

ԳՈՐԾՆԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 8

1. Ցույց տալ, որ ցանկացած մատրիցային նորմ համաձայնեցված է որևէ վեկտորական նորմի հետ, այսինքն՝ փոփոխական

$$\|Ax\|_v \leq \|A\|_M \|x\|_v :$$

2. Օգտագործելով l_1 -, l_2 -, l_∞ - վեկտորական նորմերին ստորադրված մատրիցային նորմերի փոփոխական ցույց տալ, որ

$$\|A\|_2^2 \leq \|A\|_1 \|A\|_\infty :$$

3. Ապացուցել, որ

$$\begin{aligned} \|A\| &= n \max_{1 \leq i, j \leq n} |a_{ij}|, \\ \|A\| &= \left(\sum_{i,j=1}^n a_{ij}^2 \right)^{1/2} \end{aligned}$$

մատրիցային նորմերը ստորադրված չեն ոչ մի վեկտորական նորմի:

4. Ապացուցել՝ եթե A -ն դրական որոշյալ մատրից է, ապա $\|x\| = \sqrt{(Ax, x)}$ -ը իրոք նորմ է R^n վեկտորական տարածությունում: Գտնել այդ նորմը $\|x\|_2$ նորմին կապող համարժեքության հաստատությունները:

5. Ապացուցել հետևյալ առնչությունները.

$$a. \quad \frac{1}{n} \|A\|_\infty \leq \|A\|_1 \leq n \|A\|_\infty$$

$$b. \quad \frac{1}{\sqrt{n}} \|A\|_2 \leq \|A\|_\infty \leq \sqrt{n} \|A\|_2$$

$$c. \quad \frac{1}{\sqrt{n}} \|A\|_2 \leq \|A\|_1 \leq \sqrt{n} \|A\|_2$$

6. Ապացուցել՝ եթե

$$|a_{jj}| > \sum_{1 \leq i \leq n, i \neq j} |a_{ij}|, \quad j = 1, \dots, n,$$

ապա $A = [a_{ij}]$ մատրիցը չվերասերված է:

7. Իրական են արդյոք

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0.4 & 0.4 \\ 0.3 & 4 & 0.4 \\ 0.1 & 0.1 & 5 \end{bmatrix}$$

մատրիցի սեփական արժեքները: Տեղայնացնել A մատրիցի սեփական արժեքները:

8. Նիմնավորել այն փաստը, որ

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 12 & 0 & -4 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

մատրիցն ունի առնվազն երկու իրական սեփական արժեք:

9. Դիցուք A մատրիցը օրթոգոնալ ձևափոխությամբ բերվում է

$$Q^T A Q = \begin{bmatrix} 3.05 & -0.06 & 0.02 \\ -0.06 & -6.91 & 0.07 \\ 0.02 & 0.07 & 8.44 \end{bmatrix}$$

տեսքի: Տեղայնացնել A մատրիցի սեփական արժեքները կամ նշել հնարավորինս փոքր միջակայքեր, որոնց դրանք պատկանում են:

10. Պերշգորինի թեորեմի միջոցով ապացուցել, որ հետևյալ մատրիցը դրական որոշյալ է.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1/2 & -1/3 \\ -1 & 3 & -1 & -1/2 \\ 1/2 & -1 & 4 & 2 \\ -1/3 & -1/2 & 2 & 5 \end{bmatrix} :$$