谱延迟校正

作者:周铁军

2019年7月1日

$$q(s,r)=q(0,r)+\int_0^s[\nabla^2 q(\tau,r)-\omega(r)q(\tau,r)]d\tau \tag{1}$$

构造如下迭代格式：

$$q^{[1]}(s,r)=q(0,r)+\int_0^s[\nabla^2 q^{[0]}q(\tau,r)-w(r)q^{[0]}(\tau,r)]d\tau \tag{2}$$

对 s 所在区间 $[0,f]$ 作 n 次剖分，节点记为 $s_i, i=0,1,...,n$

易知，$q(s,r)=[q(s_0,r),q(s_1,r),...,q(s_n,r)]'$

取变量 $x\in s_0,s_1,...,s_n$

我们可以得到 $n+1$ 个式子

$$q^{[1]}(x,r)=q(0,r)+\int_0^x[\nabla^2 q^{[0]}q(\tau,r)-w(r)q^{[0]}(\tau,r)]d\tau \tag{3}$$

通过 $\tau=\frac{x}{2}+\frac{x}{2}t$,$\tau\in(0,x)$ 映射到 $t\in[-1,1]$

于是得到

$$q^{[1]}(x,r)=q(0,r)+\int_{-1}^1[\nabla^2 q^{[0]}q(\frac{x}{2}+\frac{x}{2}t,r)-w(r)q^{[0]}(\frac{x}{2}+\frac{x}{2}t,r)]\frac{x}{2}dt \tag{4}$$

现在 $t\in[-1,1]$,$s_j=-cos(\frac{j\pi}{n})$ 是 $[-1,1]$ 上的节点。

记：

$$f(t,r)=[\nabla^2 q^{[0]}q(\frac{x}{2}+\frac{x}{2}t,r)-w(r)q^{[0]}(\frac{x}{2}+\frac{x}{2}t,r)]\frac{x}{2}$$

现在要求 $f(t,r)$ 的插值多项式，我们对 r 所在区间 $[0,10]$ 作剖分，得 $r_0,r_1,...,r_n$ 这样我们可得到一组关于 t 的一元函数 $f(t,r_i), i=0,1,...,n$

作 $f(t,r_i)$ 的插值逼近

$$p_n(t)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{n-1}a_kT_k(t)+\frac{a_n}{2}T_n(t) \tag{5}$$

用 $t=-cos\theta,\theta\in[0,\pi]$ 带入得到

$$p_n(-cos\theta)=\frac{a_0}{2}+\sum_{k=1}^{n-1}a_k\cos k\theta+\frac{a_n}{2}\cos n\theta \tag{6}$$

该式是对

$$F(\theta,r_i)=[f(-cos\theta,r_i)=\nabla^2 q^{[0]}(\frac{x}{2}+\frac{x}{2}\cos\theta,r)-w(r)q^{[0]}(\frac{x}{2}+\frac{x}{2}\cos\theta,r)]\frac{x}{2} \tag{7}$$

的插值逼近

[1]

参考文献

[1] TKH Tam and Cecil G Armstrong. 2d finite element mesh generation by medial axis subdivision. *Advances in engineering software and workstations*, 13(5):313–324, 1991.