

知识精炼（二）



主讲人：邓哲也



POJ 1904 King's Quest

国王有 n 个儿子，同时王国中有 n 个女孩。每个王子都喜欢若干个女孩。现在大臣给出了一个配对表，使得每个王子都和一个女孩结婚。国王想知道他的每个儿子可以和哪些女孩结婚，使得其他每个儿子仍然能选择到他喜欢的女孩结婚。

$n \leq 2000$

输入：

4
2 1 2
2 1 2
2 2 3
2 3 4
1 2 3 4

输出：

2 1 2
2 1 2
1 3
1 4

POJ 1904 King's Quest

如果王子 i 喜欢女孩 j ，则建一条边从 i 指向 j 。

对于大臣给出的配对表，王子 i 和女孩 j 结婚，建一条从 j 到 i 的边。

求强连通分量。

POJ 1904 King's Quest

每个强连通分量中的王子数和女孩数一定是相同的。

因为初始的匹配表中，王子和女孩有两条方向不同的边可以互相到达。

对于每个王子和他喜欢的女孩，如果他们都在同一个强连通分量里，则他们一定能结婚。

POJ 1904 King's Quest

对于强连通分量中的王子 i ，如果他选择了另一个女孩 a 结婚，女孩 a 的原配王子 j 肯定可以找到王子 i 的原配女孩 b 。
因为他们都在同一个强连通分量里。

P0J 1236 Networks of Schools

有一些学校连接到一个计算机网络。这些学校之间达成了一个协议：每个学校维护着一个学校列表，它向学校列表中的学校发布软件。注意，如果学校 B 在学校 A 的列表中，则 A 不一定在 B 的列表中。

任务 A：计算为使得每个学校都能过网络收到软件，至少需要准备多少份软件拷贝。

POJ 1236 Networks of Schools

有一些学校连接到一个计算机网络。这些学校之间达成了一个协议：每个学校维护着一个学校列表，它向学校列表中的学校发布软件。注意，如果学校 B 在学校 A 的列表中，则 A 不一定在 B 的列表中。

任务 B：考虑一个更长远的任务，想确保给任意一个学校发放一个新的软件拷贝，该软件拷贝能发布到网络中的每个学校。为了达到这个目标，必须在列表中增加新成员。计算需要添加新成员的最小数目。

P0J 1236 Networks of Schools

常规做法:

Tarjan求强连通分量

缩点

任务A: 计算为使得每个学校都能过网络收到软件, 至少需要准备多少份软件拷贝。

只需要统计缩完点的图中入度为 0 的点的个数。

P0J 1236 Networks of Schools

任务 B: 想确保给任意一个学校发放一个新的软件拷贝, 该软件拷贝能发布到网络中的每个学校, 需要在列表中添加新成员, 问最少要添加几个。

也就是在缩完点的图中添加最少的边数, 使得他们强连通。

P0J 1236 Networks of Schools

问题变成了：在一个有向无环图上添加多少条边可以使所有的点可以相互到达（形成一个强连通分量）。

结论：入度为 0 的点的个数和出度为 0 的点个数的最大值。

特殊情况：如果最终缩完点后只有一个点，答案是 0。

下节课再见