知识精炼（一）

主讲人：邓哲也

POJ 3735 Training Little Cats

有 n 只小猫，要执行一些操作序列。

g i：给第 i 只小猫一棵花生

e i：让第 i 只小猫吃掉它的所有花生

s i j：让第 i 只小猫和第 j 只小猫交换他们手里的花生。

现在给你一个长度为 k 的序列，让你反复执行这个序列 m 次。

问最后每只小猫手里的花生数。

$n \leqslant 100$，$k \leqslant 100$，$m \leqslant 10^9$

POJ 3735 Training Little Cats

样例输入：

3 1 6

g 1

g 2

g 2

s 1 2

g 3

e 2

样例输出：

2 0 1

POJ 3735 Training Little Cats

联系矩阵优化递推。

如果我们也能求出一个序列对应的矩阵。

只要求矩阵的 m 次幂即可。

先考虑如何设计状态：

用 a[i] 来表示第 i 只猫的花生数：$\begin{bmatrix} a[1] \\ a[2] \\ \dots \\ a[n] \end{bmatrix}$

POJ 3735 Training Little Cats

给第 i 只猫一个花生对应的转移矩阵？

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{a}[\mathbf{1}] \\ \boldsymbol{a}[\mathbf{2}] \\ \cdots \\ \boldsymbol{a}[\boldsymbol{n}] \end{bmatrix}$$

POJ 3735 Training Little Cats

让第 i 只猫吃完花生对应的转移矩阵？

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{a}[\mathbf{1}] \\ \boldsymbol{a}[\mathbf{2}] \\ \dots \\ \boldsymbol{a}[\boldsymbol{n}] \end{bmatrix}$$

POJ 3735 Training Little Cats

让第 i 只猫和第 j 只猫交换花生对应的转移矩阵？

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{a}[\mathbf{1}] \\ \boldsymbol{a}[\mathbf{2}] \\ \dots \\ \boldsymbol{a}[\boldsymbol{n}] \end{bmatrix}$$

POJ 3735 Training Little Cats

对于前 k 个操作我们只要把转移矩阵乘起来，就得到了 k 次操作整体的转移矩阵。

不过这些操作可以在一个矩阵中完成，可以加速预处理。

POJ 3735 Training Little Cats

g i: A[i][n + 1] ++

e i: A[i][1 .. n+1] = 0

s i j: 交换矩阵的第 i 行和第 j 行。

得到这个矩阵后，求它的 m 次幂，然后乘上初始状态对应的向量，得到的就是答案。

时间复杂度：$O(n^3 \log m)$

下节课再见