

知识精炼（一）



主讲人：邓哲也



POJ 2349 Arctic Network

国防部想在北部的前哨之间建立一个无线网络连接这些前哨。在建立网络时使用了两种不同的通信技术：每个前哨有一个无线电收发器，有一些前哨还有一个卫星频道。

卫星频道的个数为 S ，前哨的个数为 P 。

每个前哨的位置是二维平面上的一个点。

P0J 2349 Arctic Network

任何两个拥有卫星频道的前哨之间可以直接通过卫星进行通信，而且卫星通信跟距离和位置无关。否则，两个前哨之间通过无线电收发器进行通信，并且这两个前哨之间的距离不能超过 D 。

试计算 D 的最小值，使得每两个前哨之间至少有一条通信线路。

$S \leq 100$, $P \leq 500$.

样例: (212.13)

```
2 4
0 100
0 300
0 600
150 750
```

P0J 2349 Arctic Network

看到这类满足卫星通讯设备不超过 S 的情况下 D 的最小值。

马上想到可以二分？

转化为假设当前 D 已知，求 S 。

因为随着 D 增大， S 会减小。有单调性，可以二分。

P0J 2349 Arctic Network

在 D 已知的情况下，把距离小于 D 的点对都连上边。

遍历一遍，统计连通块的个数 C 。

显然用 C 个卫星通讯设备就可以满足任意两点间都可直接或间接通讯。

比较 C 和 S 的大小关系，决定二分方向。

问题在 $O(n^2 \log D)$ 的时间复杂度下解决了。

P0J 2349 Arctic Network

有没有感觉还不够优秀？

能不能把二分的这层 $\log D$ 给去掉呢？

P0J 2349 Arctic Network

假设卫星通讯设备 ≤ 1 , D 该如何确定?

最小生成树上的最大边权就是 D !

证明?

反证法!

POJ 2349 Arctic Network

假设有两个卫星通讯设备，D 该如何确定？

最小生成树上的第二大边权就是 D！

因为最大边权 $> D$ ，相当于将最大边断开，最小生成树断成了两个连通块，两个连通块内部最大的边权是 D ，因此内部可以用对讲机通讯。但是两边的点互相通讯只能通过卫星设备。

POJ 2349 Arctic Network

假设有三个卫星通讯设备， D 该如何确定？

最小生成树上的第三大边权就是 D ！

因为最大边权 和 次大边权 都大于 D ，相当于将这两条边断开，形成了三个连通块。与前面同理。

P0J 2349 Arctic Network

以此类推。

我们只要先求出最小生成树，然后对卫星设备个数进行判断：

若 $S \leq 1$ ，输出最小生成树上的最大边。

若 $S > 1$ ，输出最小生成树上第 S 大的边即可。

使用 Prim 算法，时间复杂度为 $O(n^2)$ ，完美解决这道题。

下节课再见