知识精炼(二)

全 主讲人:邓哲也



给定 n 个小串,构造一个长度为 m 的大串。

一个串合法当且仅当包含至少一个小串。

问合法串的数目。

N≤60, 所有文本长度都不会超过100, 只含有大写字母。

样例输入:

2 2

A

В

样例输出:

100

把所有的小串插入 AC 自动机。

对于 AC 自动机的节点,计算出从根到每个节点是否会经过至少一个小串,然后在上面 dp 即可。

f[v][n][x]:

v=1当前经过至少一个小串, v=0表示没有

- n 表示当前构造的串长
- x 表示现在在 AC 自动机的 x 节点上

首先计算出 cnt[x] 表示 AC 自动机上从根走到 x 的路径上是否会经过至少一个小串。

这个可以在 BFS 计算 fail 指针的时候计算。

```
插入 Trie 树:
for (int i = 1; i \le n; i ++) {
      scanf("%s", s);
      int x = 0;
      for (int j = 0; s[j]; j ++) {
           if (!ch[x][s[j] - 'A']) ch[x][s[j] - 'A'] =
tot ++;
           x = ch[x][s[j] - 'A'];
     cnt[x] = 1;
```

```
BFS 遍历求 next 指针:
int s = 0, e = 1;
q[0] = next[0] = 0;
while (s < e) {
      int x = q[s ++];
      cnt[x] |= cnt[next[x]];
      for (int j = 0; j < 26; j ++)
            if (ch[x][j]) {
                  q[e ++] = ch[x][j];
                  next[ch[x][j]] = (!x) ? 0 : ch[next[x]][j];
            else ch[x][j] = ch[next[x]][j];
```

```
看 f[v][n][x] 可以转移到哪些节点:

对于 26 条出边: x → next[x][k] (0 ≤ k ≤ 25)
记 y = next[x][k]

f[v | cnt[y]][n + 1][y] += f[v][n][y]
```

```
DP 统计:
f[0][0][0]=1;
for (int i=0; i \le m; i++)
    for(int o=0;o<=1;o++)
             for (int j=0; j<tot; j++)
                  if(f[o][i][j])
                       for (int k=0; k<26; k++) {
                          int x=ch[j][k];
                          f[o|cnt[x]][i+1][x]=(f[o|cnt[x]][i+1][x]+f[o][i][j])
%10007;
```

统计答案:

```
int ans = 0;
for (int i = 0; i < tot; i ++)
    ans = (ans + f[1][m][i]) % 10007;</pre>
```

时间复杂度 0(26mL), L为所有字符串的长度之和。

可以注意到状态的转移可以写成矩阵乘法的形式。

用矩阵乘法快速幂来加速 dp 的转移。

时间复杂度 0(26L3 log m), L为所有字符串的长度之和。

下节课再见