

10

chaque fonction

10 20 30 40 50

Graphiques des fonctions couramment utilisées dans l'analyse des algorithmes, montrant le nombre d'opérations N par rapport à la taille d'entrée n pour

60

70

kapan

90 100

6 Remarques

7 Références

8 Liens externes

Modèles de coût [modifier]

Deux modèles de coût sont généralement utilisésÿ:[2][3][4][5][6]

comme ceux utilisés en cryptographie.

Analyse d' exécution [modifier]

n (taille de la liste)

16

63

250

1 000

16

63

250

1 000

1 000 000

4 000 000

16 000 000

63 072 × 1012

Ordres de croissance]

Article principal: notation Big O

Ordres empiriques de croissance]

32

125

500

n (taille de la liste)

1 000 000 500 000

4 000 000 2 000 000

16 000 000 8 000 000

empiriquement, que le premier.

Évaluation de la complexité d'exécution [modifier]

simplificatrices. Considérez le pseudo-code suivantÿ:

for j = 1 to i print i * j

 $T_1+T_2+T_3+T_7.$

qui peut être factorisé[10] comme

qui peut être factorisé comme

print "Done!"

obtenir un entier positif n de l'entrée si n > 10 imprimer "Cela

également exécutée. Ainsi, la durée totale d'exécution des étapes 1 à 3 et de l'étape 7 estÿ:

du temps T6, et le test de la boucle interne (étape 5) consomme du temps 2T5.

 $T_6 + 2T_6 + 3T_6 + \cdots + (n-1)T_6 + nT_6$

 $= \left| \frac{1}{2}(n^2+n) \right| T_5 + (n+1)T_5 - T_5$

Par conséquent, le temps d'exécution total de cet algorithme estÿ:

Soit k une constante supérieure ou égale à [T1..T7]

Analyse du taux de croissance des autres ressources [modifier]

tant que le fichier est toujours ouvert : soit

réservée

Pertinence [modifier]

Facteurs constants _]

Voir aussi [modifier]

Analyse amortie

Notation grand O

Analyse d'algorithmes parallèles

Meilleur, pire et cas moyen

Complexité de calcul asymptotique

Théorie de la complexité computationnelle

Théorème maître (analyse d'algorithmes)

pour des données suffisamment petites.

par exemple, on peut avoir $K > k \log \log n$ tant que

n = taille du fichier **pour** chaque 100

 $=T_5\left[\frac{1}{2}(n^2+n)\right]+nT_5$

 $= \left[\frac{1}{2}(n^2+3n)\right]T_8$

qui se réduit à

consomme 2T6 temps, et le test de la boucle interne (étape 5) consomme 3T5 temps.

 $T_6[1+2+3+\cdots+(n-1)+n]=T_6\left[\frac{1}{2}(n^2+n)\right]$

 $T_{5}[1+2+3+\cdots+(n-1)+n+(n+1)]-T_{5}$

Le temps total requis pour exécuter le test de boucle externe peut être évalué de la même manièreÿ:

 $2T_5 + 3T_5 + 4T_5 + \cdots + (n-1)T_5 + nT_5 + (n+1)T_5$

 $= T_5 + 2T_5 + 3T_5 + 4T_5 + \dots + (n-1)T_5 + nT_5 + (n+1)T_5 - T_6$

 $f(n) = T_1 + T_2 + T_3 + T_7 + (n+1)T_4 + \left| \frac{1}{2}(n^2 + n) \right| T_6 + \left| \frac{1}{2}(n^2 + 3n) \right| T_6$

 $f(n) = \left[\frac{1}{2}(n^2+n)\right]T_5 + \left[\frac{1}{2}(n^2+3n)\right]T_5 + (n+1)T_4 + T_1 + T_2 + T_3 + T_7$

 $\left|\frac{1}{2}(n^2+n)\right|T_6+\left|\frac{1}{2}(n^2+3n)\right|T_6+(n+1)T_4+T_1+T_2+T_3+T_7$

 $\leq (n^2+n)T_6+(n^2+3n)T_6+(n+1)T_4+T_1+T_2+T_3+T_7 \text{ (for } n\geq 0)$

 $=2kn^{2}+5kn+5k \le 2kn^{2}+5kn^{2}+5kn^{2}$ (for $n \ge 1$) $= 12kn^{2}$

 $4 + \sum_{i=1}^{n} i \le 4 + \sum_{i=1}^{n} n = 4 + n^2 \le 5n^2 \text{ (for } n \ge 1) = O(n^2).$

000 kilo -octets d'augmentation de la taille du fichier double de la quantité de mémoire

croissance extrêmement rapide et très probablement ingérable pour la consommation de ressources mémoire.

cet exemple, n2 est le terme d'ordre le plus élevé, on peut donc conclure que f(n) = O(n2). Formellement, cela peut être prouvé comme suit :

En règle générale, on peut supposer que le terme d'ordre le plus élevé dans une fonction donnée domine son taux de croissance et définit ainsi son ordre d'exécution. Dans

 $T_6(n^2+n)+T_5(n^2+3n)+(n+1)T_4+T_1+T_2+T_3+T_7 \leq k(n^2+n)+k(n^2+3n)+kn+5k$

 $\left|\frac{1}{2}(n^2+n)\right|T_6+\left|\frac{1}{2}(n^2+3n)\right|T_5+(n+1)T_4+T_1+T_2+T_3+T_7\leq cn^2, n\geq n_0 \text{ for } c=12k, n_0=1$

Une approche plus élégante pour analyser cet algorithme serait de déclarer que [T1..T7] sont tous égaux à une unité de temps, dans un système d'unités choisi de sorte

La méthodologie d'analyse d'exécution peut également être utilisée pour prédire d'autres taux de croissance, tels que la consommation d'espace mémoire. A titre d'exemple,

Dans ce cas, à mesure que la taille du fichier n augmente, la mémoire sera consommée à un taux de croissance exponentiel, qui est d'ordre O(2n). Il s'agit d'un taux de

L'analyse d'algorithme est importante dans la pratique car l'utilisation accidentelle ou involontaire d'un algorithme inefficace peut avoir un impact significatif sur les performances

du système. Dans les applications sensibles au temps, un algorithme prenant trop de temps à s'exécuter peut rendre ses résultats obsolètes ou inutiles. Un algorithme inefficace

L'analyse des algorithmes se concentre généralement sur la performance asymptotique, en particulier au niveau élémentaire, mais dans les applications pratiques, les facteurs

constants sont importants et les données du monde réel sont en pratique toujours limitées en taille. La limite est généralement la taille de la mémoire adressable, donc sur les

croissance (temps ou espace) peut être remplacé par un facteur constant, et en ce sens tous les algorithmes pratiques sont O(1) pour une constante suffisamment grande, ou

données pratiques (265 536 bits); (binaire) log-log (log log n) est inférieur à 6 pour pratiquement toutes les données pratiques (264 bits); et le log binaire (log n) est inférieur à

64 pour pratiquement toutes les données pratiques (264 bits). Un algorithme à complexité non constante peut néanmoins être plus efficace qu'un algorithme à complexité

K/k > 6 et $n < 2^{2^n} = 2^{64}$

Pour les grandes données, les facteurs linéaires ou quadratiques ne peuvent pas être ignorés, mais pour les petites données, un algorithme asymptotiquement inefficace peut être

plus efficace. Ceci est particulièrement utilisé dans les algorithmes hybrides, comme Timsort, qui utilisent un algorithme asymptotiquement efficace (ici le tri par fusion, avec des

constante sur des données pratiques si la surcharge de l'algorithme à temps constant se traduit par un facteur constant plus grand,

machines 32 bits 232 = 4 Gio (plus grande si la mémoire segmentée est utilisée) et sur les machines 64 bits 264 = 16 EiB. Ainsi étant donné une taille limitée, un ordre de

Cette interprétation est principalement utile pour les fonctions qui croissent extrêmement lentement : le logarithme itéré (binaire) (log*) est inférieur à 5 pour toutes les

peut également finir par nécessiter une quantité non économique de puissance de calcul ou de stockage pour fonctionner, le rendant à nouveau pratiquement inutile.

considérons le pseudocode suivant qui gère et réaffecte l'utilisation de la mémoire par un programme en fonction de la taille d'un fichier géré par ce programmeÿ:

qu'une unité soit supérieure ou égale aux temps réels de ces étapes. Cela signifierait que le temps d'exécution de l'algorithme se décompose comme suitÿ:[11]

Prouve-le $\left[\frac{1}{2}(n^2+n)\right]T_6+\left[\frac{1}{2}(n^2+3n)\right]T_5+(n+1)T_4+T_1+T_2+T_3+T_7\leq cn^2,\ n\geq n_0$

peut prendre un certain temps..." pour i = 1 à n

15

65

250

1 000

1

6

7

en calcata à à certains points problématiques

Temps d'exécution de

s'est avéré erroné:

n (taille de la liste)

Lacunes des métriques empiriques [modifier]

Temps d'exécution de

Temps d'exécution de

32

125

500

8

32

125

500

500 000

2ÿ000ÿ000

8 000 000

ou 1 an

 $31536 \times 1012 \text{ ns}$

d'entrée augmente, le tri par insertion peut être dit d'ordre O(n2).

Les estimations d'efficacité temporelle dépendent de ce que nous définissons comme une étape. Pour que

💄 attribue un coût à chaque opération machine proportionnel au nombre de bits impliqués

être atteint que par les méthodes théoriques de l'analyse du temps d'exécution.

évaluer les performances comparatives d'un ensemble donné d'algorithmes. algorithmes.

l'analyse corresponde utilement au temps d'exécution réel, il faut garantir que le temps nécessaire pour effectuer une étape soit majoré par une constante. Il faut être

Par exemple, si les nombres impliqués dans un calcul peuvent être arbitrairement grands, le temps requis par une seule addition ne peut plus être supposé constant.

📍 le modèle de coût uniforme, également appelé mesure de coût uniforme (et variations similaires), attribue un coût constant à chaque opération de la machine,

quelle que soit la taille des nombres impliqués le modèle de coût logarithmique, également appelé mesure de coût logarithmique (et variations similaires),

Ce dernier est plus lourd à utiliser, il n'est donc utilisé que lorsque cela est nécessaire, par exemple dans l'analyse d' algorithmes arithmétiques à précision arbitraire,

Un point clé qui est souvent négligé est que les limites inférieures publiées pour les problèmes sont souvent données pour un modèle de calcul qui est plus restreint que

L'analyse du temps d'exécution est une classification théorique qui estime et anticipe l'augmentation du temps d'exécution (ou du temps d'exécution) d'un algorithme à mesure

que sa taille d'entrée (généralement notée n) augmente. L'efficacité d'exécution est un sujet de grand intérêt en informatique : un programme peut prendre des secondes, des

heures, voire des années pour terminer son exécution, selon l'algorithme qu'il implémente. Alors que les techniques de profilage logiciel peuvent être utilisées pour mesurer le

temps d'exécution d'un algorithme dans la pratique, elles ne peuvent pas fournir de données de synchronisation pour toutes les infinités d'entrées possibles; ce dernier ne peut

Etant donné que les algorithmes sont indépendants de la plate-forme (c'est-à-dire qu'un algorithme donné peut être implémenté dans un langage de programmation

Prenons comme exemple un programme qui recherche une entrée spécifique dans une liste triée de taille n. Supposons que ce programme soit implémenté sur

algorithme de recherche binaire. Les tests de référence sur les deux ordinateurs exécutant leurs programmes respectifs peuvent ressembler à ceciÿ:

Temps d'exécution de

Temps d'exécution de

l'ordinateur A (en nanosecondes) rdinateur B (en nanosecondes)

100 000

150 000

200 000

250 000

500 000

550 000

600 000

A en termes d'exécution car il exécute un algorithme avec un taux de croissance beaucoup plus lent.

exemple, le pire scénario pour le tri rapide est O (n2), mais le le temps d'exécution moyen est O(n log n).

1.04

1.01

1,00

1,00

1,00

1,00

Ordre local de croissance

(n^_)

locaux empiriques de comportement de croissance. Appliqué au tableau ci-dessusÿ:

l'ordinateur A (en nanosecondes)

1 375 000 ns,

ou 1,375 millisecondes

l'ordinateur A (en nanosecondes) rdinateur B (en nanosecondes)

100 000

150 000

200 000

250 000

si la taille de la liste d'entrée est augmentée à un nombre suffisant, cette conclusion est dramatique

arbitraire sur un ordinateur arbitraire exécutant un système d'exploitation arbitraire), il existe d'autres inconvénients importants à l'utilisation d'une approche empirique pour

l'ordinateur A, une machine à la pointe de la technologie, utilisant un algorithme de recherche linéaire, et sur l'ordinateur B, une machine beaucoup plus lente, utilisant un

Sur la base de ces mesures, il serait facile de conclure que l'ordinateur A exécute un algorithme dont l'efficacité est bien supérieure à celle de l'ordinateur B. Cependant,

L'ordinateur A, exécutant le programme de recherche linéaire, présente un taux de croissance linéaire. Le temps d'exécution du programme est directement proportionnel à

sa taille d'entrée. Doubler la taille d'entrée double le temps d'exécution, quadrupler la taille d'entrée quadruple le temps d'exécution, et ainsi de suite. D'autre part, l'ordinateur

B, exécutant le programme de recherche binaire, présente un taux de croissance logarithmique. Le fait de quadrupler la taille d'entrée n'augmente le temps d'exécution que

d'une quantité constante (dans cet exemple, 50 000 ns). Même si l'ordinateur A est apparemment une machine plus rapide, l'ordinateur B dépassera inévitablement l'ordinateur

De manière informelle, on peut dire qu'un algorithme présente un taux de croissance de l'ordre d'une fonction mathématique si au-delà d'une certaine taille d'entrée n, la fonction

fois une constante positive fournit une limite supérieure ou une limite pour le temps d'exécution de cet algorithme. Autrement dit, pour une donnée

taille d'entrée n supérieure à un certain n0 et une constante c, le temps d'exécution de cet algorithme ne sera jamais plus grand que ce qui est (x). Ce concept

La notation Big O est un moyen pratique d'exprimer le pire scénario pour un algorithme donné, bien qu'elle puisse également être utilisée pour exprimer le cas moyen - par

En supposant que le temps d'exécution suit la règle de puissance, t ÿ k na, le coefficient a peut être trouvé [8] en prenant des mesures empiriques du temps d'exécution et

en d'autres termes, cela mesure la pente de la ligne empirique sur le tracé log-log du temps d'exécution en fonction de la taille du problème, à un certain point de taille. Si

l'ordre de croissance suit effectivement la règle de puissance (et donc la ligne sur le tracé log-log est bien une ligne droite), la valeur empirique de a restera constante à

différentes plages, et sinon, elle changera (et la ligne est une ligne courbe) - mais pourrait toujours servir à la comparaison de deux algorithmes donnés quant à leurs ordres

100 000

150 000

200 000

250 000

500 000

550 000

600 000

On voit clairement que le premier algorithme présente un ordre linéaire de croissance suivant bien la règle de puissance. Les valeurs empiriques du second diminuent

rapidement, ce qui suggère qu'il suit une autre règle de croissance et qu'il a en tout cas des ordres de croissance locaux beaucoup plus faibles (et s'améliore encore),

La complexité d'exécution pour le pire scénario d'un algorithme donné peut parfois être évaluée en examinant la structure de l'algorithme et en faisant des hypothèses

Un ordinateur donné prendra un temps discret pour exécuter chacune des instructions impliquées dans l'exécution de cet algorithme. La durée spécifique d'exécution d'une

[9] Supposons que les actions effectuées à l'étape 1 sont considérées comme consommant le temps T1, l'étape 2 utilise le temps T2, et ainsi de suite.

instruction donnée variera en fonction de l'instruction en cours d'exécution et de l'ordinateur qui l'exécute, mais sur un ordinateur conventionnel, cette durée sera déterministe.

Dans l'algorithme ci-dessus, les étapes 1, 2 et 7 ne seront exécutées qu'une seule fois. Pour une évaluation dans le pire des cas, il convient de supposer que l'étape 3 sera

Les boucles des étapes 4, 5 et 6 sont plus délicates à évaluer. Le test de boucle externe à l'étape 4 s'exécutera (n + 1) fois (notez qu'une étape supplémentaire est nécessaire

pour terminer la boucle for, donc n + 1 et non n exécutions), ce qui consommera le temps T4(n + 1). La boucle interne, en revanche, est régie par la valeur de j, qui itère de 1

à i. Lors du premier passage dans la boucle externe, j itère de 1 à 1ÿ: la boucle interne effectue une passe, donc l'exécution du corps de la boucle interne (étape 6) consomme

Lors du prochain passage dans la boucle externe, j itère de 1 à 2ÿ: la boucle interne effectue deux passages, donc l'exécution du corps de la boucle interne (étape 6)

Au total, le temps total nécessaire pour exécuter le corps de la boucle interne peut être exprimé sous la forme d'une progression arithmétiqueÿ:

Temps d'exécution de

l'ordinateur B (en nanosecondes)

 $t_2/t_1 = (n_2/n_1)^a$ de sorte que $a = \log(t_2/t_1)/\log(n_2/n_1)$. Dans

Ordre local de croissance

(n^_)

0,28

0,21

0,16

0,10

0,07

0,06

fréquemment exprimé en utilisant la notation Big O. Par exemple, puisque le temps d'exécution du tri par insertion croît de manière quadratique à mesure que sa taille

l'ensemble des opérations que vous pourriez utiliser dans la pratique et donc il existe des algorithmes plus rapides que ce qui serait naïf cru possible.[7]

prudent ici; par exemple, certaines analyses comptent une addition de deux nombres comme une étape. Cette hypothèse peut ne pas être justifiée dans certains contextes.

Cormen, Thomas H.; Leiserson, Charles E.; Rivest, Ronald L. & Stein, Clifford (2001). Introduction aux algorithmes. Chapitre 1ÿ: Fondations (deuxième éd.). Cambridge, MAÿ: MIT Press et McGraw-Hill. p. 3-122. ISBN 0-262-03293-7. Sedgewick, Robert (1998). Algorithmes en C, parties 1 à 4ÿ: principes de base, structures de données Addison-Wesley Professional. ISBN 978-0-201-31452-6. Knuth, Donald. L'art de la programmation informatique. Addison-Wesley. Goldreich, Oded (2010). Complexité computationnelleÿ: une perspective conceptuelle. La presse de l'Universite de Cambridge. ISBN 978-0-521-88473-0.

Greene, Daniel A.; Knuth, Donald E. (1982). Mathématiques pour l'analyse des algorithmes (deuxième éd.). Birkhauser. ISBN 3-7643-3102-X.

Le texte est disponible sous la licence Creative Commons Attribution-ShareAlike; des conditions supplémentaires peuvent s'appliquer. En utilisant ce site, vous acceptez les conditions d'utilisation et la politique de confidentialité Wikipedia® est une marque déposée de la Wikimedia Foundation, Inc., une organisation à but non lucratif. Politique de confidentialité À propos de Wikipedia Avis de non-responsabilité Contacter Wikipedia Vue mobile Développeurs Statistiques Déclaration relative aux cookies

Liens externes [modifier]

Catégories : Analyse d'algorithmes Théorie de la complexité computationnelle

Médias liés à l' analyse des algorithmes sur Wikimedia Commons

 $1+2+3+\cdots+(n-1)+n=\frac{n(n+1)}{n}$ 11. ^ Cette approche, contrairement à l'approche ci-dessus, néglige la temps constant consommé par les tests de boucle qui terminent leurs boucles respectives, mais il est trivial de prouver qu'une telle omission n'affecte pas le résultat final

6. ^ Robert Endre Tarjan (1983). Structures de données et algorithmes de

à la Wayback Machine, sur le blog "Gödel's Lost Letter and P=NP" de RJ

Lipton, professeur d'informatique à Georgia Tech, racontant l'idée de

9. ^ Cependant, ce n'est pas le cas avec un ordinateur quantique 10. ^

8. ^ Comment éviter les abus et les pots-de-vin archivés 2017-03-08

réseau . SIAM. p. 3-7. ISBN 978-0-89871-187-5.

7. ^ Des exemples du prix de l'abstraction ?

cstheory.stackexchange.com

Robert Sedgewick

On peut prouver par induction que

L'informatique

Powered by WIKIMEDIA MediaWiki

[Afficher]

 $V \cdot T \cdot E$

Cette page a été modifiée pour la dernière fois le 10 novembre 2021, à 02:07 (UTC).

NP-Complet Analyse numérique Temps polynomial Optimisation du programme Profilage (programmation informatique) Évolutivité Analyse lissée Analyse de terminaison - le sous-problème consistant à vérifier si un programme se terminera du tout Complexité temporelle - comprend un tableau des ordres de croissance pour les algorithmes courants Complexité basée sur l'information Remarques [modifier] 1. ^ "Knuthÿ: Nouvelles récentes 28 août 2016. Archivé de l' original le 28

2. ^ Alfred V. Aho; John E. Hopcroft; Jeffrey D. Ullman (1974). La conception et

3. ^ Juraj Hromkovic (2004). Informatique théorique : introduction aux

communication et cryptographie . Springer. p. 177-178. ISBN

4. A Giorgio Ausiello (1999). Complexité et approximationÿ:

978-3-540-14015-3.

automates, calculabilité, complexité, algorithmique, randomisation,

l'analyse d'algorithmes informatiques . Pub Addison-Wesley. Co., section 1.3

Références [modifier] 321-90575-8.

problèmes d'optimisation combinatoire et leurs propriétés d'approximation . Springer. p. 3-8. ISBN 978-3-540-65431-5. 5. ^ Wegener, Ingo (2005), Théorie de la complexité : explorer les limites of efficient algorithms, Berlin, New York: Springer-Verlag, p. 20, ISBN 978-3-540-21045-0 Sedgewick, Robert; Flajolet, Philippe (2013). Une introduction à l'analyse des algorithmes (2e éd.). Addison-Wesley. ISBN 978-0-