

Contents

1	ZJNU - 2268 0/1 分数规划	1
1.1	题意	2
1.2	思路	3
1.3	代码	4

1 ZJNU - 2268 0/1 分数规划

1.1 题意



Figure 1.1: 图片测试

给 n 个对象的 w_i 值和 t_i 值，和重量下界 W ，取其中任意个对象，求：

$$Max(\frac{\sum t_k \times 1000}{\sum w_k})(\sum w_k > W, k \in \{1 \dots N\})$$

1.2 思路

0/1 分数规划 预备知识

1 把题目公式化以后，我们可以做以下变形：

$$V = Max(\frac{\sum t_k \times 1000}{\sum w_k})$$

$$V_{Max} = \frac{\sum t_k \times 1000}{\sum w_k}$$

$$V_{Max} \times \sum w_k = \sum t_k \times 1000$$

$$\sum t_k \times 1000 - V_{Max} \times \sum w_k = 0$$

本题的目标是求 V_{Max} 。假如有一个可能的答案 V_t ，

$$\sum t_k \times 1000 - V_t \times \sum w_k = \Delta x$$

先不提如何选出对象，假如最后 $\Delta x \geq 0$ 说明此解可行，或存在更优解；反之，此解不可行。我们可以通过二分的方法来实现这一过程。

对于选择的过程，可以通过背包来检验答案。设 $dp[i]$ 表示重量为 i 的对象组合，所具有的 Δx 的最大值。但这里我们只需要知道有没有一种可能，使得当前的解可行，所以计算最大值即可。

注意： Δx 可能有负值，所以初始化要是 $-\infty$ 。

$$dp[k] = Max(dp[j] + t[i] \times 1000 + V_t \times w[i], dp[k]), (j \in \{W \dots 0\})$$

注意到重量的数据范围有 1000000，但是在这个问题中，限制我们的只有 W （范围只到 1000）。

对于小于 W 的组合，我们需要通过动态规划递推出一些组合，直到它们的重量超过 W ；对于超过 W 的那些组合，都放在 $dp[W]$ 更新也可以，因为我们只是在找能不能用当前 V_t 得到非负的 Δx 。

综上，写一个二分，在 **check** 函数里背包一下就可以了。（一句话题解）

比如, $V_t \times w_i$ 的乘法可能会爆 int 之类的。

复杂度: $NW \log_2(K)$

1.3 代码

```
// 看看中文注释的情况
#include <iostream>
#include <algorithm>
using namespace std;
typedef long long ll;
const int MAXN = 257;
const ll INF = 0x3f3f3f3f;
int n,W;
int ans;
int w[MAXN],t[MAXN];
ll dp[1007];

bool check(ll v){
    dp[0]=0;
    for(int i=1;i<=W;i++)
        dp[i]=-INF;
    for(int i=1;i<=n;i++)
        for(int k,j=W;j>=0;j--){
            k=min(j+w[i],W),
            dp[k]=max(dp[j]+t[i]-v*w[i],dp[k]);
        }
    if(dp[W]>=0) return true;
    return false;
}

int main(){
    ios::sync_with_stdio(0);
    cout.tie(0);cin.tie(0);
    cin>>n>>W;
    for(int i=1;i<=n;i++){
        cin>>w[i]>>t[i];
        t[i]*=1000;
    }
}
```

```

    ll mid, l=0, r=250005;
    while(l<r){
        mid=(l+r+1)>>1;
        if(check(mid)){
            l=mid;
        }else{
            r=mid-1;
        }
    }
    cout<<l<<endl;
    return 0;
}

```

/ Author: bnfcc -> tc2000731 -> tieway59*

** Description:*

** 维护下凸包, 对于每个 x 维护 $f(x)=k*x+b$ 的最大值。*
** query max value within all $f(x)$ functions.*
** c++11 features included.*

** Problems:*

** <https://nanti.jisuanke.com/t/41306>*
** <https://nanti.jisuanke.com/t/41097>*

**/*

template<typename var=long long, const int SIZE = 1000005, **typename**

↪ ldb=long double>

struct Hull {

struct fx {

 var k, b;

 fx() {}

 fx(var k, var b) : k(k), b(b) {}

 var f(var x) { **return** k * x + b; }

 };

int cnt;

 fx arr[SIZE];

```
bool empty() {
    return cnt == 0;
}

void init() {
    cnt = 0;
}

void add(const fx &p) {
    arr[cnt++] = p;
}

void pop() {
    cnt--;
}

bool chek(const fx &a, const fx &b, const fx &c) {
    ldb ab, ak, bb, bk, cb, ck;
    tie(ab, ak, bb, bk, cb, ck) =
        tie(a.b, a.k, b.b, b.k, c.b, c.k);
    return (ab - bb) / (bk - ak) > (ab - cb) / (ck - ak);
}

void insert(const fx &p) {///k 从小到大插入
    if (cnt && arr[cnt - 1].k == p.k) {
        if (p.b <= arr[cnt - 1].b) return;
        else pop();
    }
    while (cnt >= 2 && chek(arr[cnt - 2], arr[cnt - 1], p)) pop();
    add(p);
}

/*var query(var x) {///x 从大到小查询          从小到大用队列
    while (cnt > 1 && arr[cnt - 2].f(x) > arr[cnt - 1].f(x)) pop();
    return arr[cnt - 1].f(x);
}*/
```



```

var query(var x) {///二分查询, x 顺序任意
    int l = 0, r = cnt - 1;
    while (l < r) {
        int mid = (l + r) >> 1;
        if (arr[mid].f(x) >= arr[mid + 1].f(x)) r = mid;
        else l = mid + 1;
    }
    return arr[l].f(x);
}

};

// vector stack
template<typename var=long long, const int SIZE = 1000005, typename
    ↪ ldb=long double>
struct Hull {
    struct Line {
        var k, b;

        Line() {}

        Line(var k, var b) : k(k), b(b) {}

        var f(var x) { return k * x + b; }
    };

    int cnt;
    vector <Line> con;//

    bool empty() {
        return cnt == 0;
    }

    void init(const int &n) {
        con.clear();
        if (n > con.capacity()) con.reserve(n);
        cnt = 0;
    }
}

```

```

void add(const Line &p) {
    con.emplace_back(p);
    cnt++;
}

void pop() {
    cnt--;
    con.pop_back();
}

bool chek(const Line &a, const Line &b, const Line &c) {
    ldb ab, ak, bb, bk, cb, ck;
    tie(ab, ak, bb, bk, cb, ck) =
        tie(a.b, a.k, b.b, b.k, c.b, c.k);
    return (ab - bb) / (bk - ak) > (ab - cb) / (ck - ak);
}

void insert(const Line &p) {///k 从小到大插入
    if (cnt && con[cnt - 1].k == p.k) {
        if (p.b <= con[cnt - 1].b) return;
        else pop();
    }
    while (cnt >= 2 && chek(con[cnt - 2], con[cnt - 1], p)) pop();
    add(p);
}

var query(var x) {///二分查询, x 顺序任意
    int l = 0, r = cnt - 1;
    while (l < r) {
        int mid = (l + r) >> 1;
        if (con[mid].f(x) >= con[mid + 1].f(x)) r = mid;
        else l = mid + 1;
    }
    return con[l].f(x);
}
};

Hull<> hull;

```