

DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE  
LABORATOIRE KASTLER BROSSEL

THÈSE DE DOCTORAT  
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE  
Spécialité : **PHYSIQUE QUANTIQUE**

# Atomes de Rydberg circulaires piégés

présentée par

**Tigrane Cantat-Moltrecht**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE**

Soutenue le décembre 2017 devant le jury composé de :

Dr. Michel BRUNE	Directeur de thèse
Dr. ??	Rapporteur
Pr. ??	Rapporteur
Dr. ??	Examinateur
Pr. ??	Examinateur
Pr. ??	Examinateur



*To ???*



# Table des matières

<b>Table des figures</b>	<b>v</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>vii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>I Atomes de Rydberg alcalins en interaction</b>	<b>3</b>
I.1 Les atomes de Rydberg alcalins : des hydrogénoides géants . . . . .	4
I.1.1 Hamiltonien de l'atome de Rydberg et défaut quantique . . . . .	5
I.1.2 Partie radiale de la fonction d'onde et calcul du dipôle de transition	6
I.1.3 Temps de vie des niveaux de Rydberg . . . . .	7
I.1.4 Le niveau de Rydberg 60S : $ \mathbf{n} = \mathbf{60}, \mathbf{l} = \mathbf{0}\rangle$ . . . . .	8
I.2 Les niveaux de Rydberg circulaires . . . . .	9
I.2.1 La base des états paraboliques . . . . .	10
I.2.2 Le niveau de Rydberg 50C : $ \mathbf{n} = \mathbf{50}, \mathbf{l} = \mathbf{49}, \mathbf{m_l} = \mathbf{49}\rangle$ . . . . .	12
I.3 Atomes de Rydberg en interaction . . . . .	15
I.3.1 Deux atomes de Rydberg qui se parlent . . . . .	15
I.3.2 Deux atomes dans le même niveau de Rydberg . . . . .	16
I.3.3 Deux atomes dans des niveaux de Rydberg différents . . . . .	17
I.3.4 Les interactions dipolaires du niveau 60S . . . . .	18
I.3.5 Les interactions dipolaires du niveau 50C . . . . .	21
<b>II Des atomes de Rydberg froids en environnement cryogénique</b>	<b>23</b>
II.1 Les atomes froids . . . . .	23
II.1.1 le cryostat et la puce . . . . .	23
II.1.2 séquence de piégeage et refroidissement . . . . .	23
II.1.3 imagerie atomique . . . . .	23
II.1.4 nuages typiques . . . . .	24
II.2 Excitation et détection d'atomes de Rydberg près d'une puce . . . . .	25
II.2.1 schéma d'excitation . . . . .	25
II.2.2 schéma de détection . . . . .	25
II.2.3 problème des champs électriques et flash de Rb . . . . .	25
II.2.4 compensation et contrôle des champs . . . . .	25
II.2.5 manipulation et observation des Rydbergs . . . . .	25

---

<b>III Interaction entre atomes de Rydberg sphériques et excitation de gaz dense</b>	<b>27</b>
III.1 Régimes d'excitation en nuage dense : blocage et facilitation . . . . .	27
III.1.1 Rappels sur l'interaction . . . . .	27
III.1.2 mouvement des atomes au sein d'un gaz dense de Rydberg . . . . .	27
III.1.3 Le blocage dipolaire et la facilitation . . . . .	27
III.2 Spectroscopie optique du nuage . . . . .	27
III.2.1 Description de la manip . . . . .	27
III.2.2 Données : élargissement de la raie laser par interactions . . . . .	27
III.3 Modèle de la dynamique d'excitation . . . . .	28
III.3.1 Simulations . . . . .	28
III.3.2 Les limites du modèle . . . . .	28
III.4 Spectroscopie microonde du nuage : voir le mouvement . . . . .	28
III.4.1 Description de la manip . . . . .	28
III.4.2 Données et accord avec les simulations . . . . .	28
<b>IV Les atomes de Rydberg circulaires en interaction : vers un simulateur quantique</b>	<b>29</b>
<b>V Des atomes de Rydberg circulaires sur puce</b>	<b>31</b>
V.1 Comment exciter des atomes de Rydberg circulaires . . . . .	31
V.1.1 Les niveaux atomiques du fondamental au Rydberg circulaire . . . . .	31
V.1.2 Spectroscopie 5s-50d . . . . .	31
V.1.3 Spectroscopie 50d-50f . . . . .	31
V.2 Comment caractériser les atomes de Rydberg circulaires . . . . .	31
V.2.1 Spectroscopie microonde vers les niveaux voisins . . . . .	31
V.2.2 Temps de vie . . . . .	31
V.2.3 Temps de cohérence . . . . .	31
V.3 Éjectable : Première évidence du piégeage des atomes circulaires . . . . .	32
V.3.1 Dispositif laser de piégeage . . . . .	32
V.3.2 Comment observer le piégeage des atomes circulaires . . . . .	32
<b>Conclusion</b>	<b>33</b>

# Table des figures

I.1	Fonction d'onde du niveau 60S . . . . .	7
I.2	Coefficients d'Einstein de 60S vers $nP_j, j \in 1/2, 3/2$ . . . . .	9
I.3	Échelle des niveaux paraboliques $ n, m_1, m_2\rangle$ . . . . .	11
I.4	Échelle des niveaux paraboliques $ n, m, k\rangle$ . . . . .	12
I.5	Fonction d'onde du niveau nC . . . . .	12
I.6	Schéma de niveaux 50C-49C . . . . .	13
I.7	Durée de vie du niveau 50C . . . . .	14
I.8	Couplage dipolaire entre mêmes niveaux de Rydberg . . . . .	16
I.9	Couplage dipolaire entre niveaux de Rydberg différents . . . . .	18
I.10	Interaction dipolaire 60S-60S . . . . .	19
I.11	Interaction dipolaire 60S-60P <sub>3/2</sub> . . . . .	20
I.12	Deux atomes circulaires côte à côte . . . . .	21
I.13	Interaction dipolaire 50C-50C . . . . .	22



# Liste des tableaux

I.1	Défauts quantiques du $^{87}Rb$ et $^{85}Rb$	5
I.2	Temps de vie du niveau 60S à température finie.	9
I.3	Coefficients de Van der Waals 60S-nl	20



# Introduction



# Chapitre I

## Atomes de Rydberg alcalins en interaction

Un atome de Rydberg est un atome dont un électron au moins occupe un état de grand nombre quantique principal  $n$ . Par là, un atome de Rydberg présente des propriétés physiques surdimensionnées par rapport à un atome non excité ou peu excité. On le remarque tout d'abord sur sa taille : un atome de rubidium dans le niveau  $n = 110$  a une extension spatiale de l'ordre d'1  $\mu\text{m}$ , vingt mille fois plus grand que le rayon de Bohr qui représente l'ordre de grandeur caractéristique de la taille d'un atome dans son état fondamental.

Avec un électron à une telle distance du cœur atomique, les atomes de Rydberg présentent de très grands moments dipolaires de transition entre états de Rydberg voisins. On comprend dès lors leur très grande sensibilité au rayonnement électromagnétique [1]. Ces très grands moments dipolaires de transition engendrent également de très forts couplages entre atomes de Rydberg voisins par l'intermédiaire de l'interaction dipolaire. Ces couplages sont eux aussi plusieurs ordres de grandeur plus importants que ceux qui se manifestent entre des atomes dans le niveau fondamental. L'interaction dipolaire entre atomes de Rydberg est au cœur des travaux de recherche présentés dans cette thèse. C<sup>2</sup>e premier chapitre vise à en apporter les éléments théoriques importants pour la compréhension des résultats et discussions qui seront abordés par la suite.

La première partie de ce chapitre décrit la théorie du défaut quantique [2], qui permet de calculer les énergies propres des états de Rydberg et leur fonction d'onde radiale loin du cœur atomique positif. Il est alors aisé de calculer les éléments de matrice de l'opérateur de dipôle électrique entre deux niveaux de Rydberg. Connaître les dipôles de transition entre un niveau de Rydberg et les niveaux voisins est essentiel au calcul des interactions dipolaires entre deux atomes de Rydberg, ce que nous aborderons dans un deuxième paragraphe. Enfin, nous verrons le détail de cette interaction dans deux cas particuliers : les atomes de Rydberg en interaction autour du niveau 60S et les atomes de Rydberg en interaction autour du niveau circulaire 50C. Ces deux cas particuliers seront à nouveau discutés plus en détail dans des chapitres dédiés aux expériences que nous avons menées.

## I.1 Les atomes de Rydberg alcalins : des hydrogénoides géants

Un atome de Rydberg alcalin a un seul électron dans un niveau de grand nombre quantique principal  $n$ . L'essentiel de la fonction d'onde de cet électron est localisé dans des régions atomiques éloignées du cœur, c'est-à-dire de l'ensemble du noyau atomique et des couches électroniques inférieures. Pour cette raison, il ressemble à un atome d'hydrogène, dont l'unique électron voit un cœur protonique simple de charge totale  $+q = 1,602\,176\,565(35) \times 10^{-19}$  C [3]. Dans le cas de l'hydrogène, ce cœur est plusieurs ordres de grandeurs plus petit que la taille typique de l'orbite de l'électron : le niveau électronique fondamental 1S a un « rayon » caractéristique  $a_0 = 0,529\,177\,210\,92(17)$  Å [3], alors que le proton a un rayon  $r_p = 0,8775(51)$  fm [3].

Les cinq ordres de grandeur séparant le rayon de l'orbite électronique et le rayon du proton permettent de considérer que le potentiel vu par l'électron est parfaitement coulombien sur tout l'espace. Les énergies propres de l'atome d'hydrogène sont alors données par

$$E(n, l, j) = -\frac{E_I}{n^2}, \quad (\text{I.1})$$

avec

$$E_I = \frac{1}{1 + \frac{m_e}{M}} \frac{m_e q^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \quad (\text{I.2})$$

l'énergie d'ionisation pour l'électron dans le niveau 1S de l'atome d'hydrogène, où  $M$  est la masse du cœur atomique (masse d'un proton pour l'atome d'hydrogène, masse atomique  $m_{Rb87}$  pour l'atome de  $^{87}\text{Rb}$  dans un état de Rydberg),  $n$  le nombre quantique principal,  $m_e$  la masse de l'électron,  $\epsilon_0$  la permittivité diélectrique du vide, et  $\hbar$  la constante de Planck réduite.

Les états propres de ce modèle s'écrivent en coordonnées sphériques comme le produit d'une partie radiale, fonction de  $r$  qui est la distance de l'électron au cœur atomique, par une partie angulaire, fonction des coordonnées angulaires  $\theta$  et  $\phi$  [4] :

$$\psi(r, \theta, \phi) = R_{nl}(r) \cdot Y_l^{m_l}(\theta, \phi). \quad (\text{I.3})$$

Ici,  $l$  est le nombre quantique orbital et  $m_l$  le nombre quantique magnétique, associé à la projection du moment angulaire orbital de l'électron sur l'axe de quantification. Cette première description ne prend pas en compte les corrections aux énergies dues au couplage entre le moment magnétique intrinsèque de l'électron, son spin, et son moment magnétique orbital, ce que l'on dénomme couplage fin. Elle néglige tout autant le couplage entre le moment magnétique total de l'électron et le moment magnétique du cœur atomique, le couplage hyperfin [5].

En présence de couplage fin, les bons nombres quantiques deviennent  $n, l, j, m_j$ , avec  $j = l + s$  où  $s = 1/2$  est le moment magnétique de spin de l'électron. Le couplage hyperfin étant très petit pour les niveaux de Rydberg, nous en ferons fi et continuerons d'utiliser la base avec moment cinétique total  $j$  de l'électron pour décrire les niveaux électroniques.

## I.1. LES ATOMES DE RYDBERG ALCALINS : DES HYDROGÉNOÏDES GÉANTS5

En comparaison avec l'atome d'hydrogène, le cœur positif de l'atome de Rydberg alcalin comporte une structure d'extension spatiale bien plus importante [2]. Dans la région des couches électroniques inférieures, le potentiel est bien plus profond que le potentiel coulombien car l'effet d'écrantage partiel de la charge totale positive du cœur par les électrons internes disparaît lorsque l'on s'en approche : c'est l'effet de pénétration du cœur. Ensuite, la distribution spatiale des charges positives et négatives entraîne une polarisabilité du cœur composé. L'électron de Rydberg interagit avec cette distribution de charge complexe, ce qui modifie sa fonction d'onde et son énergie propre. Afin de rendre compte de ces effets, il est nécessaire d'apporter une correction aux énergies propres de l'électron de Rydberg d'un atome alcalin : le défaut quantique.

### I.1.1 Hamiltonien de l'atome de Rydberg et défaut quantique

Les deux effets précédemment cités de pénétration du cœur et de polarisabilité du cœur peuvent être efficacement décrits par la théorie du défaut quantique. Celui-ci apparaît comme une correction  $\delta_{nlj}$  au nombre quantique principal  $n$  dans l'équation des énergies propres des niveaux électroniques [2], qui devient

$$E(n, l, j) = \frac{-E_I}{(n - \delta_{nlj})^2}, \quad (\text{I.4})$$

avec

$$\delta(n, l, j) = \delta_{lj,0} + \frac{\delta_{lj,2}}{(n - \delta_{lj,0})^2} + \frac{\delta_{lj,4}}{(n - \delta_{lj,0})^4} + \frac{\delta_{lj,6}}{(n - \delta_{lj,0})^6} + \dots \quad (\text{I.5})$$

**Table I.1** Défauts quantiques du  $^{85}\text{Rb}$  extraits de [6, 7] et du  $^{87}\text{Rb}$  extraits de [8]

	$^{85}\text{Rb}$		$^{87}\text{Rb}$	
	$\delta_{lj,0}$	$\delta_{lj,2}$	$\delta_{lj,0}$	$\delta_{lj,2}$
$nS_{1/2}$	3.131 180 4(10)	0.1784(6)	3.131 180 7(8)	0.1787(2)
$nP_{1/2}$	2.654 884 9(10)	0.2900(6)		
$nP_{3/2}$	2.641 673 7(10)	0.2950(7)		
$nD_{3/2}$	1.348 091 71(40)	-0.602 86(26)	1.348 091 8(11)	-0.6054(4)
$nD_{5/2}$	1.346 465 72(30)	-0.596 00(18)	1.346 462 2(11)	-0.5940(4)
$nF_{5/2}$	0.016 519 2(9)	-0.085(9)		
$nF_{7/2}$	0.016 543 7(7)	-0.086(7)		

La série (I.5) développe le défaut quantique en puissances de  $1/(n - \delta_{lj,0}) = 1/n^*$  :  $n^*$  est le nombre quantique principal corrigé du défaut quantique. Ses coefficients, présentés en table (I.1), sont extraits des mesures précises des fréquences de transition entre niveaux de Rydberg voisins [9–11] et la série sous cette forme converge rapidement [12] : pour les niveaux de  $n > 40$ , les deux premiers termes suffisent à obtenir une précision meilleure que le kHz sur une large gamme de valeurs de  $n$ . Les coefficients de la série sont fonction de  $l$  et  $j$ , ainsi que de l'espèce atomique. Nous n'avons pas connaissance de défauts quantiques mesurés pour le  $^{87}\text{Rb}$  autres que ceux présentés ici,

mais l'utilisation de ceux du  $^{85}\text{Rb}$  fournit de bons résultats grâce à la grande similarité des structures électroniques de ces deux isotopes. En ce qui concerne les niveaux de  $l > 3$ , leurs défauts quantiques sont petits, et donc d'autant plus difficiles à mesurer. Ils seront donc négligés par la suite. Avec les valeurs connues des défauts quantiques, nous obtenons des fréquences de transition entre niveaux de Rydberg voisins avec une précision meilleure que  $\sim 50\text{kHz}$ .

Dans le cas extrême des niveaux de Rydberg circulaires, qui ont un moment orbital maximal  $l = n - 1$ , le défaut quantique peut être considéré nul et alors on retrouve le modèle de l'atome d'hydrogène sans correction autre que la masse du cœur.

### I.1.2 Partie radiale de la fonction d'onde et calcul du dipôle de transition

Ayant ces outils à notre disposition, nous pouvons désormais nous employer à calculer les éléments de matrice de l'opérateur de transition dipolaire  $\mathbf{d} = q\mathbf{r}$  entre niveaux de Rydberg, qui apparaît de façon essentielle dans les termes de couplage des atomes avec le rayonnement électromagnétique et dans le couplage dipolaire entre deux niveaux de Rydberg  $|n, l, j, m_j\rangle$  et  $|n', l', j', m'_j\rangle$ . Ces éléments de matrice s'écrivent

$$\begin{aligned} \langle nl, l, j, m_j | q\mathbf{r} | n', l', j', m'_j \rangle &= q \langle n, l, j, m_j | r \frac{\mathbf{r}}{r} | n', l', j', m'_j \rangle \\ &= q \cdot \int r^2 dr R_{nl}^*(r) r R_{n'l'}(r) \langle l, j, m_j | \frac{\mathbf{r}}{r} | l', j', m'_j \rangle \quad (\text{I.6}) \\ &= q \cdot \mathcal{R}(nl, n'l') \cdot \mathcal{A}(ljm_j, l'j'm'_j), \end{aligned}$$

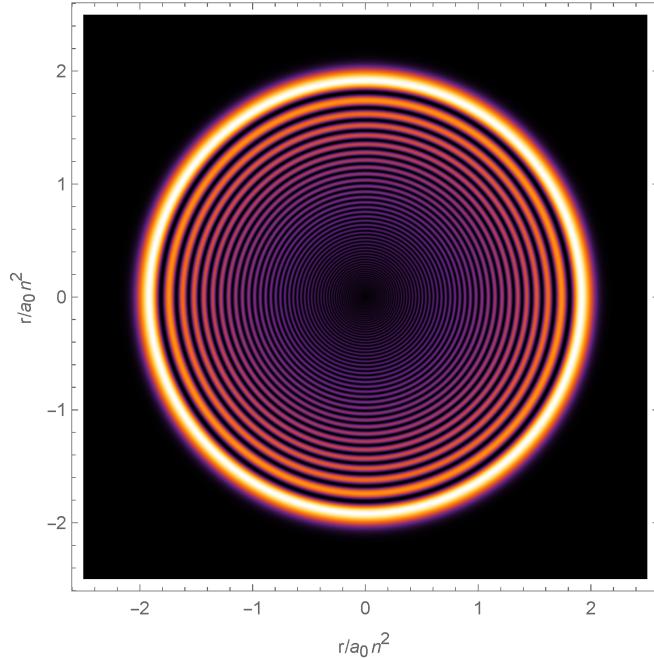
c'est-à-dire comme produit d'une partie radiale  $\mathcal{R}$  et d'une partie angulaire  $\mathcal{A}$ . Or la partie radiale  $R_{nl}(r)$  de la fonction d'onde est affectée par l'effet de pénétration du cœur décrit plus haut et doit donc être corrigée [2]. Le calcul de  $\mathcal{R}$  peut être fait numériquement par une méthode dite de Numerov [2, pp.10-24]. Cette méthode s'appuie sur le fait que le potentiel à l'extérieur du cœur atomique reste coulombien. La partie radiale de la fonction d'onde peut donc y être calculée à partir de la même équation, avec les mêmes conditions aux limites à  $r \rightarrow \infty$ , mais avec une énergie totale différente qui est imposée par les défauts quantiques.

La figure (I.1) montre la probabilité de présence  $r^2|R_{60S}(r)|^2$  de l'électron de Rydberg dans le niveau 60S du  $^{87}\text{Rb}$ . Cela montre que la fonction d'onde se situe essentiellement loin du cœur atomique et justifie donc la validité de la méthode de Numerov.

À partir du calcul de  $R_{nl}(r)$ , l'on peut aisément dériver la partie radiale de l'opérateur dipôle  $\mathbf{d}$ . L'on apprend en particulier que la partie radiale de  $\mathbf{d}$  entre deux niveaux de nombre quantique principal similaire varie comme  $\mathcal{R} \sim a_0 \cdot n^{*2}$ . Mentionnons ici que le rayon moyen de l'orbitale électronique d'un niveau de Rydberg est très similaire au calcul de la partie radiale de l'opérateur dipôle :

$$\langle r_{|n,l,j,m_j\rangle} \rangle = \int r^2 dr R_{nl}(r) \cdot r \cdot R_{nl}(r) = \mathcal{R}(nl, nl) \quad (\text{I.7})$$

## I.1. LES ATOMES DE RYDBERG ALCALINS : DES HYDROGÉNOÏDES GÉANTS7



**Figure I.1** Probabilité de présence de l'électron dans le niveau 60S.

### I.1.3 Temps de vie des niveaux de Rydberg

Avec la connaissance des dipôles de transition d'un niveau de Rydberg vers les niveaux voisins, il est possible de connaître le temps de vie de celui-ci. Deux processus entrent en jeu dans la désexcitation radiative à température finie de ces niveaux atomiques : les transitions par émission spontanée mais aussi les transitions par absorption ou émission stimulée par le rayonnement de corps noir de leur environnement. En effet, les transitions entre niveaux de Rydberg proches en énergie sont dans le domaine des micro-ondes millimétriques. Cela implique qu'elles seront à considérer dès les très basses températures : contrairement aux photons optiques, des photons micro-ondes sont déjà émis par le rayonnement du corps noir aux températures cryogéniques, de quelques mK à quelques K.

À titre d'exemple, la fréquence de la transition entre le niveau  $|60S1/2\rangle$  et le niveau  $|59P3/2\rangle$  vaut  $\nu = E/h = 18,5213$  GHz. La température de corps noir correspondant à cette fréquence est de  $T = h\nu/k_B = 0,89$  K. Cette transition sera donc limitante pour le temps de vie du niveau 60S dès lors que celui-ci sera dans un environnement dépassant les 500 mK.

À température nulle, le temps de vie d'un niveau excité est calculé uniquement à partir des coefficients d'Einstein pour l'émission spontanée [13]. Un électron dans un niveau excité est couplé aux niveaux de plus basse énergie par les modes électromagnétiques du vide et le taux de désexcitation d'un niveau initial  $|i\rangle$  vers un niveau final  $|f\rangle$  séparés d'une énergie  $E_f - E_i = -\hbar\omega_{if} < 0$  est donné par :

$$A_{if} = \frac{2\omega_{if}^3}{3\epsilon_0 c^3 h} \cdot q^2 \cdot |\langle i | r | f \rangle|^2 \quad (\text{I.8})$$

Ce coefficient est le produit de la densité de modes du rayonnement électromagnétique autour de la fréquence résonante  $\nu_{if} = \omega_{if}/2\pi$  et du moment dipolaire de transition entre les niveaux  $|i\rangle$  et  $|f\rangle$  couplés par ce rayonnement. Le temps de vie de l'état excité est alors calculé en sommant les taux d'émission spontanée vers chacun des niveaux auxquels il a accès par transition dipolaire électrique. Les transitions dipolaires par émission d'un photon respectant la règle de sélection  $\Delta l = \pm 1$  et  $\Delta m \leq 1$ , la quantité de termes à considérer s'en trouve heureusement limitée.

À température finie cependant, l'absorption et l'émission stimulée vers les niveaux voisins entrent en jeu. Le coefficient d'Einstein pour l'absorption et l'émission stimulée s'écrit ici

$$B_{if} = A_{if}\bar{n}(\omega_{if}) \quad (\text{I.9})$$

Il s'agit alors de connaître, pour une température donnée, le taux d'occupation du rayonnement électromagnétique aux fréquences des transitions entre niveaux de Rydberg. Ce taux nous est donné par la distribution de Bose-Einstein pour un gaz de bosons [14] :

$$\bar{n}(\omega) = \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} \quad (\text{I.10})$$

qui devient, lorsque  $k_B T \gg \hbar\omega$ ,

$$\bar{n}(\omega) \sim \frac{k_B T}{\hbar\omega}. \quad (\text{I.11})$$

Le nombre de photons par mode varie alors linéairement avec la température et ces photons stimulent des transitions vers des niveaux de Rydberg proches, diminuant ainsi le temps de vie du niveau de départ.

#### I.1.4 Le niveau de Rydberg 60S : $|\mathbf{n} = 60, \mathbf{l} = 0\rangle$

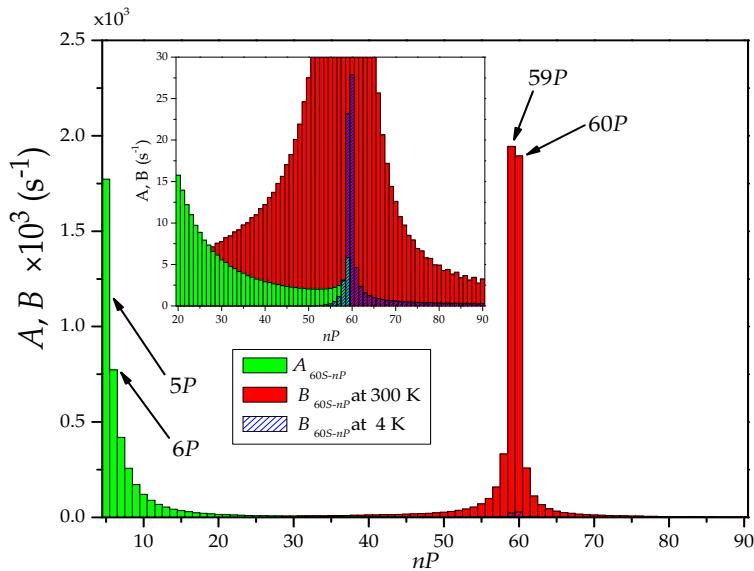
Afin d'illustrer les propriétés singulières des niveaux de Rydberg, prenons un exemple qui nous sera utile par la suite : le niveau de Rydberg 60S, qui a donc un moment cinétique orbital  $l = 0$ . Nous nous intéresserons à sa taille, à ses dipôles de transition avec les niveaux voisins, et à son temps de vie.

Grâce à l'équation (I.7), nous pouvons obtenir la taille de l'orbitale électronique dans le niveau 60S : son rayon moyen vaut  $\langle r \rangle = 4850 a_0 = 256,5 \text{ nm}$ .

De par la règle de sélection  $\Delta l = \pm 1$ , les termes à considérer pour les transitions dipolaires depuis le niveau  $|n = 60, l = 0\rangle$  sont les couplages avec les niveaux  $nP_j = |n, l = 1, j\rangle$ ,  $j \in \{1/2, 3/2\}$ . La figure (I.2) montre, pour tous les  $n$ , la somme des coefficients d'Einstein d'émission spontanée et d'absorption et émission stimulée à différentes températures vers les niveaux  $nP_j$ .

Il est clair d'après la figure (I.2) que le rayonnement du corps noir à 4,2 K contribue peu à une réduction de la durée de vie du niveau 60S par rapport à l'émission spontanée vers les niveaux de bas  $n$ , alors que le rayonnement du corps noir à 300 K aura un effet considérable, ce que confirme la table (I.2).

Le temps de vie du niveau 60S, de l'ordre de quelques 100  $\mu\text{s}$  aux températures cryogéniques permet de manipuler et observer celui-ci pendant des temps qui sont longs



**Figure I.2** Coefficients d'Einstein pour l'émission spontanée (A) et pour l'absorption et émission stimulée par le rayonnement du corps noir(B), depuis le niveau 60S vers les niveaux  $nP_j$ . Pour chaque  $n$ , nous montrons la somme des coefficients vers  $nP_{j=1/2}$  et  $nP_{j=3/2}$ . L'insert montre à une échelle plus adaptée la contribution du rayonnement du corps noir à 4 K .

**Table I.2** Temps de vie du niveau 60S à température finie.

	temps de vie à 0 K	temps de vie à 4,2 K	temps de vie à 300 K
60S <sub>1/2</sub>	244,5 µs	239,8 µs	99,4 µs

MAIS PAS ASSEZ -> CIRCULAIRES

## I.2 Les niveaux de Rydberg circulaires

Les niveaux de Rydberg de grand moment orbital, et en particulier les états de Rydberg circulaires, présentent une structure fine et un défaut quantique qui sont très largement négligeables. Ils sont en cela parfaitement similaires à l'atome d'hydrogène. On peut utiliser pour les étudier les fonctions d'onde analytiques hydrogénoides sans perte de précision. Pour la même raison, le nombre quantique  $j$  qui rend compte du couplage fin n'est plus nécessaire.

Les autres perturbations que peut subir le modèle de l'atome d'hydrogène, comme la présence d'un champ électrique ou magnétique extérieur en deviennent deviennent d'autant plus importantes à prendre en compte. De plus, les niveaux circulaires étant extrêmement anisotropes, l'absence d'axe de quantification leur est préjudiciable. Ils se mélangent alors rapidement aux niveaux voisins et il est utile de leur imposer un faible champ électrique afin de pallier ce problème. En premier lieu, le champ extérieur définit un axe de quantification pour le moment cinétique orbital de l'atome. Au cours de ce paragraphe, nous considérerons qu'un axe de quantification est défini selon ( $Oz$ ) par

un champ électrique, mais nous négligerons pour le moment l'effet Stark, par lequel la présence d'un champ électrique extérieur influence les niveaux électroniques. La présence d'un champ selon l'axe privilégié ( $Oz$ ) brise la symétrie sphérique du problème et la description des fonctions d'onde en coordonnées sphériques, donc sur la base des harmoniques sphériques, n'est plus la mieux adaptée à la situation.

### I.2.1 La base des états paraboliques

La construction de la base des harmoniques sphériques était fondée sur la conservation du moment cinétique lors du mouvement. Rien ne contrarie cet invariant ici, mais il peut être utile d'en dégager un deuxième. En effet, dès lors que la fonction d'onde électronique reste loin du cœur atomique, l'interaction entre l'électron de valence et le cœur se réduit à un mouvement à force centrale. La mécanique céleste a traité extensivement des mouvements à force centrale, et nous apprend qu'ils ont en commun l'invariance du vecteur de Runge-Lenz, qui caractérise l'excentricité des trajectoires des corps.

L'analogie entre l'interaction gravitationnelle des corps célestes et l'interaction coulombienne au sein des atomes permet de définir l'opérateur vectoriel :

$$\hat{A} = \frac{1}{\sqrt{-2m_e E}} \left( \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{p}} \wedge \hat{\mathbf{L}} - \hat{\mathbf{L}} \wedge \hat{\mathbf{p}}) - m_e e^2 \frac{\mathbf{r}}{r} \right). \quad (\text{I.12})$$

Cet invariant commute avec le hamiltonien de l'atome d'hydrogène et est de même dimension que l'opérateur de moment orbital  $\hat{\mathbf{L}}$ . Les vecteurs propres de  $\hat{\mathbf{A}}$  prennent donc une forme similaire à ceux de  $\hat{\mathbf{L}}$  et ses valeurs propres varient de 0 à  $\hbar(n-1)$ .

Malheureusement, les opérateurs  $\hat{L}$  et  $\hat{A}$  ne commutent pas. Il est donc nécessaire de construire de nouveaux opérateurs qui commutent entre eux et vérifient les relations de commutation d'un moment cinétique à trois dimensions. Les opérateurs

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{J}}_1 &= \frac{1}{2} (\hat{L} - \hat{A}) \\ \text{et} \\ \hat{\mathbf{J}}_2 &= \frac{1}{2} (\hat{L} + \hat{A}). \end{aligned} \quad (\text{I.13})$$

vérifient ces propriétés, et commutent avec le hamiltonien. Au sein d'une même multiplicité, ces opérateurs vérifient

$$\hat{\mathbf{J}}_1^2 = \hat{\mathbf{J}}_2^2 = -\frac{\hbar^2}{4} - \frac{m_e e^4}{8E} \quad (\text{I.14})$$

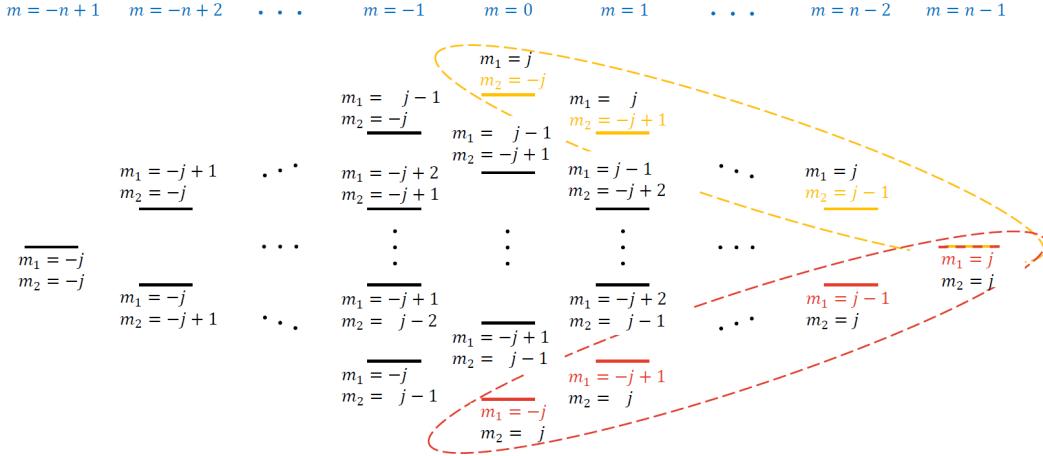
ce qui s'écrit aussi

$$E = -\frac{m_e e^4}{2\hbar^2(2j_1+1)^2} = -\frac{m_e e^4}{2\hbar^2(2j_2+1)^2} \quad (\text{I.15})$$

L'on retrouve ici le fait que pour une énergie  $E$  fixée et donc au sein d'une multiplicité de nombre quantique principal  $n$ ,  $\hat{\mathbf{J}}_1$  et  $\hat{\mathbf{J}}_2$  définissent chacun un moment cinétique  $(n-1)/2$ .

Les états propres au sein d'une même multiplicité sont alors obtenus en diagonalis-

sant  $\hat{\mathbf{J}}_1^2$ ,  $\hat{\mathbf{J}}_2^2$  et les composantes  $\hat{J}_{1z}$  et  $\hat{J}_{2z}$ . En notant  $\hbar m_{1,2}$  les valeurs propres de  $\hat{J}_{1,2z}$ , on pourra caractériser les états propres par les nombres  $\{j_1, m_1, j_2, m_2\}$ . Or pour  $n$  fixé,  $j_1 = j_2 = (n-1)/2$ . Ainsi, un état propre sera entièrement défini par les nombres quantiques  $|n, m_1, m_2\rangle$ , avec  $m_1$  et  $m_2$  variant entre  $-(n-1)/2$  et  $+(n-1)/2$ . Par construction de  $\hat{\mathbf{J}}_{1,2}$ , il est aisément de retrouver le nombre quantique magnétique  $m = m_1 + m_2$ . La figure (I.3) propose une représentation schématique des niveaux  $|m_1, m_2\rangle$  d'une même multiplicité  $n$ .



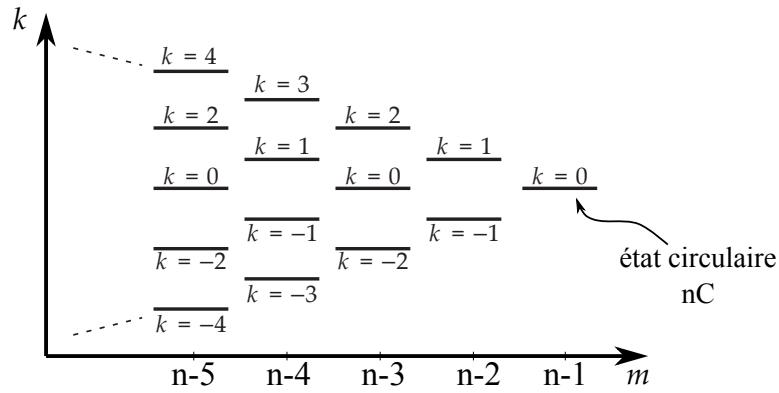
**Figure I.3** Niveaux paraboliques  $|n, m_1, m_2\rangle$  de même nombre quantique principal  $n$ , classés horizontalement en fonction de leur nombre quantique magnétique  $m = m_1 + m_2$ . Le nombre  $j = j_1 = j_2$  est la valeur des moments cinétiques  $\hat{\mathbf{J}}_1$  et  $\hat{\mathbf{J}}_2$  et vaut  $j = (n-1)/2$ . La diagonale jaune représente la direction de variation de  $m_2$  à  $m_1$  fixé et la diagonale rouge la direction de variation de  $m_1$  à  $m_2$  fixé.

Afin d'aider à la représentation des états atomiques, introduisons un nouveau nombre quantique  $k = m_1 - m_2$ , qui quantifie l'excentricité de l'orbite électronique et permet de transformer la base  $|n, m_1, m_2\rangle$  en la base  $|n, m, k\rangle$  :

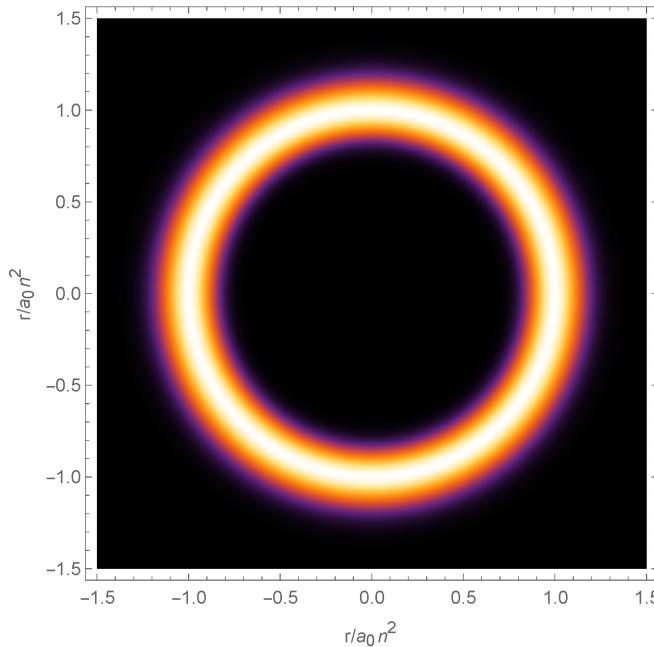
$$\begin{cases} n & \text{le nombre quantique principal} \\ m & \text{le nombre quantique magnétique variant de } (-n+1) \text{ à } (n-1) \\ k = m_1 - m_2 & \text{variant de } (-m-n+1) \text{ à } (-m+n-1). \end{cases} \quad (\text{I.16})$$

La figure (I.4) propose une représentation schématique des niveaux  $|m, k\rangle$  de  $m$  très élevé au sein d'une multiplicité  $n$ .

Le niveau de  $m$  maximal dans une multiplicité donnée,  $|n, m = n-1, k = 0\rangle = |n, l = n-1, m = l\rangle$ , est appelé le niveau circulaire nC. Sa fonction d'onde électronique se réduit à un tore éloigné du cœur atomique, de rayon  $\sim n(n-1)a_0$ , et contenu dans le plan perpendiculaire à l'axe de quantification. La figure (I.5) montre la probabilité de présence  $r^2|R(r)|^2$  de l'électron dans le plan perpendiculaire à l'axe de quantification, pour le niveau de Rydberg nC. Celle-ci a une valeur moyenne valant  $\sim n^2a_0$ . Les niveaux de  $m$  élevé mais non maximal seront appelés niveaux elliptiques en raison de la forme de leurs fonctions d'onde et seront étiquetés sur la base  $|n, m, k\rangle$ .



**Figure I.4** Niveaux paraboliques  $|n, m, k\rangle$  de même nombre quantique principal  $n$ , classés horizontalement en fonction de leur nombre quantique magnétique  $m$  et étiqueté selon le nombre quantique  $k$ . Seuls les niveaux de très grand  $m$  sont représentés.

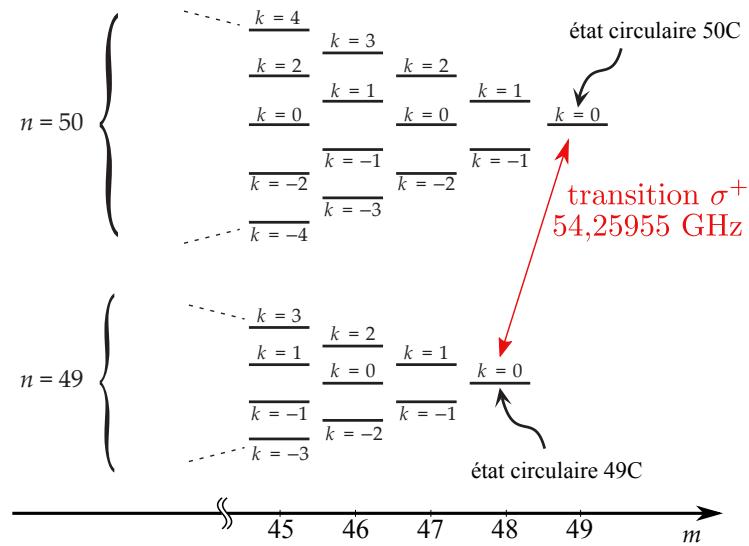


**Figure I.5** Probabilité de présence de l'électron dans le niveau nC :  $r^2 \times |R_{nC}(r)|^2$ . Celle-ci décrit un tore de rayon  $n^2 a_0$  autour du cœur atomique.

### I.2.2 Le niveau de Rydberg 50C : $|\mathbf{n} = 50, \mathbf{l} = 49, \mathbf{m_l} = 49\rangle$

Parmi les niveaux de Rydberg circulaires, le niveau 50C sera d'un intérêt particulier pour nous. Ce niveau circulaire  $n = 50$  a une taille valant  $\langle r \rangle_{50C} \simeq 50^2 a_0 = 2500 a_0 = 132$  nm.

En ce qui concerne leur temps de vie, les niveaux de Rydberg circulaires ont une différence essentielle avec les niveaux de faible  $l$  : les niveaux circulaires n'ont de transition dipolaire possible que vers des niveaux eux aussi à très grand  $l$ , et donc à très grand  $n$ . Il n'y a d'ailleurs qu'une seule transition spontanée possible depuis le niveau  $|n, l = n - 1, m_l = l\rangle$ , c'est celle vers le niveau circulaire  $|n' = n - 1, l' = n' - 1, m'_l = l'\rangle$ .

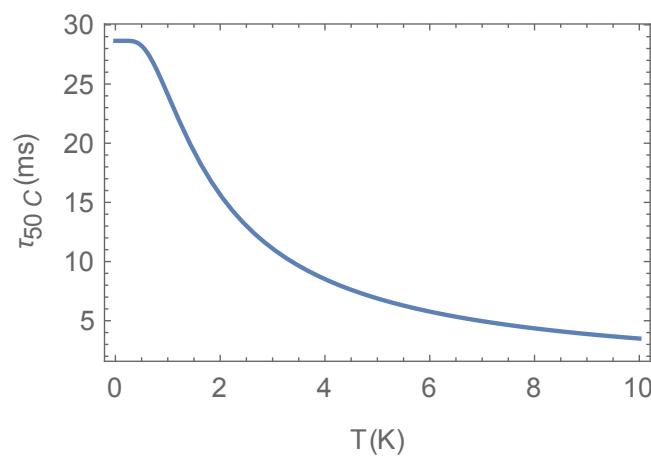


**Figure I.6** Schéma de niveaux des multiplicités  $n = 50$  et  $n = 49$  près des niveaux 50C et 49C. La seule transition possible par émission spontanée depuis le 50C est la transition vers le 49C.

En effet, il n'existe aucun niveau de plus basse énergie que  $nC$  mais qui aurait un  $l$  qui lui soit égal ou supérieur. La figure (I.6) représente les schémas de niveaux près de l'état circulaire  $n = 50$  et met en évidence l'absence de toute autre transition par émission spontanée depuis le niveau 50C. Le niveau 50C ne peut donc se désexciter spontanément que vers le niveau 49C, ce qui réduit considérablement la contribution de l'émission spontanée à son taux de désexcitation radiative. Le calcul du dipôle de transition  $\langle 50C | \hat{d} | 49C \rangle$  donne une valeur de  $1704,71 \text{ ea}_0$ . En appliquant l'équation (I.8) à la fréquence de transition de 54,259 55 GHz, on obtient un taux de désexcitation valant  $\Gamma_{50C}(0 \text{ K}) = A_{50C-49C} = 34,9056 \text{ Hz}$ . Le temps de vie à température nulle du niveau 50C est donc de  $\tau_{0,50C} = 28,65 \text{ ms}$ , soit cent fois plus que celle du niveau 60S.

Étant donné le faible taux de désexcitation spontanée du niveau 50C, l'effet du rayonnement du corps noir sur sa durée de vie sera important dès les très basses températures. Le rayonnement du corps noir amplifiera non seulement le taux de désexcitation vers le niveau 49C, mais autorisera également par absorption les transitions vers les niveaux de  $n$  supérieur. Ainsi, alors que la réduction du temps de vie du niveau 60S entre 0 K et 4,2 K est faible (voir table I.2), la réduction du temps de vie du niveau 50C entre 0 K et 4 K sera bien plus importante. À température ambiante de 300 K, la durée de vie de 50C tombe en effet à 122 μs, très similaire à celle du niveau 60S. La figure (I.7) montre l'évolution de la durée de vie du niveau 50C en fonction de la température de rayonnement du corps noir, calculée à partir des équations (I.9) et (I.10).

Nous avons désormais une bonne connaissance des caractéristiques des atomes de Rydberg individuels, en particulier dans les niveaux 60S et 50C. Ce sont de très grands atomes, avec de très grands moments dipolaires de transition, et un temps de vie très long. Comment se comportent ces atomes de Rydberg lorsqu'ils ne sont plus isolés mais proches les uns des autres ?



**Figure I.7** Durée de vie radiative du niveau de Rydberg 50C en fonction de la température de rayonnement du corps noir.

## I.3 Atomes de Rydberg en interaction

Dans cette thèse, nous allons nous intéresser aux interactions entre plusieurs atomes de Rydberg voisins, dans des niveaux identiques ou proches en énergie. Le reste de ce chapitre est consacré au calcul de ces interactions et à leur application aux deux cas qui nous concernent : autour des niveaux 60S et 50C.

### I.3.1 Deux atomes de Rydberg qui se parlent

L'opérateur de moment dipolaire entre deux niveaux de Rydberg proches est grand, comme nous l'avons évoqué. En cela, les atomes de Rydberg sont de très bonnes antennes pour le rayonnement électromagnétique lorsque celui-ci est résonant avec les fréquences de transition entre niveaux proches. Cette caractéristique s'accentue fortement lorsque le nombre quantique principal augmente, car le moment dipolaire varie en  $n^{*2}$ .

Ces grands moments de transition dipolaires font aussi apparaître une interaction importante entre deux atomes de Rydberg différents : bien qu'ils restent des objets neutres électriquement, ces grands dipôles se voient très bien de loin. En électromagnétisme classique, le terme de couplage entre deux dipôles électriques s'écrit [15]

$$V_{dd}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left( \mathbf{d}_1 \cdot \mathbf{d}_2 - 3(\mathbf{d}_1 \cdot \frac{\mathbf{r}}{r})(\mathbf{d}_2 \cdot \frac{\mathbf{r}}{r}) \right) \quad (\text{I.17})$$

où  $\mathbf{d}_1$  décrit le premier dipôle,  $\mathbf{d}_2$  le deuxième et  $\mathbf{r}$  le vecteur d'espace qui les sépare. On peut alors écrire, par analogie, le hamiltonien d'interaction entre deux atomes en remplaçant les dipôles classiques par les opérateurs dipôle électrique de chaque atome. La distance entre les atomes sera cependant traitée de façon classique, en supposant que la distance entre les atomes est très grande devant l'extension spatiale de leurs fonctions d'onde. C'est ce qu'on appelle l'approximation dipolaire. Le potentiel d'interaction dipolaire s'écrit dans ce cas

$$\begin{aligned} \hat{V}_{dd}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left( \hat{\mathbf{d}}_1 \cdot \hat{\mathbf{d}}_2 - 3(\hat{\mathbf{d}}_1 \cdot \frac{\mathbf{r}}{r})(\hat{\mathbf{d}}_2 \cdot \frac{\mathbf{r}}{r}) \right) \\ &= \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r^3} \left( \hat{\mathbf{r}}_1 \cdot \hat{\mathbf{r}}_2 - 3(\hat{\mathbf{r}}_1 \cdot \frac{\mathbf{r}}{r})(\hat{\mathbf{r}}_2 \cdot \frac{\mathbf{r}}{r}) \right) \end{aligned} \quad (\text{I.18})$$

Remarquons que ce terme dépend du produit des opérateurs de transition dipolaire électrique de chaque atome. L'interaction entre atomes de Rydberg varie donc comme  $(n^{*2})^2 = n^{*4}$ .

Calculer l'interaction entre deux atomes de Rydberg revient à diagonaliser le hamiltonien total du système des deux atomes dans l'espace de Hilbert des états possibles pour la paire d'atomes. Sans autre *a priori*, une base naturelle pour cet espace est le produit tensoriel  $|R_1\rangle \otimes |R_2\rangle$  des états de chaque atome. Dans cette base, le hamiltonien du système s'écrit

$$\hat{H} = \hat{H}_{0,1} + \hat{H}_{0,2} + \hat{V}_{dd}(\mathbf{r}) \quad (\text{I.19})$$

où  $\hat{H}_{0,i}$  est le hamiltonien de l'atome  $i$  isolé.

En l'absence de champ électrique ou magnétique extérieur, l'axe de quantification pour les niveaux de chaque atome n'est pas déterminé. Il semble naturel de choisir alors comme axe de quantification le vecteur qui sépare les atomes. Dans cette géométrie, le potentiel d'interaction dipolaire prend la forme

$$\hat{V}_{dd}(\mathbf{r}) = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r}_1 \hat{r}_2}{r^3} \frac{4\pi}{3} \times \left( \hat{Y}_1^1(\theta_1, \phi_1) \hat{Y}_1^{-1}(\theta_2, \phi_2) + \hat{Y}_1^{-1}(\theta_1, \phi_1) \hat{Y}_1^1(\theta_2, \phi_2) + 2\hat{Y}_1^0(\theta_1, \phi_1) \hat{Y}_1^0(\theta_2, \phi_2) \right) \quad (\text{I.20})$$

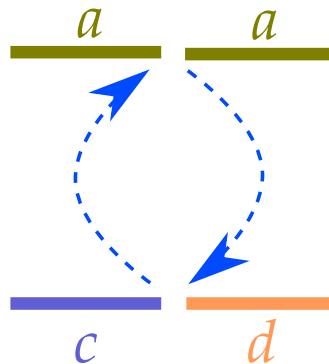
où les  $Y_l^{m_l}$  sont les harmoniques sphériques, solutions des équations de Legendre [4]. Dans cette base, l'opérateur  $\hat{V}_{dd}$  préserve le nombre quantique magnétique total  $M = m_{j1} + m_{j2}$ . Cette condition définit un sous-espace des niveaux de même  $M$  pour la paire d'atomes, sous-espace qui a une dimension infinie. Il sera donc nécessaire, pour calculer l'interaction entre les deux atomes, de tronquer ce sous-espace. Dans le sous-espace tronqué, nous pouvons diagonaliser le hamiltonien (I.19) pour chaque distance interatomique  $r$ .

### I.3.2 Deux atomes dans le même niveau de Rydberg

Dans le cas de deux atomes dans le même niveau de Rydberg  $a$ , la règle de sélection  $\Delta l = \pm 1$  impose que  $\langle aa | \hat{V}_{dd} | aa \rangle = 0$ . L'opérateur d'interaction dipolaire n'agit donc sur la paire  $|aa\rangle$  que comme une perturbation de second ordre, *via* le couplage à des niveaux de paire intermédiaires  $|cd\rangle$ . La figure (I.8) représente ce couplage au second ordre. L'énergie d'interaction résultant de cette perturbation prend la forme

$$C_{aa}(r) = \sum_{|cd\rangle} \frac{\langle aa | \hat{V}_{dd} | cd \rangle \langle cd | \hat{V}_{dd} | aa \rangle}{2E_a - E_c - E_d} = \frac{C_{6,aa}}{r^6} \quad (\text{I.21})$$

où  $E_i$  est l'énergie d'un atome de Rydberg individuel dans l'état  $i$ . L'interaction dipolaire prend donc la forme d'une interaction de Van der Waals en  $1/r^6$ , avec un coefficient valant  $C_{6,aa}$ .



**Figure I.8** Schéma du couplage dipolaire entre deux atomes dans des niveaux de Rydberg  $a$  identiques : le couplage s'effectue au second ordre *via* les niveaux  $c$  et  $d$ .

La situation se complique lorsque l'un des niveaux intermédiaires  $|cd\rangle$  est quasi-dégénéré avec le niveau  $|aa\rangle$ , c'est-à-dire lorsque  $\langle aa | \hat{V}_{dd} | cd \rangle \gg |2E_a - E_c - E_d|$ . Le

développement perturbatif est en effet invalidé sous cette condition et il est nécessaire de traiter le problème différemment. Si  $|c\rangle = |d\rangle$ , alors le sous-espace à observer est composé des deux états  $|aa\rangle$  et  $|cc\rangle$  et l'on a  $E_c \simeq E_a$ . Le hamiltonien d'interaction s'écrit alors

$$H_{aa-cc} = \begin{pmatrix} |aa\rangle & |cc\rangle \\ |aa\rangle & |cc\rangle \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2E_a & \frac{\langle aa|V_{dd}|cc\rangle}{r^3} \\ \frac{\langle aa|V_{dd}|cc\rangle}{r^3} & 2E_a \end{pmatrix}. \quad (\text{I.22})$$

Les états propres de ce hamiltonien sont les combinaisons symétrique et antisymétrique  $(|aa\rangle \pm |cd\rangle)/\sqrt{2}$ , et présentent les énergies propres

$$2E_a \pm \Delta E_{dd} = 2E_a \pm \frac{\langle aa|V_{dd}|cc\rangle}{r^3} = 2E_a \pm \frac{C_{3,aa}}{r^3}. \quad (\text{I.23})$$

Si, au contraire,  $|c\rangle \neq |d\rangle$ , on est alors en présence de trois états dégénérés :  $|aa\rangle$ ,  $|cd\rangle$  et  $|dc\rangle$ . Il est utile de réécrire ceux-ci en combinant  $|cd\rangle$  et  $|dc\rangle$  symétriquement et anti-symétriquement en  $|C\rangle = (|cd\rangle + |dc\rangle)/\sqrt{2}$  et  $|NC\rangle = (|cd\rangle - |dc\rangle)/\sqrt{2}$ . En effet,  $\hat{V}_{dd}$  ne couple pas le niveau  $|aa\rangle$  avec le niveau  $|NC\rangle$ . On peut donc appliquer le traitement réservé jusqu'ici au cas  $|c\rangle = |d\rangle$  en remplaçant  $|cc\rangle$  par  $|C\rangle$ . Nous obtenons donc deux états propres  $(|aa\rangle \mp |C\rangle)/\sqrt{2}$  avec les énergies

$$2E_a \pm \Delta E_{dd} = 2E_a \pm \frac{\langle aa|V_{dd}|C\rangle}{r^3} = 2E_a \pm \frac{\langle aa|V_{dd}|cd\rangle}{r^3} = 2E_a \pm \frac{C_{3,aa}}{r^3}. \quad (\text{I.24})$$

Ces cas particuliers sont analogues à ce que l'on appelle dans d'autres contextes les résonances de Förster [16].

### I.3.3 Deux atomes dans des niveaux de Rydberg différents

Intéressons-nous désormais aux interactions entre deux atomes de Rydberg dans les états  $a$  et  $b$ . Il y a alors deux états de paire dégénérés  $|ab\rangle$  et  $|ba\rangle$ . De même que précédemment, les termes de couplage  $\langle ab|\hat{V}|ab\rangle = \langle ba|\hat{V}|ba\rangle$  sont nuls. L'on peut tout de même introduire un opérateur potentiel effectif  $V_{eff}$  pour le système à deux niveaux  $|ab\rangle$  et  $|ba\rangle$ , qui tiendra compte des couplages de second ordre avec des états intermédiaires. Les éléments de matrice de  $V_{eff}$  sont

$$\begin{aligned} C_{ab} &= \langle ab|V_{eff}|ab\rangle = \langle ba|V_{eff}|ba\rangle \\ \text{et} \\ A_{ab} &= \langle ab|V_{eff}|ba\rangle = \langle ab|V_{eff}|ba\rangle. \end{aligned} \quad (\text{I.25})$$

L'hamiltonien d'interaction s'écrit sous forme matricielle

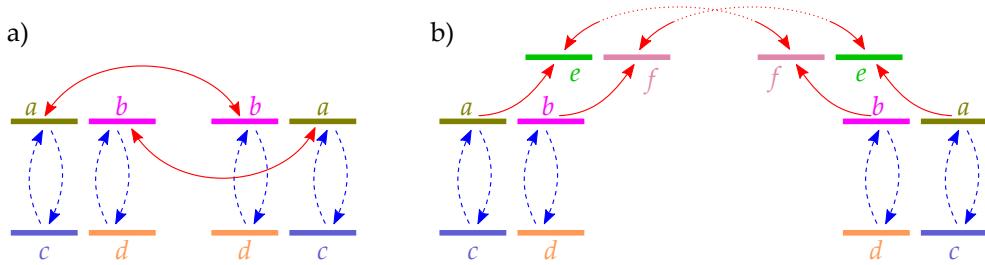
$$V_{eff} = \begin{pmatrix} |ab\rangle & |ba\rangle \\ |ab\rangle & |ba\rangle \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{ab} & A_{ab} \\ A_{ab} & C_{ab} \end{pmatrix}. \quad (\text{I.26})$$

Les termes diagonaux de ce hamiltonien représentent l'interaction directe d'un état de paire avec lui-même, qui se calcule donc comme une perturbation de second ordre *via*

les niveaux intermédiaires  $|cd\rangle$ . Comme c'était le cas pour deux atomes dans le même état de Rydberg, cette interaction prend la forme de Van der Waals avec un coefficient  $C_{6,ab}$  :

$$C_{ab}(r) = \sum_{|cd\rangle} \frac{\langle ab|\hat{V}_{dd}|cd\rangle \langle cd|\hat{V}_{dd}|ab\rangle}{E_a + E_b - E_c - E_d} = \frac{C_{6,ab}}{r^6}. \quad (\text{I.27})$$

Les termes non-diagonaux  $A_{ab}$  correspondent eux à une interaction au cours de laquelle les deux atomes échangent leurs états. Si la transition  $a \rightarrow b$  est autorisée par les règles de sélection dipolaires, alors cette interaction d'échange est un couplage *direct* de  $|ab\rangle$  et  $|ba\rangle$ . Il varie donc comme un potentiel dipolaire en  $1/r^3$ . Dans le cas contraire, l'interaction d'échange sera un couplage dipolaire indirect au second ordre, variant donc en  $1/r^6$ , voire d'ordre supérieur, comme l'illustre la figure (I.9).



**Figure I.9** Schéma du couplage dipolaire entre deux atomes dans des niveaux de Rydberg différents  $a$  et  $b$  : le couplage  $ab - ab$  s'effectue au second ordre *via* les niveaux  $c$  et  $d$ . Le couplage  $ab - ba$  peut s'effectuer à l'ordre 1(a), à l'ordre 2(b), ou plus encore.

Lorsque les termes d'échange  $A_{ab}$  deviennent comparables aux termes d'interaction directe  $C_{ab}$ , il peut être judicieux de diagonaliser le hamiltonien effectif (I.26). En effet, les états propres de celui-ci, qui sont les combinaisons symétrique et anti-symétrique ( $|ab\rangle \pm |ba\rangle$ )/ $\sqrt{2}$ , ne sont plus dégénérés et présentent respectivement des déplacements d'énergie

$$\Delta E_{dd} = C_{ab} \mp A_{ab}. \quad (\text{I.28})$$

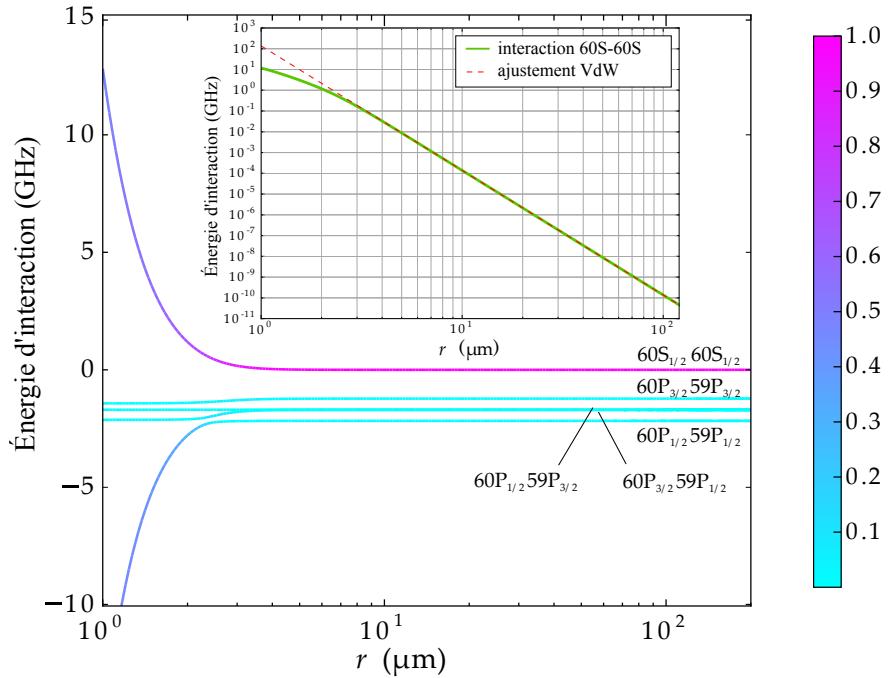
Afin d'illustrer les calculs d'interaction que nous venons de présenter, nous allons les appliquer à nos deux exemples que sont le niveau 60S et le niveau 50C. Dans les deux cas, le calcul numérique consiste à diagonaliser le hamiltonien (I.19) à tous les ordres perturbatifs, en limitant l'espace de Hilbert à quelques centaines d'états de paire et sous l'approximation dipolaire.

### I.3.4 Les interactions dipolaires du niveau 60S

#### L'interaction 60S-60S

Dans le cas de l'état  $|60S, 60S\rangle$ , le terme dominant dans la somme (I.21) permettant de calculer le coefficient de Van der Waals  $C_{6,60S60S}$  est le couplage avec les paires  $|60P_j, 59P_j\rangle$ . Puisque  $E_{60S} - E_{59P} > E_{60P} - E_{60S}$ , le dénominateur du terme de couplage principal dans (I.21) est positif. On en déduit que l'interaction 60S-60S, et plus

généralement toute interaction dipolaire nS-nS, est toujours répulsive. Le calcul nu-



**Figure I.10** Déplacement en énergie de la paire 60S-60S par interaction de Van der Waals. Les différents sous-niveaux  $|60P_j, 59P_j\rangle$  sont représentés. L'échelle de couleur représente le carré de la projection sur l'état non perturbé  $|60S, 60S\rangle$ . L'insert représente le déplacement d'énergie en échelle log-log et son ajustement sous la forme de Van der Waals.

mérique de l'interaction 60S-60S et son ajustement sous la forme de Van der Waals, représentés en figure (I.10), donnent la valeur

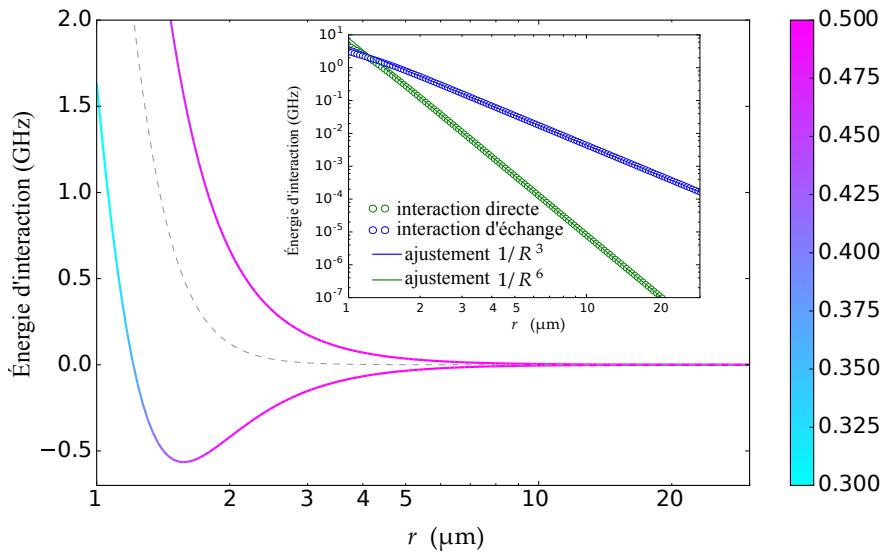
$$C_{6,60S60S} = 137,6(1) \text{ GHz } \mu\text{m}^6. \quad (\text{I.29})$$

L'ajustement de Van der Waals fonctionne très bien aux distances supérieures à  $3,1 \mu\text{m}$ . Cependant, aux très courtes distances, la paire  $|60S, 60S\rangle$  est très fortement couplée aux niveaux  $|60P_j, 59P_j\rangle$ . La distance critique est celle à laquelle le couplage dipolaire est aussi fort que la différence d'énergie entre les deux états de paire non perturbés, soit ici  $\sim 2 \text{ GHz}$ . En deçà de cette distance, les états propres de l'hamiltonien s'éloignent de plus en plus de l'état non perturbé  $|60S, 60S\rangle$  et l'interaction évolue vers une interaction dipolaire résonante en  $1/r^3$ .

### Les interactions 60S- $nl$

Le niveau 60S interagit également avec des états de  $n$  et  $l$  différents. Il convient alors, comme nous l'avons montré en (I.3.3), de calculer non seulement les coefficients de Van der Waals  $C_{ab}$ , mais aussi les éléments de matrice d'échange  $A_{ab}$ . De plus, il est possible ici d'avoir des termes d'échange dûs à un couplage dipolaire direct et qui varient donc en  $r^3$ .

La figure (I.11) montre par exemple le résultat du calcul de l'interaction dipolaire pour une paire 60S-60P<sub>3/2</sub>. Aux grandes distances, l'état de la paire est projeté unifor-



**Figure I.11** Énergie de la paire  $60S-60P_{3/2}$  en présence de l'interaction dipolaire. Les branches inférieure et supérieure correspondent respectivement aux superpositions symétrique et antisymétrique des deux niveaux de départ. L'échelle de couleur représente le carré de la projection sur l'état non perturbé  $|60S, 60P_{3/2}\rangle$ . La ligne pointillée représente le déplacement en énergie dû à l'interaction directe. L'insert représente le déplacement d'énergie ainsi que le terme d'échange en échelle log-log et leurs ajustements en  $1/r^6$  et  $1/r^3$  respectivement.

mément sur les deux superpositions symétrique et anti-symétrique. Aux plus courtes distances cependant, d'autres niveaux contaminent la paire, qui n'est plus dans une superposition de  $|60S\rangle$  et  $|60P_{3/2}\rangle$ .

En procédant de la même façon, on peut obtenir les coefficients d'interaction dipolaire pour n'importe quelle paire  $60S-nl$ . La table (I.3) synthétise les résultats des calculs numériques pour plusieurs paires contenant le niveau  $60S$ .

**Table I.3**

	$C_6$ (GHz $\mu\text{m}^6$ )	$A_6$ (GHz $\mu\text{m}^6$ )	$A_3$ (GHz $\mu\text{m}^3$ )
$60S_{1/2}, 60S_{1/2}$	137,6	0	0
$60S_{1/2}, 57S_{1/2}$	-43,265	0,325	0
$60S_{1/2}, 61S_{1/2}$	290,125	246,475	0
$60S_{1/2}, 60P_{3/2}$	7,976	0	4,411

### I.3.5 Les interactions dipolaires du niveau 50C

L'interaction dipolaire entre atomes de Rydberg de très grand moment cinétique est rendue plus complexe du fait de leur forte anisotropie. En effet, l'interaction entre deux dipôles dépend de l'orientation relative de ceux-ci. Dans le cas des niveaux  $l = 0$  tel que le 60S, le problème ne se posait pas car ces niveaux sont à symétrie sphérique. Dès lors que l'on s'intéresse à l'interaction entre des niveaux à symétrie cylindrique, il est indispensable de savoir comment les atomes s'orientent l'un par rapport à l'autre. L'interaction dipolaire entre atomes circulaires est encore compliquée par l'introduction quasi-systématique d'un champ électrique extérieur, qui déplace et déforme les niveaux par effet Stark. Le détail de l'interaction dipolaire entre atomes circulaires en présence d'un champ sera discuté au chapitre IV, mais nous prendrons le temps ici de développer la situation la plus simple : celle de deux atomes dans le niveau 50C dont les deux orbites sont contenues dans le même plan, comme l'illustre la figure (I.12). Comme il a été dit



**Figure I.12** Représentation de deux atomes de Rydberg circulaires dont les orbites sont dans le même plan. Les tores bleus représentent les orbites électroniques et les flèches rouges la direction du moment cinétique. Si l'on imagine que le dessin est à l'échelle, alors les atomes sont ici séparés d'une distance d'environ 660 nm .

en I.2, les atomes de Rydberg circulaires ont besoin d'un champ électrique extérieur pour se stabiliser. Nous imposerons donc un champ de 1 V/cm, qui définit l'axe de quantification, parallèle aux flèches rouges sur la figure (I.12).

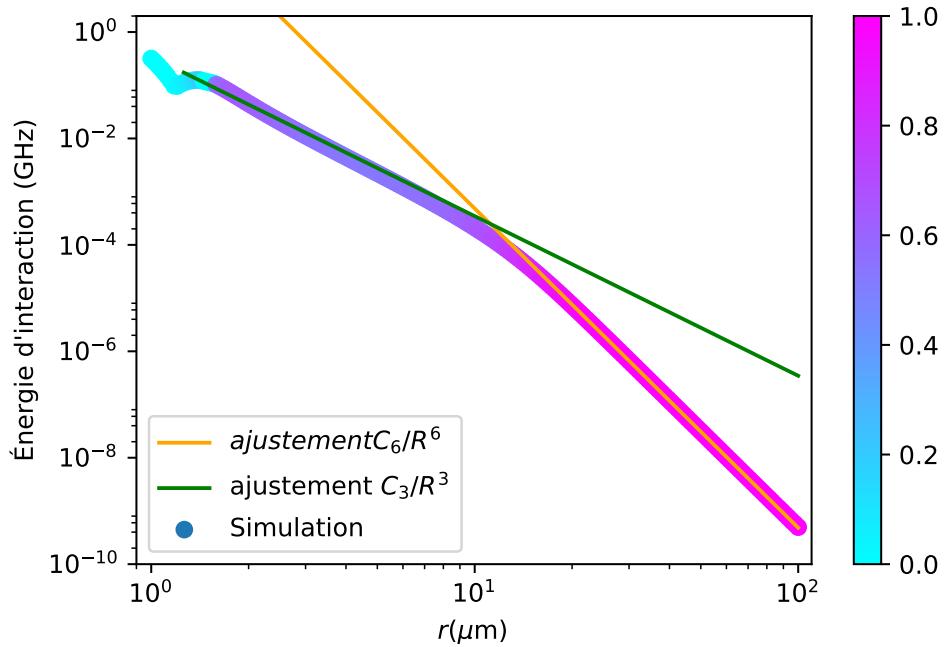
Les règles de sélection étant toujours valides, le couplage se fait *a priori* à l'ordre deux, et l'équation (I.21) permet d'en extraire le coefficient de Van der Waals comme nous l'avons fait pour l'interaction 60S-60S.

La figure (I.13) présente le résultat du calcul numérique. Aux grandes distances, l'énergie d'interaction varie bien en  $1/r^6$  comme on l'attend, avec un coefficient de Van der Waals

$$C_{6,50C50C}(1 \text{ V/cm}) = 483,17 \text{ GHz } \mu\text{m}^6 . \quad (\text{I.30})$$

Mais dès que les atomes se rapprochent à une distance inférieure à 10 μm, l'énergie d'interaction varie en  $1/r^3$  jusqu'à très courte distance. En effet, lorsque l'interaction dipolaire devient suffisamment forte, le champ électrique extérieur ne suffit plus à définir le plan des orbites, et le niveau de paire est fortement perturbé. C'est ce que l'on retrouve sur la coloration de la courbe : à une distance critique de l'ordre de 10 μm le niveau de la paire s'éloigne brutalement du niveau non perturbé 50C-50C. La paire est alors dans un état superposé de plusieurs  $|n, m, k\rangle$ , entre lesquels apparaissent des couplages dipolaires résonants en  $1/r^3$ .

Ce problème sera traité en détail dans le chapitre IV, lorsque nous nous intéresserons aux conditions dans lesquelles les interactions entre atomes circulaires sont les plus



**Figure I.13** Déplacement en énergie de la paire 50C-50C par interaction dipolaire. L'échelle de couleur représente le carré de la projection sur l'état non perturbé  $|50\text{C}, 50\text{C}\rangle$  de l'état propre du hamiltonien qui le suit adiabatiquement. Le comportement dévie franchement de la forme de Van der Waals en  $1/r^6$  dès que la distance interatomique est inférieure à  $10 \mu\text{m}$ .

avantageuses pour la simulation quantique.

## Chapitre II

# Des atomes de Rydberg froids en environnement cryogénique

### II.1 Les atomes froids

#### II.1.1 le cryostat et la puce

schéma et description du cryostat

schéma et description de la puce supra et des bobines supra

#### II.1.2 séquence de piégeage et refroidissement

piégeage magnéto-optique : 2D-MOT, QUAD-MOT, U-MOT

piégeage magnétique de Ioffe Pritchard : principe et potentiel créé par le fil Z (cf. code Mathematica Radia)

refroidissement évaporatif jusqu'au BEC : principe de l'évaporation RF et fils d'évap sur la puce

#### II.1.3 imagerie atomique

optique d'imagerie : schéma optique et caractéristiques des caméras

imagerie par absorption : transition sonde, intensité de saturation

imagerie par réflexion sur la puce : spécificités de la géométrie et double absorption du faisceau sonde

tweaks : absorption no-log et réduction des franges : qu'a-t-on utilisé comme méthodes de traitement pour améliorer notre imagerie → un paragraphe sur la réduction de franges et un(ou deux) paragraphe(s) sur l'absorption no-log et sa pertinence dans les mesures de mélasses.

### II.1.4 nuages typiques

quel MOTs, mélasses et nuages froids obtenus : tailles, températures, nombres d'atomes, distance à la puce.

## II.2 Excitation et détection d'atomes de Rydberg près d'une puce

### II.2.1 schéma d'excitation

schéma de niveau de l'excitation à deux photons (Raul.figIII.1) et caractéristiques de l'éexcitation à deux photons (Rabi vs Detuning du niveau intermédiaire)  
schéma laser - puce - électrodes et petit mot sur la géométrie des faisceaux

### II.2.2 schéma de détection

principe de la détection par ionisation  
implémentation : géométrie des électrodes d'ionisation, de défexion et du channeltron avec une rampe de champ, on peut savoir quel niveau est détecté → principe des arrival times et note sur l'ionisation diabatique vs adiabatique.

### II.2.3 problème des champs électriques et flash de Rb

on travaille près d'une puce qui est une surface, et avec des objets ultra-sensibles -> ça peut créer des problèmes !  
vieilles raies larges et moches : expliquer par l'effet Stark quadratique et l'élargissement inhomogène.  
potentiel de contact et flash de Rb : dessins et schéma + dispensers et leur emplacement et boîte de protection  
c'est magiques, ça nous donne de belles raies fines !

### II.2.4 compensation et contrôle des champs

c'est bien d'avoir' ces raies fines mais on veut contrôler le champ électrique le mieux possible électrode Vcomp et schéma de contrôle mixte excitation/détection. Le contrôle du champ sur  $Oy$  c'est bien, ça permet de faire plein de trucs, mais il reste des gradients (au moins).

si on veut faire encore mieux, il faut contrôler les champs selon  $Ox$  et  $Oy$  → électrodes RF :  
schéma d'installation des électrodes  
SIMION pour vérifier que ça permet de créer des champs y compris très près de la puce en plus, ça servira de source de RF polarisée !!

### II.2.5 manipulation et observation des Rydbergs

C'est bien de détecter des Rydberg, mais il faut aussi pouvoir les manipuler et les caractériser. Pour ça, on a un outil fabuleux : la spectroscopie microonde vers les niveaux voisins !

schéma de niveaux ? schéma de dispositif ?

on peut mentionner ici qu'avec ça on a pu calibrer les champs électriques résiduels, et faire un qubit  $60s - 61s$  qui vit très longtemps.

## Conclusion

On a un dispositif lourd et complexe mais qui permet de faire beaucoup de belles choses avec des Rydbergs ultra-froids.

## Chapitre III

# Interaction entre atomes de Rydberg sphériques et excitation de gaz dense

### III.1 Régimes d'excitation en nuage dense : blocage et facilitation

#### III.1.1 Rappels sur l'interaction

hamiltonien d'interaction de paire  
approximation de  $N$  atomes comme somme de  $\frac{N(N-1)}{2}$  paires

#### III.1.2 mouvement des atomes au sein d'un gaz dense de Rydberg

traitement classique du mouvement et ordres de grandeurs pertinents

#### III.1.3 Le blocage dipolaire et la facilitation

les deux régimes d'excitation déterminée par les interactions :  
explication du blocage dipolaire, et des effets qui le limitent (ailes de la gaussienne du nuage)  
pourquoi c'est difficile dans un BEC : mention du Pfau shift  
mention de la négligeabilité des excitations de paires ?

### III.2 Spectroscopie optique du nuage

#### III.2.1 Description de la manip

spectres à différents temps d'interaction  
ou  $N_{Rydberg}$  en fonction du temps d'interaction pour différents detunings

#### III.2.2 Données : élargissement de la raie laser par interactions

conséquence de la facilitation

### **III.3 Modèle de la dynamique d'excitation**

#### **III.3.1 Simulations**

modèle d'équation de taux  
résultats de simulations comparés aux manips

#### **III.3.2 Les limites du modèle**

photons thermiques et apparition de niveaux  $p$   
LIRE T. PORTO

### **III.4 Spectroscopie microonde du nuage : voir le mouvement**

#### **III.4.1 Description de la manip**

spectroscopie 60s-57s et son spectre d'excitation : comment cela nous donne accès au spectre des énergies d'interaction  
sonder le nuage à différents moments de son explosion

#### **III.4.2 Données et accord avec les simulations**

présenter les courbes de Raul.IV.3.2

## **Conclusion**

il faut prendre en compte le mouvement, mais aussi les transferts thermiques vers les niveaux  $p$

## Chapitre IV

# Les atomes de Rydberg circulaires en interaction : vers un simulateur quantique

Reprendre le PRX



## Chapitre V

# Des atomes de Rydberg circulaires sur puce

### V.1 Comment exciter des atomes de Rydberg circulaires

#### V.1.1 Les niveaux atomiques du fondamental au Rydberg circulaire schéma de niveaux et Stark maps

#### V.1.2 Spectroscopie 5s-50d

en champ nul et en champ non-nul -> choix de  $m_j$

#### V.1.3 Spectroscopie 50d-50f

en champ nul et en champ non-nul -> choix de  $m_l$  et problème d'élargissement Stark

#### Le passage adiabatique

présenter le principe du passage adiabatique (cf Jay, Brian, Eva) et le dispositif radio-fréquence tel qu'il est chez nous

### V.2 Comment caractériser les atomes de Rydberg circulaires

#### V.2.1 Spectroscopie microonde vers les niveaux voisins

50c-51c et optimisation de la RF

50c-49c ?

#### V.2.2 Temps de vie

temps de vie théorique, temps de vie mesuré, température effective

#### V.2.3 Temps de cohérence

franges de Ramsey

### V.3 Éjectable : Première évidence du piégeage des atomes circulaires

#### V.3.1 Dispositif laser de piégeage

description de l'optique de mise en forme  
et caractérisation du faisceau de piégeage

#### V.3.2 Comment observer le piégeage des atomes circulaires

problème du temps de vie qui empêche d'observer l'absence de chute libre  
comment observer un piégeage de niveaux qui ne vivent pas longtemps ? propositions  
envisagées  
premiers signaux s'ils exsistent

# Conclusion



## Annexes



# References

- [1] P. GOY, J.-M. RAIMOND, M. GROSS et S. HAROCHE, « Observation of Cavity-Enhanced Single Atom Spontaneous Emission », Phys. Rev. Lett. **50**, 1903 (1983).
- [2] T. F. GALLAGHER, *Rydberg Atoms* (Cambridge University Press, Cambridge, 1994).
- [3] P. J. MOHR, D. B. NEWELL et B. N. TAYLOR, « CODATA recommended values of the fundamental physical constants : 2014 », Rev. Mod. Phys. **88**, 035009 (2016).
- [4] C. COHEN-TANNOUDJI, B. DIU et F. LALOË, *Mécanique Quantique*, t. 1 (Hermann, Paris, France, 1977).
- [5] C. COHEN-TANNOUDJI, B. DIU et F. LALOË, *Mécanique Quantique*, t. 2 (Hermann, Paris, France, 1977).
- [6] W. LI, I. MOURACHKO, M. W. NOEL et T. F. GALLAGHER, « Millimeter-wave spectroscopy of cold Rb Rydberg atoms in a magneto-optical trap : Quantum defects of the ns, np, and nd series », Phys. Rev. A **67**, 052502 (2003).
- [7] J. HAN, Y. JAMIL, D. V. L. NORUM, P. J. TANNER et T. F. GALLAGHER, « Rb nf quantum defects from millimeter-wave spectroscopy of cold Rb<sup>85</sup> Rydberg atoms », Phys. Rev. A **74**, 054502 (2006).
- [8] M. MACK, F. KARLEWSKI, H. HATTERMANN, S. HÖCKH, F. JESSEN, D. CANO et J. FORTÁGH, « Measurement of absolute transition frequencies of <sup>87</sup>Rb to nS and nD Rydberg states by means of electromagnetically induced transparency », Phys. Rev. A **83**, 052515 (2011).
- [9] C. FABRE, S. HAROCHE et P. GOY, « Millimeter Spectroscopy in Sodium Rydberg states :Quantum Defects, Fine Structure and PolarisabilityMeasurements », **18**, 229 (1978).
- [10] P. GOY, J.-M. RAIMOND, G. VITRANT et S. HAROCHE, « Millimeter-Wave Spectroscopy in Cesium Rydberg states.Quantum Defects, Fine- and Hyperfine Structure Measurements », **26**, 2733 (1982).
- [11] D. MESCHEDE, « Centimeter-Wave Spectroscopy of Highly Excited Rubidium Atoms », J. opt. Soc. Am. B **4**, 413 (1987).
- [12] W. C. MARTIN, « Series formulas for the spectrum of atomic sodium (Na i) », J. Opt. Soc. Am. **70**, 784 (1980).
- [13] T. F. GALLAGHER et W. E. COOKE, « Interactions of Blackbody Radiation with Atoms », Phys. Rev. Lett. **42**, 835 (1979).

- [14] E. BELORIZKY et W. GORECKI, *Introduction à la mécanique statistique* (Presses universitaires de Grenoble, BIBLMH, 1992).
- [15] J. D. JACKSON, *Classical Electrodynamics*, 2<sup>e</sup> éd. (Wiley, New York, 1975).
- [16] S. RAVETS, H. LABUHN, D. BARREDO, L. BEGUIN, T. LAHAYE et A. BRO-WAEYS, « Coherent dipole-dipole coupling between two single Rydberg atoms at an electrically-tuned Förster resonance », Nat. Phys. **10**, 914 (2014).



## **English title**

---

**Abstract:** English abstract

**Keywords:** English keywords

## **titre en français**

---

**Résumé :** résumé en français

**Mots-clés :** mots clé en français