知识精炼(二)

全 主讲人:邓哲也



给定一颗 n 个节点的树, 每条边的边权为 1.

对于每个点, 求出离这个点距离不超过 K 的点的个数。

 $N \le 500000, K \le 10$

先来考虑对于每个点 i, 离 i 距离不超过 k 的子孙节点有多少个。

记为 f[i][k]

显然有 f[i][k] = sum(f[j][k-1]) (j 是 i 的子节点)

稍微麻烦的一点就是离 i 距离不超过 k 的点可能不在 i 的 子树中。

第一种可能: 从兄弟节点转移过来

f[i][k] += f[j][k - 2] (j 是 i 的兄弟节点)

稍微麻烦的一点就是离 i 距离不超过 k 的点可能不在 i 的 子树中。记为 g[i][k] 第一种可能: 从兄弟节点转移过来 g[i][k] += f[j][k - 2] (j 是 i 的兄弟节点) 记 sum[fa[i]] = sum(f[j][k - 2]) (j 是 fa[i] 的子节 点) 这样就不用枚举 i 的兄弟节点,直接 g[i][k] += sum[fa[i]] - f[i][k - 2]

第二种: 从父亲节点转移过来

$$g[i][j] += g[fa[i]][j-1]$$

这时一次 dfs 就不够了, 因为计算 g 需要先计算 f。

f是从孩子往父亲更新的。

g是从父亲往孩子更新的。

而且更新 g 的时候需要 f 的值。

因此需要 dfs 两次。

```
void dfs1(int u, int fa) {
      for (int i =h[u]; i != -1; i = e[i]. next) {
            int v = e[i].v;
            if (v == fa) continue;
            dfs1(v, u);
            for (int j = 0; j \le K; j ++) {
                   if (j > 0) f[u][j] += f[v][j - 1];
                  sum[u][j] += f[v][j];
```

```
void dfs2(int u, int fa) {
      if (fa)
            for (int j = 1; j \le K; j ++)
                  g[u][j] += g[fa][j-1];
      for (int j = 2; j \le K; j ++)
            if (j \ge 2 \&\& fa)
                   g[u][j] += sum[fa][j - 2] - f[u][j
- 2];
      for (int i = h[u]; i != -1; i = e[i]. next)
            if (e[i].v != fa)
                  dfs2(e[i].v, u);
```

```
初始条件: f[i][0] = g[i][0] = 1
调用 dfs1(1, 0); dfs2(1, 0);
第 i 个点的答案就是 f[i][K] + g[i][K] - 1
时间复杂度 0(n)
```

下节课再见