

Travaux Pratiques

Compte Rendu Hebdomadaire TP2

Début travail en groupe

M1 - EDPMA

Groupe AlMati

Alice CASTAGNET

Marine REDONDO

Tiffanie CARLIER

Encadrant

M. LEGUÈBE

2 octobre 2018

1 Première partie : recherche de ressources, documentation

1. Une équation de transport est une équation de la forme :

$$\partial_t u(t, x) + c(t, x, u) \cdot \nabla_x u(t, x) = 0 \quad (1)$$

Elle décrit le comportement d'une quantité u dépendant du temps t et d'une autre variable x appartenant à Ω . x peut définir une position, une vitesse, un couple position/vitesse ... Les équations de transport font apparaître une notion de propagation à vitesse finie et sont donc qualifiées d'équations d'hyperboliques.

Il en existe deux formes :

- la forme conservative :

$$\begin{cases} u_t(t, x) + \operatorname{div}_x(c(t, x)u(t, x)) = 0 \\ u(t = 0, x) = u_0(x) \end{cases} \quad (2)$$

- la forme forte :

$$\begin{cases} u_t(t, x) + c(t, x) \nabla_x u(t, x) = d(t, x, u) \\ u(t = 0, x) = u_0(x) \end{cases} \quad (3)$$

Dans notre cas, nous utilisons la forme conservative de l'équation de transport car la divergence du vecteur vitesse c est nulle. L'intégrale de u est conservée au cours du temps.

Pour résoudre le problème, il est nécessaire d'imposer une condition initiale à $t = 0$:

$$u(t = 0, x) = u_0(x).$$

De plus, pour que le problème soit bien posé, il faut imposer des conditions aux limites ou plus précisément une condition au bord où le champ est rentrant.

2.

$$\partial_t u(t, x) + c \partial_x u(t, x) = f(t, x) \quad (4)$$

Dans le cas 1D avec un champ de vitesse constant, la solution exacte s'écrit ainsi : $u_0(x - ct)$.

2 Bibliographie

Lien du sujet : <https://github.com/upici/SaintVenant>

Livres BU :

- Résolution numérique des équations de Saint-Venant par la technique de projection en utilisant une méthode des volumes finis dans un maillage non structuré

Se renseigner sur :

- méthode des volumes finis