

ԳՈՐԾՆԱԿԱՆ ԱՇԽԱՏԱՆՔ 2

1. Ներկյալ մոտավորությունների համար գտնել բացարձակ և հարաբերական սխալանքները, որոշել ստույգ իմաստալից թվանշանների քանակը.

a. $M = 3.141592$, $a = 3.14$

b. $M = 1000000$, $a = 999996$

c. $M = 0.000012$, $a = 0.000009$

d. $M = 2.71828182$, $a = 2.7182$

e. $M = 98350$, $a = 98000$

f. $M = 0.000068$, $a = 0.00006$

2. Տրված է, որ

$$\int_0^{1/2} e^{x^2} dx \approx 0.544987104184 = M :$$

Որոշել այն a մոտավորության ճշգրտությունը՝ իմաստալից ստույգ թվանշանների քանակը, որը ստացվում է ենթինտեգրալ $f(x) = e^{x^2}$ ֆունկցիան դրա թելի վերլուծության առաջին հինգ անդամներով փոխարինելու արդյունքում: Գծել $f(x)$ -ի և փոխարինած ֆունկցիայի գրաֆիկները $0 \leq x \leq 1/2$ հատվածում՝ նույն պատուհանում միևնույն առանցքների վրա և նույն պատուհանում՝ փարբեր առանցքների վրա:

3. Դիցուք դիտարկվում են իրար մոտավորապես հավասար երկու թվեր՝ $p = 3.1415957341$, $q = 3.1415926536$, որոնք ունեն փաստմեկ թվանշանի ճշգրտություն: Նաշվել թվերի փարբերությունը և պարզել՝ քանի իմաստալից ստույգ նիշ ունի փարբերությունը: Մեկնաբանել ճշգրտության կորուստը:

4. Նամենափել

$$f(x) = x(\sqrt{x+1} - \sqrt{x}), \quad g(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$$

Ֆունկցիաների համար $f(500)$ և $g(500)$ արժեքները, որոնք հաշվարկված են վեց թվանշանի և կլորացումների միջոցով:

5. Գրել *script*-ֆայլ, որը կհաշվի համակարգում մեքենայական էպսիլոնը:

6. Օգտագործելով երեք թվանշաններ և կլորացում՝ հաշվել հերկյալ գումարները.

$$a. \sum_{k=1}^6 \frac{1}{3^k} \qquad b. \sum_{k=1}^6 \frac{1}{3^{7-k}} :$$

7. Համեմատել $f(0.01)$ և $P(0.01)$ արժեքները՝ օգտագործելով վեց թվանշան և կլորացումներ, որպեսզի

$$f(x) = \frac{e^x - 1 - x}{x^2}, \quad P(x) = \frac{1}{2} + \frac{x}{6} + \frac{x^2}{24} :$$

8. Դիցուք $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ և $Q(x) = ((x - 3)x + 3)x - 1$: Օգտագործելով երեք թվանշաններ և կլորացումներ՝ հաշվել $P(2.19)$ և $Q(2.19)$ արժեքները և համեմատել իրական $P(2.19) = Q(2.19) = 1.685159$ արժեքի հետ:

9. Երբեմն իմաստավոր ստույգ թվանշանների կորուստից կարելի է խուսափել, որոշ փոփոխություններ իրականացնելով ֆունկցիայի ներկայացման մեջ: Գտնել համարժեք բանաձևեր հետևյալ ֆունկցիաների համար, որոնք կօգնեն խուսափել ճշգրտության կորստից.

a. $\ln(x + 1) - \ln(x)$ մեծ x -երի համար

b. $\sqrt{x^2 + 1} - x$ մեծ x -երի համար

c. $\cos^2(x) - \sin^2(x)$ $x \approx \pi/4$ -ի համար

10. Դիցուք $ax^2 + bx + c = 0$ դիֆարկվող հավասարման համար $a \neq 0$, $b^2 - 4ac > 0$: Երբ $b^2 \gg 4ac$, ապա $\sqrt{D} \approx |b|$: Առաջարկել արմատների հաշվման հաջող բանաձևեր՝ խուսափելու համար արժեքով շատ մոտ թվերի հանման գործողությունից: Այդ բանաձևերի հիման վրա գրել ծրագրային, կոդ, որը հաշվում է ներմուծված քառակուսային բազմանդամի արմատները և կիրառել այն հետևյալ բազմանդամների համար.

a. $x^2 - 1000.001x + 1 = 0$,

b. $x^2 - 10000.0001x + 1 = 0$,

c. $x^2 - 100000.00001x + 1 = 0$

d. $x^2 - 1000000.000001x + 1 = 0$:

11. Իրականացնել հետևյալ հաշվումները.

$$\int_0^{1/4} e^{x^2} dx \approx \int_0^{1/4} \left(1 + x^2 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^6}{3!} \right) dx = a :$$

Հաշվել բացարձակ և հարաբերական սխալանքները (իրական արժեքն է $M = 0.2553074606$):