

知识精炼（一）



主讲人：邓哲也



Z0J2770 火烧连营

- 陆逊派了很多密探，获得了他的敌人——刘备军队的信息。通过密探，他知道刘备的军队已经分成几十个大营，这些大营连成一片（一字排开），从左到右用 $1, 2, \dots, n$ 编号。
- 第 i 个大营最多能容纳 $C[i]$ 个士兵。而且通过观察刘备军队的动静，陆逊可以估计到从第 i 个大营到第 j 个大营至少有多少士兵。
- 现在希望你估计出刘备最少有多少士兵。
- $n \leq 1000, m \leq 10000$ 。
- 样例：（输出 1300）
- 3 2
- 1000 2000 1000
- 1 2 1100
- 2 3 1300

Z0J2770 火烧连营

- 3 2
- 1000 2000 1000
- 1 2 1100
- 2 3 1300
- 设 3 个军营的人数分别为 $A[1]$, $A[2]$, $A[3]$, 容量为 $C[1]$, $C[2]$, $C[3]$, 前 n 个军营的总人数为 $S[n]$ 。
- 试着列出所有不等式。

Z0J2770 火烧连营

- 3 2
- 1000 2000 1000
- 1 2 1100
- 2 3 1300
- 对于 2 条观察：
 - $S[2] - S[0] \geq 1100$
 - $S[3] - S[1] \geq 1300$
- 当然它们也不能超过这些兵营容量之和：
 - $S[2] - S[0] \leq 3000$
 - $S[3] - S[1] \leq 3000$

Z0J2770 火烧连营

- 3 2
 - 1000 2000 1000
 - 1 2 1100
 - 2 3 1300
-
- 每个兵营的实际人数也不能超过容量:
 - $A[1] \leq 1000 \Rightarrow S[1] - S[0] \leq 1000$
 - $A[2] \leq 2000 \Rightarrow S[2] - S[1] \leq 2000$
 - $A[3] \leq 1000 \Rightarrow S[3] - S[2] \leq 1000$

Z0J2770 火烧连营

- 3 2
- 1000 2000 1000
- 1 2 1100
- 2 3 1300
- 每个兵营的实际人数要非负：
 - $A[1] \geq 0 \Rightarrow S[1] - S[0] \geq 0$
 - $A[2] \geq 0 \Rightarrow S[2] - S[1] \geq 0$
 - $A[3] \geq 0 \Rightarrow S[3] - S[2] \geq 0$

Z0J2770 火烧连营

- 3 2
 - 1000 2000 1000
 - 1 2 1100
 - 2 3 1300
-
- 本题要求的是 $A[1] + A[2] + A[3]$ 的最小值。
 - 即 $S[3] - S[0]$ 的最小值。

Z0J2770 火烧连营

- 构造有向图:
 - 把不等式全部转化为 $S[i] - S[j] \leq c$ 的形式
 - 然后由 j 往 i 连一条有向边, 权值为 c

$$S[0] - S[2] \leq -1100$$

$$S[1] - S[3] \leq -1300$$

$$S[2] - S[0] \leq 3000$$

$$S[3] - S[1] \leq 3000$$

$$S[1] - S[0] \leq 1000$$

$$S[2] - S[1] \leq 2000$$

$$S[3] - S[2] \leq 1000$$

$$S[0] - S[1] \leq 0$$

$$S[1] - S[2] \leq 0$$

$$S[2] - S[3] \leq 0$$

Z0J2770 火烧连营

- 构造好网络之后，要求的是 $S[3] - S[0]$ 的最小值，即 $S[3] - S[0] \geq M$
- M 要取最大值， $S[0] - S[3] \leq -M$
- 即求 3 到 0 的最短路径，长度为 $-M$

Z0J2770 火烧连营

- 题目中还会出现无解的情况。
 - 3 1
 - 100 200 300
 - 2 3 600
-
- 也就是我们需要判断一下图中是否有负环。
 - 于是用 Bellman-Ford 或 SPFA 算法就可以轻松解决此题。

下节课再见