

# 学习报告

作者：周铁军

2019年7月16日

# 1 均匀 B-Spline 曲线

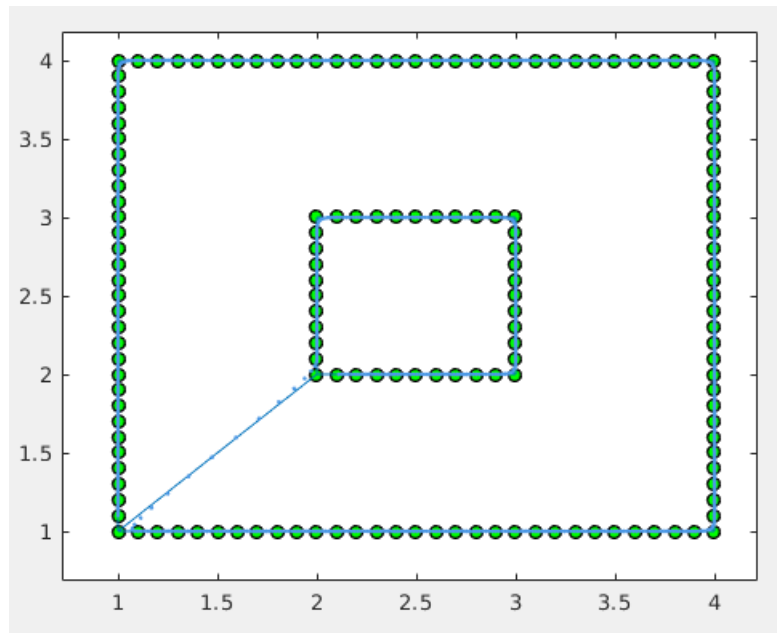


图 1

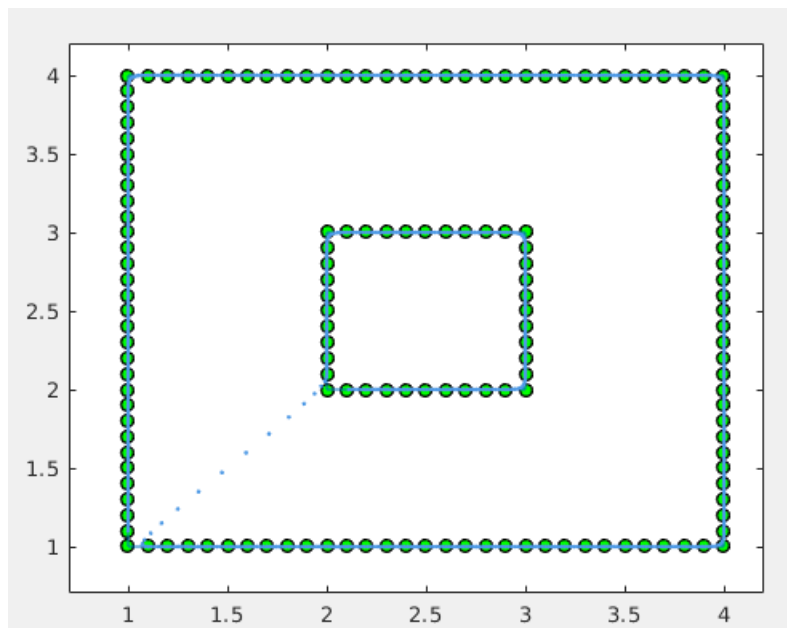


图 2

## 1.1 问题一

我们注意到图 1 和图 2 的区别在于,  $(1,1)$  与  $(2,2)$  之间多了一条连线。

经过多番考虑和实验分析, 应该只是我连接控制点时多画了而已。

首先, 三次均匀 B 样条曲线的矩阵形式表达如下:

$$\mathbf{p}(u) = \begin{pmatrix} \mathbf{d}_0 & \mathbf{d}_1 & \dots & \mathbf{d}_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_{0,3}(u) \\ N_{1,3}(u) \\ \vdots \\ N_{n,3}(u) \end{pmatrix}$$

只需要确定控制顶点  $d_i$ 、曲线的次数  $k$  以及基函数  $N_{i,k}(u)$ , 就完全确定了曲线。

所以, **B** 样条曲线是受控制点的影响, 关于图中控制点的连线, 只是为了可视化更清楚而已。

下面是不对控制点连线的图像:

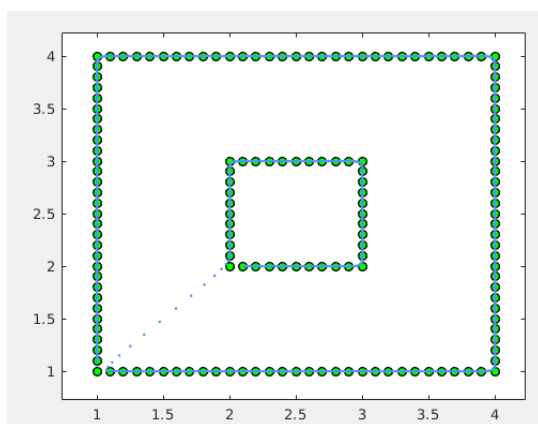


图 3: 不对控制点连线图

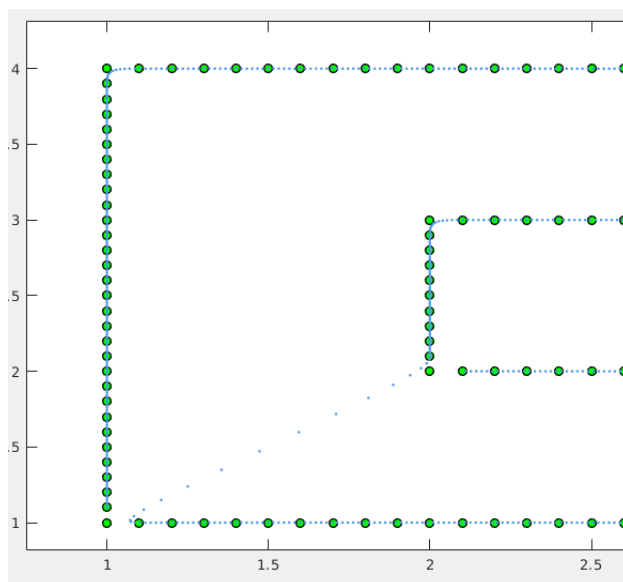


图 4: 不对控制点连线放大图

对于我这么问题,首先内外两个控制点围成的矩形区域(后面简称矩形区域),不妨暂且先看做两组控制点  $P = [d_1, d_2, \dots, d_p]$ 、 $Q = [d'_1, d'_2, \dots, d'_q]$ ,

因为我要求的 B 样条曲线应该是两组控制点共同约束得到的曲线,曲线表达式应该为:

$$p(u) = \begin{pmatrix} P & Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_{0,3}(u) \\ N_{1,3}(u) \\ \vdots \\ N_{n,3}(u) \end{pmatrix}$$

故我们计算时,应该是把控制点看成一组点。

相反,如果分成两组点计算,则我们得到的结果是两个矩形区域分别约束得到的 B-Spline 曲线,只不过同框罢了。

和单独计算两次矩形约束区域无异。

以上是我对于求均匀 **B-Spline** 曲线时遇到的问题的分析及依据,如果有考虑不充分的地方还请老师雅正。