

知识精炼（二）



主讲人：邓哲也



BZOJ 1013

在 n 维空间中，给出球面上 $n+1$ 个点的坐标，求出球心坐标。

$n \leq 10$

样例：

2

0 0

-1 1

1 0

输出：0.5 1.5

球心就是到球面上任意一点距离都相等的点。

n 维空间中, $n + 1$ 个点可以确定一个球。

我们可以设这个球心的坐标是 $(x[1], x[2], \dots, x[n])$

它到球面上的 $n + 1$ 个点的距离相等。

BZOJ 1013

假设两个点坐标是 $(a[1], a[2], \dots, a[n]), (b[1], b[2], \dots, b[n])$, 半径为 r

$$(a[1]-x[1])^2 + (a[2]-x[2])^2 + \dots + (a[n]-x[n])^2 = r^2$$

$$(b[1]-x[1])^2 + (b[2]-x[2])^2 + \dots + (b[n]-x[n])^2 = r^2$$

两式相减, 得到:

$$(a[1]-b[1])(a[1]+b[1]-2x[1]) + (a[2]-b[2])(a[2]+b[2]-2x[2]) + \dots + (a[n]-b[n])(a[n]+b[n]-2x[n]) = 0$$

BZOJ 1013

$$(a[1]-b[1])(a[1]+b[1]-2x[1]) + (a[2]-b[2])(a[2]+b[2]-2x[2]) + \cdots + (a[n]-b[n])(a[n]+b[n]-2x[n]) = 0$$

$$a[1]^2-b[1]^2-2x[1](a[1]-b[1]) + a[2]^2-b[2]^2-2x[2](a[2]-b[2]) + \cdots + a[n]^2-b[n]^2-2x[n](a[n]-b[n]) = 0$$

可以发现这是 n 元 1 次方程。

BZOJ 1013

现在一共有 $n+1$ 个点。

第 i 个点和第 $i+1$ 个点可以得到一个方程。

总共可以得到 n 个方程。

n 个方程， n 个未知数。

用高斯消元法即可求解。

时间复杂度 $O(n^3)$

下节课再见