

知识精炼（一）



主讲人：邓哲也



HDU 1561 The more, The better

ACboy很喜欢玩一种战略游戏，在一个地图上，有N座城堡，每座城堡都有一定的宝物，在每次游戏中ACboy允许攻克M个城堡并获得里面的宝物。但由于地理位置原因，有些城堡不能直接攻克，要攻克这些城堡必须先攻克其他某一个特定的城堡。你能帮ACboy算出要获得尽量多的宝物应该攻克哪M个城堡吗？

$N \leq 200$

Sample Input

```
3 2  
0 1  
0 2  
0 3  
7 4  
2 2  
0 1  
0 4  
2 1  
7 1  
7 6  
2 2  
0 0
```

Sample Output

```
5  
13
```

HDU 1561 The more, The better

简化题意：

在一棵树上有 n 个点，每个点有点权。

找出一棵 m 个点的子树，使它的点权和最大。

很容易想到一个表示状态的方法：

$f[i][j]$ 表示在子树 i 中取 j 个点的最大值。

HDU 1561 The more, The better

如何从子节点的状态合并到父节点呢？

假设 i 有 k 个子节点，分别有 $sz[1]$, $sz[2]$, \dots , $sz[k]$ 个节点。

相当于有 k 个盒子，第 i 个盒子里有 $sz[i]$ 个节点。

要从这 k 个盒子里取出 j 个节点，去更新 $f[i][j]$

HDU 1561 The more, The better

$$f[i][1] = v[i]$$

然后枚举 i 的所有子节点:

$$f[i][j] = \max(\max(f[i][j-k] + f[v][k]) \mid 1 \leq k < j) \\ \mid v \text{ 是 } i \text{ 的子节点})$$

HDU 1561 The more, The better

时间复杂度分析：

每次从子节点更新当前点的状态需要 $O(n^2)$

总时间复杂度 $O(n^3)$

小优化：f[i][j] 中 j 小于等于子树 i 中的节点总数。

HDU 1561 The more, The better

```
void dfs(int u) {  
    f[u][1] = w[u];  
    sz[u] = 1;  
    for (int i = h[u]; i != -1; i = e[i].next) {  
        dfs(e[i].v);  
        sz[u] += sz[e[i].v];  
    }  
    ...  
}
```

HDU 1561 The more, The better

...

```
for (int i = h[u]; i != -1; i = e[i].next) {  
    int v = e[i].v;  
    for (int s = min(m, sz[u]); s >= 1; s --)  
        for (int j = 1; j < min(s, sz[v]); j ++)  
            f[u][s] = max(f[u][s], f[u][s-j]  
+ f[v][j]);  
}
```


P0J 2342 Anniversary party

某公司要举办一次晚会，但是为了使得晚会的气氛更加活跃，每个参加晚会的人都不希望在晚会中见到他的直接上司，现在已知每个人的活跃指数和上司关系（不存在环），求邀请哪些人（多少人）来能使得晚会的总活跃指数最大。

$1 \leq N \leq 6000$

Sample Input

```
7
1
1
1
1
1
1
1
1
1
1
1 3
2 3
6 4
7 4
4 5
3 5
0 0
```

Sample Output

5

P0J 2342 Anniversary party

每个点都有两种决策：选或者不选。

用 $f[i][1]$ 表示选了 i 之后，子树 i 中能产生的最大活跃值。

用 $f[i][0]$ 表示不选 i 之后，子树 i 中能产生的最大活跃值。

每个人不能和上司同时出现，思考转移。

P0J 2342 Anniversary party

如果 i 来了, 那 i 的下属全都不能来:

$$f[i][1] = \text{sum}(f[j][0]) \quad (j \text{ 是 } i \text{ 的下属})$$

如果 i 没来, 那么 i 的下属来不来都行:

$$f[i][0] = \text{sum}(\max(f[j][0], f[j][1]));$$

下节课再见