ԳՈՐԾՆԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 5

1.Դիցուք

$$x_{n+1} = \sqrt{x_n + 2}, \quad n = 0, 1, \cdots$$
:

Ապացուցել, որ $\lim_{n \to \infty} x_n = 2$ կամայական $x_0 > -2$ սկզբնական արժեքի համար։

2. \\ \ եփագուրել

$$x_{n+1} = \frac{1}{2(1+x_n^2)}, \quad n = 0, 1, \dots$$

պարզ իտերացիայի մեթոդի զուգամիտությունը։

3. Տետագոտել, թե երբ և որ սահմանին են զուգամիտում

$$x_{n+1} = 2^{x_n - 1}, \quad n = 0, 1, \dots$$

իտերացիաները x_0 սկզբնական մոտարկման տարբեր ընտրության դեպքում։

4. \ \ եւրագուրել

$$x_{n+1} = x_n^2 - 2x_n + 2, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

պարզ իտերացիայի մեթոդի զուգամիտությունը` կախված x_0 սկզբնական մոտարկման ընտրությունից։

5.Պարզ իտերացիայի մեթոդը կիրառվում է

$$g(x) = 2 + (x - 2)^4$$

ֆունկցիայի նկապմամբ։ Որոշել այն սկզբնական մոտարկումների միջակայքը, որոնց դեպքում` մեթոդը զուգամիտում է։ Ինչպիսի՞ն կլինի զուգամիտության կարգը։

6. Գանել այն ամենափոքր [a,b] հատվածը, որը պարունակում է $x^3+4x-1=0$ հավասարման առանձնացված արմատ (a-ն և b-ն ամբողջ թվեր են)։ Տավասարումը բերել x=g(x) համարժեք տեսքի այնպես, որ պարզ իտերացիայի մեթոդը x=g(x) հավասարման համար լինի զուգամետ։ Գրել ծրագրային կոդ, որը կգտնի առաննձնացված արմատը` ներմուծված ճշտությամբ։

7. Դիտարկվում է

$$x_{n+1} = Ax_n + B\frac{a}{x_n^2} + C\frac{a^2}{x_n^5}, \quad n = 0, 1, \dots$$

իտերացիոն մեթոդ $\sqrt[3]{a}$ խորանարդ արմատը հաշվելու համար։ Գտնել A,B,C պարամետրերի արժեքները, որոնք ապահովում են մեթոդի զուգամիտության մեծագույն կարգը։

8.Դիցուք r-ը չորս անգամ ածանցելի f(x) ֆունկցիայի պարզ զրոն է։ S աջորդական մուրավորությունները հաշվվում են

$$x_{n+1} = \frac{x'_{n+1} + x''_{n+1}}{2}, \quad n = 0, 1, \dots$$

օրենքով, որտեղ

$$x'_{n+1} = x_n - u(x_n), \quad x''_{n+1} = x_n - \frac{u(x_n)}{u'(x_n)}$$

որտեղ $u(x)\equiv \frac{f(x)}{f'(x)}$ ։ Ցույց տալ, որ եթե x_n հաջորդականությունը ձգտում է r-ի, ապա զուգամիտությունը խորանարդային է։

9.Դիցուք

$$g(x) = x + f(x)\phi(x),$$

որփեղ

$$f(r) = 0, \quad f'(r) \neq 0$$
:

Ի՞նչ պայմանների պետք է բավարարի $\phi(x)$ ֆունկցիան, որպեսզի պարզ իտերացիայի մեթոդի զուգամիտությունը լինի երրորդ կարգի։