

ԳՈՐԾՆԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 7

Ներկյալ արտահայտություններից որո՞նք են առաջադրում վեկտորական նորմ C^n տարածությունում.

1.

$$\max\{|x_2|, |x_3|, \dots, |x_n|\}$$

2.

$$\max\{|x_1 - x_2|, |x_1 + x_2|, |x_3|, \dots, |x_n|\}$$

3.

$$\sum_{i=1}^n |x_i|^3$$

4. Ապացուցել՝ եթե A -ն սիմետրիկ և դրական որոշյալ մատրից է, ապա $\sqrt{(Ax, x)}$ -ը կարելի է ընդունել, որպես x վեկտորի նորմ:

5. Դիտարկենք $A \in R^{n \times n}$ մատրիցի էլեմենտներից կազմված հերկյալ ֆունկցիան.

$$\eta(A) = \max_{i,j} |a_{ij}| :$$

Ցույց տալ, որ $\eta(A)$ -ն մատրիցային տարածության նորմ չէ:

6. Ապացուցել, որ $n\eta(A)$ հանդիսանում է մատրիցային նորմ:

7. Գտնել

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_{n-1} & a_n \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

մատրիցի բնութագրիչ բազմանդամը:

8.Տրված է

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

մափրիցը: Գտնել $B = A^2 - 3A + 2I$ մափրիցի սպեկտրը:

9. $U \in R^{n \times n}$ մափրիցի բոլոր փարրերը հավասար են մեկի: Գտնել այդ մափրիցի սպեկտրը:

10. Գտնել a պարամետրի այն արժեքները, որոնց համար

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a & a \\ a & 1 & a \\ a & a & 1 \end{bmatrix}$$

մափրիցը դրական որոշյալ է:

11. $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ մափրիցի փարրերը արվում են $a_{ij} = \min\{i, j\}$ բանաձևով: Ապացուցել, որ այդ մափրիցը դրական որոշյալ է:

12. Դիցուք $A \in R^{n \times n}$ մափրիցը սիմետրիկ է: Ապացուցել, որ $I + \varepsilon A$ մափրիցը բավականաչափ փոքր ε թվի համար դրական որոշյալ է:

13. Տրված է

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

մափրիցը: Ցույց տալ, որ $(Ax, x) > 0$ ցանկացած $x \neq 0$ վեկտորի համար, սակայն այդ մափրիցը ունի կոմպլեքս սեփական արժեքներ: