

矩阵乘法优化递推



主讲人：邓哲也



POJ 3070 Fibonacci

求 Fibonacci 数列的第 n 项，对 m 取模后的结果。

$$F_0 = 0, F_1 = 1, F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ for } n \geq 2$$

POJ 3070 Fibonacci

这节课我们就来讲一讲怎么用矩阵乘法来优化递推式。

给一个递推式 $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ ，朴素的计算它是线性的。

看一看矩阵在其中能起到什么样的作用呢。

POJ 3070 Fibonacci

这节课我们就来讲一讲怎么用矩阵乘法来优化递推式。

给一个递推式 $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ ，朴素的计算它是线性的。

看一看矩阵在其中能起到什么样的作用呢。

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{n-1} \\ F_{n-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_n \\ F_{n-1} \end{bmatrix}$$

我们只要计算这个转移矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ 的 n 次幂就可以了。

POJ 3070 Fibonacci

如果是 $F_n = aF_{n-1} + bF_{n-2} + cF_{n-3}$ 呢?

POJ 3070 Fibonacci

如果是 $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ ，但是让你求 $F_1 + F_2 + \dots + F_n$ ？

POJ 3070 Fibonacci

如果是 $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ ，但是让你求 $F_1^2 + F_2^2 + \dots + F_n^2$?

下节课再见