por 1049 entradas, cada entrada cuenta con 15 variables, todas ellas continuas. Estas variables se tratan de diferentes datos sobre la economía de EEUU. También cuenta con una última variable llamada *MonthCDRate*, también continua, que contiene la tasa de interés que debe aplicarse a un producto financiero por un mes; esta es la variable que se debe predecir. * Tras el cálculo de las medias y de la desviación típica, parece que los datos tienen bastante dispersión. * Ninguna de las variables del conjunto de datos tienen una distribución normal, por lo que habrá que transformarlas para intentar que se asemejen más a dicha distribución. Por ejemplo, para las

variables cuya distribución se parece a una normal pero están más a la izquierda, una transformación logaritmica puede ayudar. * Algunas de las variables contienen outliers, en principio no los eliminaremos pero si que puede ser necesario eliminar algún dato suelto para las variables que se ajustan bien a un modelo lineal para que no afecten a los modelos. * Algunas variables parecen estar correlacionadas, por lo cual puede ser interesante ver como afecta a los modelos quitar algunas de estas variables o realizar interacciones entre ellas, de forma que podamos obtener más información sobre el problema que estamos estudiando.

0.3 Creación de modelos para el dataset.

En este apartado se verá la creación de modelos de regresión para predecir el valor de la variable *MonthCDRate*; para ello, se utilizarán modelos primero modelos de regresión lineal simple. Tras esto se pasará a utilizar modelos de regresión múltiple, a los cuales se les añadirá si es necesario o beneficia al modelo interacciones y no linealidad. Por último se aplicará el algoritmo de KNN.

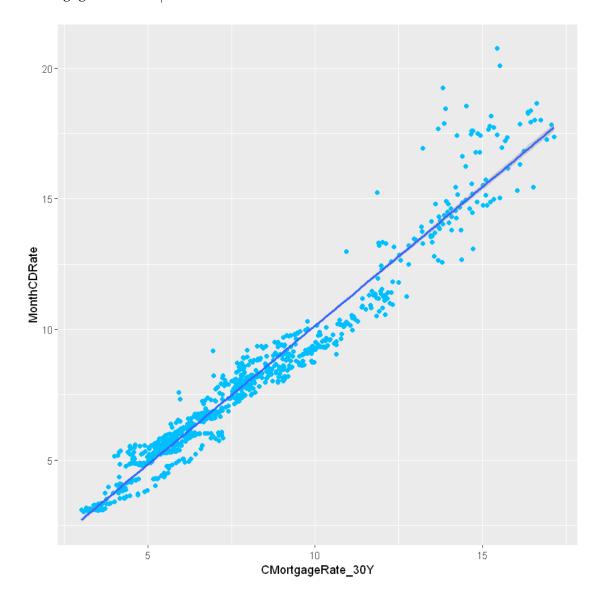
0.3.1 Modelos de regresión lineal.

En este apartado se van a estudiar cinco modelos de regresión lineal. Para estos modelos se utilizarán las variables que más se ajusten a una línea; dichas variables son *CMortgageRate_30Y*, *Rate_SecondaryMarket_3M*, *CMaturityRate_3Y*, *CMaturityRate_5Y* y moneyStock (se pueden mirar los scatterplots entre *MonthCDRate* y el resto de variables en el apartado anterior).

```
In [10]: # Creamos el modelo.
        fit1 = lm(MonthCDRate~CMortgageRate_30Y, data=treasury)
         summary(fit1)
         # Dibujamos el ajuste.
         confint(fit1)
         ggplot(treasury,aes(x=CMortgageRate_30Y,y=MonthCDRate)) +
            geom_point(col="deepskyblue") + geom_smooth(method="lm")
Call:
lm(formula = MonthCDRate ~ CMortgageRate_30Y, data = treasury)
Residuals:
   Min
            1Q Median
                            30
                                   Max
-2.1273 -0.3047 -0.0005 0.2845 5.0385
Coefficients:
                  Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)
                 -0.494992
                             0.058094 -8.521
                                                <2e-16 ***
                             0.007121 149.227 <2e-16 ***
CMortgageRate_30Y 1.062699
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.716 on 1047 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9551, Adjusted R-squared: 0.9551
```

F-statistic: 2.227e+04 on 1 and 1047 DF, p-value: < 2.2e-16

	2.5 %	97.5 %
(Intercept)	-0.6089848	-0.3809985
CMortgageRate_30Y	1.0487255	1.0766730



Dibujamos el ajuste.

Residuals:
Min 1Q Median 3Q

confint(fit2)

Min 1Q Median 3Q Max -1.6394 -0.2313 -0.0473 0.1691 4.4752

Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.23439 0.03655 -6.412 2.17e-10 ***
Rate_SecondaryMarket_3M 1.13211 0.00490 231.057 < 2e-16 ***
--Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

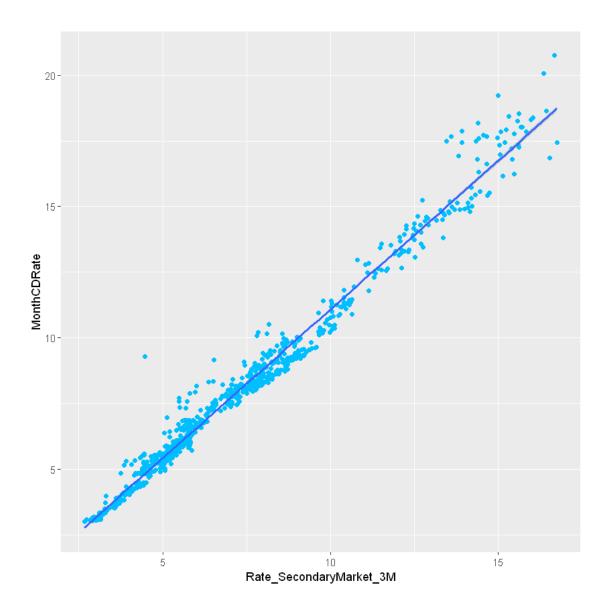
Residual standard error: 0.4686 on 1047 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.9808, Adjusted R-squared: 0.9807 F-statistic: 5.339e+04 on 1 and 1047 DF, p-value: < 2.2e-16

2.5 % 97.5 % (Intercept) -0.3061209 -0.1626654

Rate_SecondaryMarket_3M | 1.1224961

1.1417248



```
In [12]: # Creamos el modelo.
    fit3 = lm(MonthCDRate~CMaturityRate_3Y, data=treasury)
    summary(fit3)

# Dibujamos el ajuste.
    confint(fit3)
    ggplot(treasury,aes(x=CMaturityRate_3Y,y=MonthCDRate)) +
        geom_point(col="deepskyblue") + geom_smooth(method="lm")

Call:
lm(formula = MonthCDRate ~ CMaturityRate_3Y, data = treasury)
```

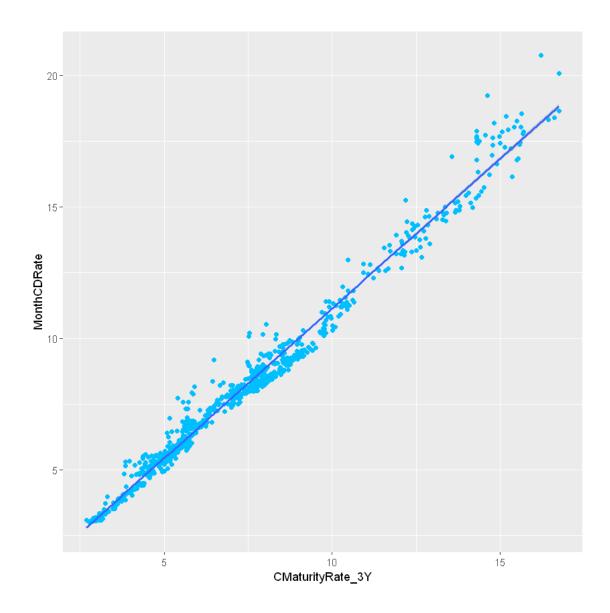
Min 1Q Median 3Q Max -1.09409 -0.20977 -0.04589 0.16718 2.83967

Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.252144 0.033839 -7.451 1.93e-13 ***
CMaturityRate_3Y 1.138336 0.004551 250.137 < 2e-16 ***
--Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.4335 on 1047 degrees of freedom Multiple R-squared: 0.9835, Adjusted R-squared: 0.9835 F-statistic: 6.257e+04 on 1 and 1047 DF, p-value: < 2.2e-16

| 2.5 % 97.5 % | (Intercept) -0.3185431 -0.185745 | CMaturityRate_3Y | 1.1294066 | 1.147266



```
In [13]: # Creamos el modelo.
    fit4 = lm(MonthCDRate~CMaturityRate_5Y, data=treasury)
    summary(fit4)

# Dibujamos el ajuste.
    confint(fit4)
    ggplot(treasury,aes(x=CMaturityRate_5Y,y=MonthCDRate)) +
        geom_point(col="deepskyblue") + geom_smooth(method="lm")

Call:
lm(formula = MonthCDRate ~ CMaturityRate_5Y, data = treasury)
```

Min 1Q Median 3Q Max -2.7461 -0.7861 -0.0870 0.5551 6.5906

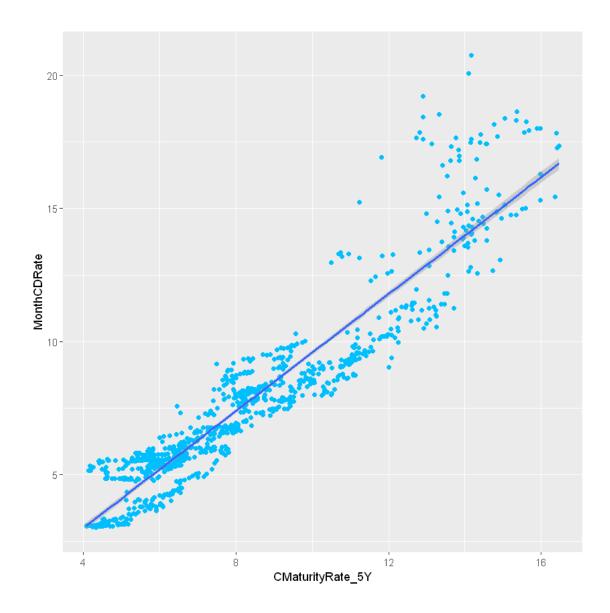
Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -1.39320 0.10820 -12.88 <2e-16 ***
CMaturityRate_5Y 1.09828 0.01256 87.44 <2e-16 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 1.173 on 1047 degrees of freedom Multiple R-squared: 0.8796, Adjusted R-squared: 0.8794 F-statistic: 7646 on 1 and 1047 DF, p-value: < 2.2e-16

	2.5 %	97.5 %
(Intercept)	-1.605508	-1.180898
CMaturityRate_5Y	1.073633	1.122926



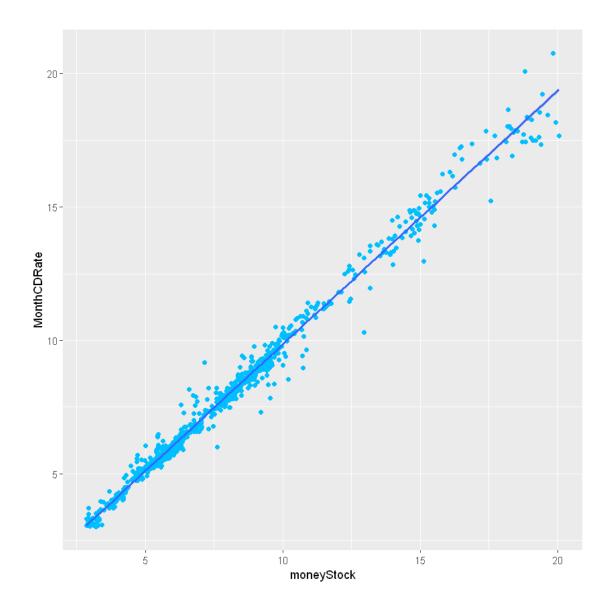
Min 1Q Median 3Q Max -2.35798 -0.11996 -0.01642 0.10068 2.01779

Coefficients:

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.349 on 1047 degrees of freedom Multiple R-squared: 0.9893, Adjusted R-squared: 0.9893 F-statistic: 9.707e+04 on 1 and 1047 DF, p-value: < 2.2e-16

	2.5 %	97.5 %
(Intercept)	0.3055867	0.4052736
monevStock	0.9432921	0.9552494



Según lo visto en cada uno de los modelos, el mejor modelo es el aportado por la variable *moneyStock*; aunque el modelo con la variable *CMaturityRate_3Y* también es muy parecido. Para elegir el mejor modelo se ha mirado los valores del estadísitico R^2 Ajustado, donde *moneyStock* tiene el valor más alto (0.9893).

También a través de los modelos realizados, podemos ver que las variables analizadas tiene una relación positiva con la variable *MonthCDRate*, por ello, si aumenta el valor de *MonthCDRate* el valor de las otras variables también debe ser mayor.

Aunque solamente nos quedemos en este caso con el modelo de la variable *moneyStock*, hay que decir que para todos los modelos sale un p-valor muy bajo, lo cual quiere decir que son importantes para predecir el valor de la variable y por ello serán considerados cuando se vayan a crear modelos de regresión múltiple. Además, los modelos lineales simples obtenidos son bastante buenos y por ello seguramente el modelo de regresión múltiple obtenido no mejorará mucho los resultados de estos.

Ahora probaremos a hacer validación cruzada con las particiones del dataset que se han pro-

procionado junto con el dataset; para comprobar si hay sobreajuste y la calidad de nuestro mejor modelo obtenido.

```
In [15]: nombre <- "treasury//treasury"</pre>
         run_lm_fold <- function(i, x, tt = "test") {</pre>
              file <- paste(x, "-5-", i, "tra.dat", sep="")
              x_tra <- read.csv(file, comment.char="@", header=FALSE)</pre>
              file <- paste(x, "-5-", i, "tst.dat", sep="")
              x_tst <- read.csv(file, comment.char="0", header=FALSE)</pre>
              In <- length(names(x_tra)) - 1</pre>
              names(x_tra)[1:In] <- paste ("X", 1:In, sep="")
              names(x tra)[In+1] <- "Y"</pre>
              names(x_tst)[1:In] \leftarrow paste("X", 1:In, sep="")
              names(x_tst)[In+1] <- "Y"</pre>
              if (tt == "train") {
                  test <- x_tra
              }
              else {
                  test <- x tst
              fitMulti=lm(Y~X11,x tra)
              yprime=predict(fitMulti,test)
              sum(abs(test$Y-yprime)^2)/length(yprime) ##MSE
         }
         lmMSEtrain.simple<-mean(sapply(1:5,run_lm_fold,nombre,"train"))</pre>
         lmMSEtest.simple<-mean(sapply(1:5,run_lm_fold,nombre,"test"))</pre>
         cat("train: ",lmMSEtrain.simple, "\n")
         cat("test: ",lmMSEtest.simple, "\n")
train: 0.1215525
test: 0.1219177
```

Como podemos ver, los resultados del MSE de los datos de train y test son iguales, por lo que podemos concluir que no hay sobreajuste y que nuestro modelo se ajusta bien a los datos.

0.3.2 Modelos de regresión múltiple

En este apartado se van a probar diferentes modelos de regresión lineal múltiple; para ello probaremos diferentes modelos con diferentes variables y probando interaciones entre las variables.

Call:

```
lm(formula = MonthCDRate ~ ., data = treasury)
Residuals:
    Min
              1Q
                  Median
                              3Q
                                      Max
                                 1.98636
-1.15400 -0.11350 -0.02425 0.06447
Coefficients:
                        Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)
                       0.3888300 0.2922598 1.330 0.18367
CMaturityRate_1Y
                      CMortgageRate_30Y
                       0.1872664 0.0625423 2.994 0.00282 **
Rate_AuctionAverage_3M -0.0177122 0.0212776 -0.832 0.40536
Rate_SecondaryMarket_3M 0.0471672 0.0384214 1.228 0.21987
CMaturityRate_3Y
                       0.2464712 0.0478963
                                           5.146 3.18e-07 ***
CMaturityRate_5Y
                       0.1558061 0.1131354
                                            1.377 0.16876
bankCredit
                      -0.1422313 0.0770943 -1.845 0.06534 .
                       0.0017686 0.0004687
                                            3.773 0.00017 ***
currency
                       0.0191436 0.0103577 1.848 0.06485 .
demandDeposits
                                            0.220 0.82618
federalFunds
                       0.0001295 0.0005897
moneyStock
                       0.5811069 0.0158907 36.569 < 2e-16 ***
checkableDeposits
                      -0.0260884 0.0103044 -2.532 0.01150 *
loansLeases
                       0.0254454 0.0103785
                                            2.452 0.01438 *
savingsDeposits
                      -0.0013883 0.0004364 -3.181 0.00151 **
tradeCurrencies
                                            5.247 1.88e-07 ***
                       0.0005457 0.0001040
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.2377 on 1033 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9951, Adjusted R-squared: 0.995
F-statistic: 1.403e+04 on 15 and 1033 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Como se puede ver en los resultados, el modelo con todas las variables mejora el resultado del mejor modelo de con una sola variable (*moneyStock*). Aún así, podemos ver que algunas de las variables obtenidas no aportan ninguna información para el modelo, como por ejemplo *Rate_SecondaryMarket_3M*, que para el modelo lineal simple obtenia muy buenos resultados.

Lo siguientte que haremos será probar un modelo que combine solamente las variables que tienen un p-valor bajo dentro del modelo con todas las variables.

```
Call:
```

```
Min 1Q Median 3Q Max -1.1827 -0.1114 -0.0232 0.0627 1.9784
```

Coefficients:

```
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)
                 2.409e-01 1.717e-01 1.403 0.160860
CMaturityRate_1Y -7.480e-03 9.642e-04 -7.758 2.06e-14 ***
CMortgageRate_30Y 2.675e-01 3.280e-02 8.154 1.01e-15 ***
CMaturityRate_3Y
                 2.781e-01 2.669e-02 10.423 < 2e-16 ***
bankCredit
                -6.094e-02 2.051e-02 -2.972 0.003031 **
                 1.530e-03 4.408e-04 3.472 0.000539 ***
currency
demandDeposits
                 1.857e-02 1.034e-02 1.797 0.072700 .
moneyStock
                 5.767e-01 1.365e-02 42.242 < 2e-16 ***
checkableDeposits -2.501e-02 1.027e-02 -2.434 0.015104 *
loansLeases
                2.448e-02 1.035e-02 2.364 0.018249 *
savingsDeposits -1.133e-03 3.984e-04 -2.844 0.004547 **
tradeCurrencies 5.656e-04 9.808e-05 5.766 1.07e-08 ***
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Residual standard error: 0.2377 on 1037 degrees of freedom Multiple R-squared: 0.9951, Adjusted R-squared: 0.995

F-statistic: 1.915e+04 on 11 and 1037 DF, p-value: < 2.2e-16

Para este caso, el valor de R^2 ajustado no ha cambiado, por lo cual es mejor que el modelo anterior. Lo siguiente seguirá seguir quitando variables que tengan poca imporancia para el modelo, como *demanDeposits* o *checkableDeposits*.

Call:

lm(formula = MonthCDRate ~ CMaturityRate_1Y + CMortgageRate_30Y +

```
CMaturityRate_3Y + currency + moneyStock + tradeCurrencies,
   data = treasury)
Residuals:
    Min
              10
                   Median
                               30
                                       Max
-1.18774 -0.12047 -0.02864 0.06229 2.02888
Coefficients:
                  Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                 -9.455e-02 8.788e-02 -1.076
(Intercept)
                                                0.282
CMaturityRate_1Y -7.145e-03 7.530e-04 -9.488 < 2e-16 ***
CMortgageRate_30Y 1.490e-01 1.765e-02 8.441 < 2e-16 ***
CMaturityRate_3Y
                  3.316e-01 2.520e-02 13.159 < 2e-16 ***
                 -1.233e-04 3.011e-05 -4.095 4.56e-05 ***
currency
moneyStock
                  6.015e-01 1.334e-02 45.089 < 2e-16 ***
tradeCurrencies 7.414e-04 9.134e-05
                                        8.117 1.33e-15 ***
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.245 on 1042 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9948, Adjusted R-squared: 0.9947
```

F-statistic: 3.302e+04 on 6 and 1042 DF, p-value: < 2.2e-16

Al igual que en el modelo anterior, no empeora el resultados conforme al modelo anterior, por lo que nos quedaremos con este. Ahora, probaremos otro modelo con todas las variables que han utilizado para el modelo de regresión simple. Además se probarán con alguna interación entre variables o al cuadrado para intentar mejorar algo más los resultados.

Coefficients:

```
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                       (Intercept)
CMortgageRate_30Y
                       0.37978
                                 0.03974 9.556 < 2e-16 ***
CMaturityRate_3Y
                       CMaturityRate 5Y
                      -0.21904 0.02248 -9.743 < 2e-16 ***
moneyStock
                                 0.01396 40.431 < 2e-16 ***
                       0.56423
Rate_SecondaryMarket_3M 0.01592
                                 0.04084 0.390
                                                  0.697
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.2581 on 1043 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9942, Adjusted R-squared: 0.9942
F-statistic: 3.568e+04 on 5 and 1043 DF, p-value: < 2.2e-16
  Para este modelo también podemos ver que no hay demasiada pérdida conforme con
los modelos anteriores. Lo que sí es importantes de este modelo es que nos demuestra
Rate_SecondaryMarket_3M realmente no afecta a la predicción de la variable MonthCDRate.
In [20]: # Creamos el modelo
        fit.multiple5 = lm(MonthCDRate~CMortgageRate_30Y+CMaturityRate_3Y+
                          CMaturityRate 5Y+moneyStock, treasury)
        # Comprobamos los resultados
        summary(fit.multiple5)
Call:
lm(formula = MonthCDRate ~ CMortgageRate_30Y + CMaturityRate_3Y +
   CMaturityRate_5Y + moneyStock, data = treasury)
Residuals:
    Min
              1Q
                  Median
                              3Q
                                      Max
-1.44602 -0.11957 -0.03963 0.07661 2.05333
Coefficients:
                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)
                 0.27727
                           0.03173 8.738 <2e-16 ***
CMortgageRate_30Y 0.38190
                           0.03935 9.705 <2e-16 ***
                 0.27593
                           0.02949 9.357
CMaturityRate 3Y
                                            <2e-16 ***
CMaturityRate_5Y -0.21984
                           0.02238 -9.823
                                            <2e-16 ***
moneyStock
                 0.56477
                           0.01388 40.685 <2e-16 ***
___
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Residual standard error: 0.258 on 1044 degrees of freedom Multiple R-squared: 0.9942, Adjusted R-squared: 0.9942

```
F-statistic: 4.463e+04 on 4 and 1044 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Para crear modelos con interación o no linealidad se probará con variables que parezca estar algo relacionadas del modelo *fit.multiple3* o que el ajuste lineal sea muy pobre.

```
In [21]: # Creamos el modelo
        fit.multiple6 = lm(MonthCDRate~CMaturityRate_1Y+CMortgageRate_30Y+CMaturityRate_3Y+
                         currency+moneyStock+tradeCurrencies+I(tradeCurrencies^2), treasury
        # Comprobamos los resultados
        summary(fit.multiple6)
Call:
lm(formula = MonthCDRate ~ CMaturityRate_1Y + CMortgageRate_30Y +
   CMaturityRate_3Y + currency + moneyStock + tradeCurrencies +
   I(tradeCurrencies^2), data = treasury)
Residuals:
    Min
             1Q
                  Median
                              3Q
                                     Max
-1.20281 -0.11938 -0.02789 0.06348 2.03541
Coefficients:
                    Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)
                 -1.186e-02 1.213e-01 -0.098
                                                 0.922
CMortgageRate_30Y
                  1.471e-01 1.776e-02 8.283 3.65e-16 ***
                  3.354e-01 2.549e-02 13.156 < 2e-16 ***
CMaturityRate_3Y
currency
                   -1.377e-04 3.343e-05 -4.117 4.14e-05 ***
moneyStock
                  5.984e-01 1.371e-02 43.639 < 2e-16 ***
tradeCurrencies
                  6.649e-04 1.197e-04 5.553 3.57e-08 ***
I(tradeCurrencies^2) 5.276e-08 5.339e-08 0.988 0.323
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.245 on 1041 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9948, Adjusted R-squared: 0.9947
F-statistic: 2.83e+04 on 7 and 1041 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Para *tradeCurrencies*^2 vemos que no aporta nada al modelo, así que lo quitaremos y probaremos con otras variables.

```
I(CMaturityRate_1Y*currency), treasury)
         # Comprobamos los resultados
         summary(fit.multiple7)
         # Creamos el modelo
         fit.multiple8 = lm(MonthCDRate~CMaturityRate 1Y+CMortgageRate 30Y+CMaturityRate 3Y+
                           currency+moneyStock+tradeCurrencies+
                           I(CMortgageRate_30Y*moneyStock), treasury)
         # Comprobamos los resultados
         summary(fit.multiple8)
Call:
lm(formula = MonthCDRate ~ CMaturityRate_1Y + CMortgageRate_30Y +
    CMaturityRate_3Y + currency + moneyStock + tradeCurrencies +
    I(CMaturityRate_1Y * currency), data = treasury)
Residuals:
                  Median
    Min
              10
                                30
                                        Max
-1.21353 -0.11637 -0.02756 0.05733 2.02936
Coefficients:
                                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                               1.016e+00 2.786e-01 3.646 0.000279 ***
(Intercept)
CMaturityRate_1Y
                              -1.807e-02 2.709e-03 -6.671 4.12e-11 ***
CMortgageRate_30Y
                               1.602e-01 1.771e-02 9.042 < 2e-16 ***
CMaturityRate_3Y
                               3.318e-01 2.500e-02 13.275 < 2e-16 ***
currency
                              -6.019e-04 1.179e-04 -5.105 3.92e-07 ***
                               5.876e-01 1.365e-02 43.062 < 2e-16 ***
moneyStock
tradeCurrencies
                               5.938e-04 9.721e-05 6.109 1.42e-09 ***
I(CMaturityRate_1Y * currency) 5.538e-06 1.320e-06 4.197 2.94e-05 ***
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.2431 on 1041 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9949, Adjusted R-squared: 0.9948
F-statistic: 2.876e+04 on 7 and 1041 DF, p-value: < 2.2e-16
Call:
lm(formula = MonthCDRate ~ CMaturityRate_1Y + CMortgageRate_30Y +
```

CMaturityRate_3Y + currency + moneyStock + tradeCurrencies +

I(CMortgageRate_30Y * moneyStock), data = treasury)

```
Residuals:
    Min 1Q Median 3Q Max
-1.16646 -0.11213 -0.02969 0.06249 2.04527
```

Coefficients:

```
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)
                                 -1.247e-02 9.548e-02 -0.131 0.896083
CMaturityRate_1Y
                                 -6.654e-03 7.847e-04 -8.479 < 2e-16 ***
CMortgageRate_30Y
                                  1.410e-01 1.800e-02 7.835 1.15e-14 ***
CMaturityRate_3Y
                                  3.289e-01 2.518e-02 13.063 < 2e-16 ***
                                 -1.156e-04 3.027e-05 -3.819 0.000142 ***
currency
moneyStock
                                  5.843e-01 1.549e-02 37.731 < 2e-16 ***
                                  7.060e-04 9.261e-05 7.624 5.54e-14 ***
tradeCurrencies
I(CMortgageRate_30Y * moneyStock) 1.359e-03 6.238e-04 2.178 0.029627 *
               0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Signif. codes:
Residual standard error: 0.2446 on 1041 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9948, Adjusted R-squared: 0.9948
```

Este modelo se puede ver que mejorar algo el modelo anterior, aunque lo importante es que gracias al modelo podemos saber que entre la variable *CMaturityRate_1Y* y *currency* están relacionados. Con el segundo modelo se puede ver que también existe relación entre *CMortgageRate_30Y* y *moneyStock*.

Se ha probado con esta interación porque en la tabla de correlaciones que hay en el apartado de análisis exploratorio, también se han probado otras interaciones que tienen un correlación mayor, pero no han dado buenos resultados. Ahora se mostrará algún ejemplo de interacion que no funciona.

Lo siguiente será probar no linealidad con las variables.

summary(fit.multiple10)

F-statistic: 2.84e+04 on 7 and 1041 DF, p-value: < 2.2e-16

```
Call:
```

lm(formula = MonthCDRate ~ CMaturityRate_1Y + CMortgageRate_30Y + CMaturityRate_3Y + currency + moneyStock + tradeCurrencies + I(CMaturityRate_1Y * tradeCurrencies), data = treasury)

Residuals:

Min 10 Median 30 Max -1.19680 -0.11993 -0.02838 0.05925 2.02634

Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|) 1.280e-01 3.007e-01 0.426 0.67051 (Intercept) -9.407e-03 3.019e-03 -3.116 0.00188 CMaturityRate_1Y CMortgageRate_30Y 1.544e-01 1.900e-02 8.129 1.22e-15 CMaturityRate_3Y 3.259e-01 2.622e-02 12.429 < 2e-16currency -1.146e-04 3.214e-05 -3.566 0.00038 moneyStock 6.013e-01 1.335e-02 45.048 < 2e-16 tradeCurrencies 4.418e-04 3.978e-04 1.111 0.26697 I(CMaturityRate_1Y * tradeCurrencies) 2.878e-06 3.719e-06 0.774 0.43924

(Intercept)

CMaturityRate_1Y CMortgageRate_30Y CMaturityRate_3Y currency *** moneyStock *** tradeCurrencies

I(CMaturityRate_1Y * tradeCurrencies)

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.245 on 1041 degrees of freedom Multiple R-squared: 0.9948, Adjusted R-squared: 0.9947 F-statistic: 2.829e+04 on 7 and 1041 DF, p-value: < 2.2e-16

Call:

lm(formula = MonthCDRate ~ CMaturityRate_1Y + CMortgageRate_30Y + CMaturityRate_3Y + currency + moneyStock + tradeCurrencies + I(moneyStock * tradeCurrencies), data = treasury)

Residuals:

3Q Min 1Q Median Max -1.19103 -0.12030 -0.02751 0.06255 2.03323

Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|) (Intercept) -1.128e-01 9.609e-02 -1.174 0.241 CMaturityRate_1Y -7.094e-03 7.609e-04 -9.323 < 2e-16 *** CMortgageRate 30Y 1.491e-01 1.766e-02 8.444 < 2e-16 *** CMaturityRate_3Y 3.324e-01 2.527e-02 13.154 < 2e-16 *** currency -1.257e-04 3.057e-05 -4.113 4.21e-05 *** 6.026e-01 1.353e-02 44.527 < 2e-16 *** moneyStock tradeCurrencies 7.704e-04 1.102e-04 6.992 4.85e-12 *** I(moneyStock * tradeCurrencies) -3.685e-06 7.845e-06 -0.470 0.639

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.2451 on 1041 degrees of freedom Multiple R-squared: 0.9948, Adjusted R-squared: 0.9947 F-statistic: 2.828e+04 on 7 and 1041 DF, p-value: < 2.2e-16

In [24]: # Creamos el modelo

Comprobamos los resultados
summary(fit.multiple11)

Call:

Residuals:

Min 1Q Median 3Q Max -1.18894 -0.12154 -0.02913 0.06259 2.03489

Coefficients:

Estimate Std. Error t value Pr(>|t|) (Intercept) -4.705e-01 4.356e-01 -1.080 0.280326 CMaturityRate 1Y 3.656e-04 8.556e-03 0.043 0.965929 CMortgageRate_30Y 1.485e-01 1.766e-02 8.408 < 2e-16 *** CMaturityRate 3Y 3.345e-01 2.541e-02 13.161 < 2e-16 *** currency -1.180e-04 3.071e-05 -3.842 0.000129 *** moneyStock 5.980e-01 1.392e-02 42.960 < 2e-16 *** tradeCurrencies 7.211e-04 9.422e-05 7.653 4.46e-14 *** I(CMaturityRate_1Y^2) -3.503e-05 3.976e-05 -0.881 0.378407

```
Residual standard error: 0.245 on 1041 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9948, Adjusted R-squared: 0.9947
F-statistic: 2.83e+04 on 7 and 1041 DF, p-value: < 2.2e-16
In [25]: # Creamos el modelo
         fit.multiple12 = lm(MonthCDRate~CMaturityRate_1Y+CMortgageRate_30Y+CMaturityRate_3Y+
                           currency+moneyStock+tradeCurrencies+
                           I(CMortgageRate_30Y**2), treasury)
         # Comprobamos los resultados
         summary(fit.multiple12)
Call:
lm(formula = MonthCDRate ~ CMaturityRate_1Y + CMortgageRate_30Y +
    CMaturityRate_3Y + currency + moneyStock + tradeCurrencies +
    I(CMortgageRate_30Y^2), data = treasury)
Residuals:
    Min
              10
                   Median
                                30
                                        Max
-1.17052 -0.11148 -0.02993 0.06271 2.04476
Coefficients:
                        Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)
                       6.781e-03 9.853e-02 0.069 0.9451
                      -6.703e-03 7.766e-04 -8.632 < 2e-16 ***
CMaturityRate_1Y
CMortgageRate_30Y
                       1.223e-01 2.122e-02 5.763 1.09e-08 ***
                       3.283e-01 2.519e-02 13.036 < 2e-16 ***
CMaturityRate_3Y
currency
                      -1.187e-04 3.012e-05 -3.942 8.62e-05 ***
                       5.997e-01 1.334e-02 44.962 < 2e-16 ***
moneyStock
tradeCurrencies
                       7.150e-04 9.191e-05 7.779 1.75e-14 ***
I(CMortgageRate_30Y^2) 1.593e-03 7.056e-04 2.258 0.0242 *
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.2445 on 1041 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9948, Adjusted R-squared: 0.9948
F-statistic: 2.841e+04 on 7 and 1041 DF, p-value: < 2.2e-16
In [26]: # Creamos el modelo
         fit.multiple13 = lm(MonthCDRate~CMaturityRate_1Y+CMortgageRate_30Y+CMaturityRate_3Y+
                           currency+moneyStock+tradeCurrencies+
```

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

```
summary(fit.multiple13)
Call:
lm(formula = MonthCDRate ~ CMaturityRate_1Y + CMortgageRate_30Y +
    CMaturityRate_3Y + currency + moneyStock + tradeCurrencies +
    I(CMaturityRate_3Y^2), data = treasury)
Residuals:
              1Q Median
    Min
                                3Q
                                        Max
-1.16154 -0.11232 -0.02877 0.06566 2.05330
Coefficients:
                       Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)
                      1.572e-02 9.448e-02 0.166 0.86789
                     -6.361e-03 7.914e-04 -8.038 2.46e-15 ***
CMaturityRate_1Y
CMortgageRate_30Y
                      1.576e-01 1.780e-02 8.856 < 2e-16 ***
CMaturityRate_3Y
                      2.831e-01 2.957e-02 9.572 < 2e-16 ***
                     -1.073e-04 3.043e-05 -3.526 0.00044 ***
currency
moneyStock
                      5.971e-01 1.336e-02 44.689 < 2e-16 ***
tradeCurrencies
                      6.791e-04 9.316e-05 7.289 6.16e-13 ***
I(CMaturityRate 3Y^2) 2.356e-03 7.601e-04 3.099 0.00199 **
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.244 on 1041 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9948, Adjusted R-squared: 0.9948
F-statistic: 2.854e+04 on 7 and 1041 DF, p-value: < 2.2e-16
In [27]: # Creamos el modelo
        fit.multiple14 = lm(MonthCDRate~CMaturityRate 1Y+CMortgageRate_30Y+CMaturityRate 3Y+
                           currency+moneyStock+tradeCurrencies+
                           I(currency**2), treasury)
         # Comprobamos los resultados
        summary(fit.multiple14)
Call:
lm(formula = MonthCDRate ~ CMaturityRate_1Y + CMortgageRate_30Y +
    CMaturityRate_3Y + currency + moneyStock + tradeCurrencies +
    I(currency^2), data = treasury)
```

I(CMaturityRate_3Y**2), treasury)

Comprobamos los resultados

```
Residuals:
    Min
              1Q
                   Median
                                3Q
                                        Max
-1.20240 -0.11954 -0.02810 0.06546 2.03638
Coefficients:
                   Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)
                  6.264e-02 1.759e-01
                                         0.356 0.7219
CMaturityRate_1Y -7.556e-03 8.521e-04 -8.868 < 2e-16 ***
CMortgageRate 30Y 1.483e-01 1.767e-02
                                         8.393 < 2e-16 ***
CMaturityRate_3Y
                  3.330e-01
                             2.524e-02 13.197 < 2e-16 ***
                 -2.015e-04 8.156e-05 -2.470 0.0137 *
currency
moneyStock
                  5.987e-01 1.363e-02 43.925 < 2e-16 ***
                  7.588e-04 9.288e-05 8.170 8.87e-16 ***
tradeCurrencies
I(currency^2)
                  1.124e-08 1.090e-08 1.031
                                                0.3026
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 0.245 on 1041 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9948, Adjusted R-squared: 0.9947
F-statistic: 2.83e+04 on 7 and 1041 DF, p-value: < 2.2e-16
In [28]: # Creamos el modelo
        fit.multiple15 = lm(MonthCDRate~CMaturityRate 1Y+CMortgageRate 30Y+CMaturityRate 3Y+
                           currency+moneyStock+tradeCurrencies+
                           I(moneyStock**2), treasury)
        # Comprobamos los resultados
        summary(fit.multiple15)
Call:
lm(formula = MonthCDRate ~ CMaturityRate_1Y + CMortgageRate_30Y +
   CMaturityRate_3Y + currency + moneyStock + tradeCurrencies +
    I(moneyStock^2), data = treasury)
Residuals:
    Min
              10
                   Median
                                30
                                        Max
-1.16909 -0.11496 -0.02943 0.06247 2.04367
Coefficients:
                   Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)
                 -3.843e-02 9.246e-02 -0.416 0.677774
CMaturityRate_1Y -6.692e-03 7.878e-04 -8.494 < 2e-16 ***
CMortgageRate_30Y 1.552e-01 1.792e-02
                                       8.661 < 2e-16 ***
```

3.310e-01 2.516e-02 13.155 < 2e-16 ***

-1.140e-04 3.046e-05 -3.743 0.000192 ***

CMaturityRate_3Y

currency

```
moneyStock 5.751e-01 1.909e-02 30.123 < 2e-16 ***
tradeCurrencies 7.032e-04 9.334e-05 7.534 1.07e-13 ***
I(moneyStock^2) 9.766e-04 5.060e-04 1.930 0.053855 .

---
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.2447 on 1041 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9948,Adjusted R-squared: 0.9948
F-statistic: 2.838e+04 on 7 and 1041 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Para los ajustes de no linealidad podemos ver que la gran mayoría de las variables no aportan nada al modelo, solamente la variable *CMortgageRate_30Y* realmente aporta algo, aunque también podemos ver que para todos los modelos que realizan interaciones entre variables y no linealidad hacen que la variable *MonthCDRate* pierda importancia. Por ello, nos quedaremos con los modelos más simples que tengamos con buenos resultados; estos modelos serán *fit.multiple2* y *fit.multiple3*.

Probaremos estos modelos con validación cruzada, y nos quedaremos con el que mejores resultados nos ofrezca para después compararlo con otros modelos.

```
In [29]: nombre <- "treasury//treasury"</pre>
         run_lm_fold <- function(i, x, tt = "test") {</pre>
              file <- paste(x, "-5-", i, "tra.dat", sep="")
              x_tra <- read.csv(file, comment.char="0", header=FALSE)</pre>
              file <- paste(x, "-5-", i, "tst.dat", sep="")
              x_tst <- read.csv(file, comment.char="0", header=FALSE)</pre>
              In <- length(names(x_tra)) - 1</pre>
              names(x_tra)[1:In] <- paste ("X", 1:In, sep="")
              names(x tra)[In+1] <- "Y"</pre>
              names(x_tst)[1:In] \leftarrow paste("X", 1:In, sep="")
              names(x_tst)[In+1] \leftarrow "Y"
              if (tt == "train") {
                  test <- x_tra
              }
              else {
                  test <- x_tst
              fitMulti=lm(Y~X1+X2+X5+X7+X8+X9+X11+X12+X13+X14+X15,x_tra)
              yprime=predict(fitMulti,test)
              sum(abs(test$Y-yprime)^2)/length(yprime) ##MSE
         }
         lmMSEtrain.multiple1<-mean(sapply(1:5,run_lm_fold,nombre,"train"))</pre>
         lmMSEtest.multiple1<-mean(sapply(1:5,run_lm_fold,nombre,"test"))</pre>
         cat("train: ",lmMSEtrain.multiple1, "\n")
         cat("test: ",lmMSEtest.multiple1, "\n")
train: 0.05551181
```

test: 0.05881755

```
In [30]: nombre <- "treasury//treasury"</pre>
         run_lm_fold <- function(i, x, tt = "test") {</pre>
              file <- paste(x, "-5-", i, "tra.dat", sep="")
              x_tra <- read.csv(file, comment.char="0", header=FALSE)</pre>
              file <- paste(x, "-5-", i, "tst.dat", sep="")
              x_tst <- read.csv(file, comment.char="0", header=FALSE)</pre>
              In <- length(names(x tra)) - 1</pre>
              names(x_tra)[1:In] <- paste ("X", 1:In, sep="")
              names(x_tra)[In+1] \leftarrow "Y"
              names(x_tst)[1:In] \leftarrow paste("X", 1:In, sep="")
              names(x_tst)[In+1] \leftarrow "Y"
              if (tt == "train") {
                  test <- x_tra
              }
              else {
                  test <- x_tst
              fitMulti=lm(Y~X1+X2+X5+X8+X11+X15,x_tra)
              yprime=predict(fitMulti,test)
              sum(abs(test$Y-yprime)^2)/length(yprime) ##MSE
         }
         lmMSEtrain.multiple2<-mean(sapply(1:5,run lm fold,nombre,"train"))</pre>
         lmMSEtest.multiple2<-mean(sapply(1:5,run_lm_fold,nombre,"test"))</pre>
         cat("train: ",lmMSEtrain.multiple2, "\n")
         cat("test: ",lmMSEtest.multiple2, "\n")
train: 0.05938035
test: 0.06181592
```

Como se puede ver, el modelo *fit.multiple*2 (lmMSE_.multiple1) **obtiene mejores resulta-dos que el modelo** *fit.multiple*3 (lmMSE_.multiple2); por ello, nos quedaremos con el modelo *fit.multiple*2 para comparar.

Lo siguiente que vamos a hacer es, con las variables de nuestro mejor modelo, crearemos modelos con el algoritmo KNN.

0.3.3 Modelos con el algoritmo KNN

En este apartado se van a probar diferentes modelos con el algoritmo KNN, después se elegirá el mejor y se realizará validación cruzada con este. Los modelos que se probarán será uno con todas las variables, uno con las variables elegidas del mejor modelo lineal múltiple; tras esto se probarán diferentes tamaños de k para ver si mejoran los resultados.

```
In [32]: # Creamos un modelo y calculamos su RMSE
        fitknn1 = kknn(MonthCDRate~., treasury, treasury)
        yprime = fitknn1$fitted.values
        print(sqrt(sum((treasury$MonthCDRate-yprime)^2)/length(yprime))) #RMSE
[1] 0.1144729
In [33]: # Creamos un modelo y calculamos su RMSE
        fitknn2 = kknn(MonthCDRate~CMaturityRate_1Y+CMortgageRate_30Y+CMaturityRate_3Y+
                            bankCredit+currency+demandDeposits+moneyStock+
                            checkableDeposits+loansLeases+savingsDeposits+
                            tradeCurrencies, treasury, treasury)
         yprime = fitknn2$fitted.values
        print(sqrt(sum((treasury$MonthCDRate-yprime)^2)/length(yprime))) #RMSE
[1] 0.118278
In [34]: # Creamos un modelo y calculamos su RMSE
         fitknn3 = kknn(MonthCDRate~CMaturityRate_1Y+CMortgageRate_30Y+CMaturityRate_3Y+
                            bankCredit+currency+demandDeposits+moneyStock+
                            checkableDeposits+loansLeases+savingsDeposits+
                            tradeCurrencies, treasury, treasury, k=5)
        yprime = fitknn3$fitted.values
        print(sqrt(sum((treasury$MonthCDRate-yprime)^2)/length(yprime))) #RMSE
[1] 0.09717242
In [35]: # Creamos un modelo y calculamos su RMSE
        fitknn4 = kknn(MonthCDRate~., treasury, k=5)
        yprime = fitknn4$fitted.values
        print(sqrt(sum((treasury$MonthCDRate-yprime)^2)/length(yprime))) #RMSE
[1] 0.09282986
In [36]: # Creamos un modelo y calculamos su RMSE
        fitknn5 = kknn(MonthCDRate~CMaturityRate_1Y+CMortgageRate_30Y+CMaturityRate_3Y+
                            bankCredit+currency+demandDeposits+moneyStock+
                            checkableDeposits+loansLeases+savingsDeposits+
                            tradeCurrencies, treasury, treasury, k=7)
         yprime = fitknn5$fitted.values
        print(sqrt(sum((treasury$MonthCDRate-yprime)^2)/length(yprime))) #RMSE
[1] 0.118278
```

```
In [37]: # Creamos un modelo y calculamos su RMSE
        fitknn6 = kknn(MonthCDRate~., treasury, k=7)
        yprime = fitknn6$fitted.values
        print(sqrt(sum((treasury$MonthCDRate-yprime)^2)/length(yprime))) #RMSE
Γ1] 0.1144729
In [38]: # Creamos un modelo y calculamos su RMSE
        fitknn7 = kknn(MonthCDRate~CMaturityRate_1Y+CMortgageRate_30Y+CMaturityRate_3Y+
                            bankCredit+currency+demandDeposits+moneyStock+
                            checkableDeposits+loansLeases+savingsDeposits+
                            tradeCurrencies, treasury, treasury, k=9)
        yprime = fitknn7$fitted.values
        print(sqrt(sum((treasury$MonthCDRate-yprime)^2)/length(yprime))) #RMSE
[1] 0.1359792
In [39]: # Creamos un modelo y calculamos su RMSE
        fitknn8 = kknn(MonthCDRate~., treasury, treasury, k=9)
        yprime = fitknn8$fitted.values
        print(sqrt(sum((treasury$MonthCDRate-yprime)^2)/length(yprime))) #RMSE
[1] 0.1324192
```

Como se puede ver en los resultados anteriores, ambos modelos (con todas las variables, o solo con las variables seleccionadas del mejor modelo de regresión lineal múltiple) obtienen resultados muy parecidos. Además, con las pruebas hechas con diferentes tamaños de k, podemos ver que los modelos que mejores puntuaciones obtienen son aquellos con el valor de k igual a 5. Por ello, realizaremos validación cruzada a los dos modelos de que tiene k igual a 5 y veremos que resultados obtienen. Si el resultado no cambiara demasiado, nos quedaríamos con el modelo más simple.

```
test <- x_tst
             fitMulti=kknn(Y~.,x_tra,test,k=5)
             # Transformamos los datos a su forma normal ya que la predicción está hecha sobre
             yprime=fitMulti$fitted.values
             sum(abs(test$Y-yprime)^2)/length(yprime) ##MSE
         }
         knnMSEtrain.all<-mean(sapply(1:5,run_knn_fold,nombre,"train"))
         knnMSEtest.all<-mean(sapply(1:5,run_knn_fold,nombre,"test"))
         print(knnMSEtrain.all)
         print(knnMSEtest.all)
[1] 0.0106916
[1] 0.04609969
In [41]: nombre <- "treasury//treasury"</pre>
         run_knn_fold <- function(i, x, tt = "test") {</pre>
             file <- paste(x, "-5-", i, "tra.dat", sep="")
             x_tra <- read.csv(file, comment.char="0", header=FALSE)</pre>
             file <- paste(x, "-5-", i, "tst.dat", sep="")
             x_tst <- read.csv(file, comment.char="0", header=FALSE)</pre>
             In <- length(names(x_tra)) - 1</pre>
             names(x_tra)[1:In] <- paste ("X", 1:In, sep="")
             names(x_tra)[In+1] \leftarrow "Y"
             names(x_tst)[1:In] \leftarrow paste("X", 1:In, sep="")
             names(x_tst)[In+1] \leftarrow "Y"
             if (tt == "train") {
                 test <- x_tra
             }
             else {
                 test <- x_tst
             # Transformamos los datos a su forma normal ya que la predicción está hecha sobre
             yprime=fitMulti$fitted.values
             sum(abs(test$Y-yprime)^2)/length(yprime) ##MSE
         }
         knnMSEtrain.simple<-mean(sapply(1:5,run_knn_fold,nombre,"train"))</pre>
         knnMSEtest.simple<-mean(sapply(1:5,run_knn_fold,nombre,"test"))
         print(knnMSEtrain.simple)
         print(knnMSEtest.simple)
[1] 0.01136343
[1] 0.04357275
```

else {

Tras los resultados obtenidos en la validación cruzada, nos quedaremos con el modelo más simple ya que obtiene mejores resultados en test que el modelo que utiliza todas las variables.

Además, podemos apreciar que ambos modelo tienen sobreaprendizaje debido a la diferencia entre train y test.

0.4 Comparación de modelos

V: 0

knnMSEtest.simple | 0.4498699

En este apartado compararemos los algoritmos de regresión múltiple obtenidos en el apartado anterior y descubriremos cual de los dos es mejor. Para ello, utilizaremos el test de Wilcoxon.

```
In [42]: # Primero quardamos los resultados del la validación cruzada en un tabla.
         tablatst = cbind(lmMSEtest.multiple1,lmMSEtest.multiple2)
         # Normalizamos los datos ya que es regresión.
         difs <- (tablatst[,1] - tablatst[,2]) / tablatst[,1]</pre>
         wilc_1_2 \leftarrow cbind(ifelse (difs<0, abs(difs)+0.1, 0+0.1), ifelse (difs>0, abs(difs)+0.1)
         colnames(wilc_1_2) <- c(colnames(tablatst)[1], colnames(tablatst)[2])</pre>
         wilc 1 2
                         lmMSEtest.multiple1 lmMSEtest.multiple2
    lmMSEtest.multiple1 | 0.1509776
In [43]: # Realizamos el test de wilcoxon y analizamos los resultados.
         LMvstst <- wilcox.test(wilc_1_2[,1], wilc_1_2[,2], alternative = "two.sided", paired=
         Rmas <- LMvstst$statistic</pre>
         pvalue <- LMvstst$p.value</pre>
         LMvstst <- wilcox.test(wilc_1_2[,2], wilc_1_2[,1], alternative = "two.sided", paired=
         Rmenos <- LMvstst$statistic</pre>
         Rmas
         Rmenos
         pvalue
   V: 1
```

Como podemos ver, no hay diferencias significativas entre los dos modelos, por ello, no podemos decir que uno de los modelos sea mejor que el otro. Por ello, compararemos también el modelo de regresión múltiple que hemos elegido antes y lo compararemos con el modelo obtenido por el algoritmo de knn y veremos si hay diferencias significativas.

0.1

```
In [45]: # Realizamos el test de wilcoxon y analizamos los resultados.
    LMvsKNNtst <- wilcox.test(wilc_1_2[,1], wilc_1_2[,2], alternative = "two.sided", pair
    Rmas <- LMvsKNNtst$statistic
    pvalue <- LMvsKNNtst$p.value
    LMvsKNNtst <- wilcox.test(wilc_1_2[,2], wilc_1_2[,1], alternative = "two.sided", pair
    Rmenos <- LMvsKNNtst$statistic
    Rmas
    Rmenos
    pvalue</pre>
V: 1
V: 0
1
```

En este caso el test de wilcoxon no hay diferencias significativas ya que el p-valor es muy alto, por ello no podemos decir que haya diferencias entre el algoritmo de knn y regresión lineal múltiple.