

ԳՈՐԾՆԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 4

1. Տեղայնացնել հետևյալ հավասարումների իրական արմատները.

$$a. \quad x^3 + 2x + 7.8 = 0, \quad b. \quad x + e^x = 0 \quad c. \quad x - \sin(x) = 0.25$$

$$d. \quad 3x - \cos(x) - 1 = 0 \quad e. \quad \cos(x) + 1 - x = 0$$

$$f. \quad x^3 - 6x + 2 = 0 \quad g. \quad x^4 - 4x - 1 = 0$$

$$h. \quad 5x - 8\ln(x) = 8 \quad e. \quad x^2 = \sin(x)$$

2. Ցույց տալ, որ $xe^{-x} = \gamma$ հավասարումը ունի ճիշտ երկու իրական արմատ, եթե $0 < \gamma < e^{-1}$:

3. Նայրնի է, որ $x_* = 1.22$ թիվը $x^4 - x - 1 = 0$ հավասարման արմատի մոտավոր արժեքն է: Գնահատել այդ մոտարկման բացարձակ սխալանքը:

4. Ապացուցել՝ եթե

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

բազմանդամը $x = a$ կետում բավարարում է

$$f(a) > 0, f'(a) > 0, f''(a) > 0, \dots, f^{(n)}(a) > 0$$

պայմաններին, ապա $f(x)$ բազմանդամը a -ից մեծ արմատ չունի:

5. Ճիշտ է արդյոք, որ կիսման մեթոդում

$$|r - x_0| \geq |r - x_1| \geq \dots:$$

6. Սահմանենք d_0, d_1, d_2, \dots հաջորդականությունը հետևյալ կերպ. եթե $[a_n, b_n]$ հատվածի կիսման ընթացքում որպես $[a_{n+1}, b_{n+1}]$ վերցվում է ձախ կեսը, ապա $d_n = 0$, հակառակ դեպքում $d_n = 1$: Կիսման մեթոդի ալգորիթմով որոշվող արմատը արտահայտել սահմանված հաջորդականության միջոցով:

7. Բերել օրինակ, երբ կիսման մեթոդում

$$a_0 = a_1 < a_2 = a_3 < a_4 = a_5 < a_6 = \dots:$$

8. Որոշել հետևյալ հավասարումների իրական արմատների թիվը՝ նշված միջակայքերում.

a. $x^2 - e^x = 0, \quad [-2, 2]$

b. $x - \cos(x) = 0, \quad [-2, 2]$

c. $(x - 2)^2 - \ln(x) = 0, \quad [0.5, 4.5]$

9. Բերել օրինակ (կամ ցույց տալ, որ այդպիսին գոյություն չունի), երբ կիսման մեթոդում

$$a_0 < a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < \dots :$$

10. Ապացուցել, որ

$$x_{n+1} = g(x_n), \quad n = 0, 1, \dots$$

պարզ իտերացիայի մեթոդը, որտեղ

$$g(x) = a \sin^2 x + b \cos^2 x + 1, \quad |a - b| < 1.$$

զուգամիություն է կամայական սկզբնական մոտարկման դեպքում:

11. Տրված է

$$x^2 = a, \quad a > 0$$

հավասարումը: Ցույց տալ, որ

$$x_{n+1} = \frac{a}{x_n}, \quad n = 0, 1, \dots$$

իտերացիոն մեթոդը չի զուգամիություն:

12. Ապացուցել, որ

$$x_{n+1} = \cos x_n, \quad n = 0, 1, \dots$$

պարզ իտերացիայի մեթոդը զուգամիություն է կամայական սկզբնական մոտարկման դեպքում: