

Boruvka算法



主讲人：邓哲也



大纲

Boruvka算法思想

Boruvka算法执行过程

Boruvka算法时间复杂度

Boruvka算法思想

Boruvka 算法是最古老的一个最小生成树算法。

思想类似于 Kruskal 算法。

可以简单的分为两步：

1. 对图中各顶点，将与其关联、具有最小权值的边选入最小生成树，得到的是由最小生成树子树构成的森林。
2. 在图中陆续选择可以连接两颗不同子树且具有最小权值的边，将子树合并，最终构成最小生成树。

Boruvka算法执行过程

给定一个连通无向图 G ，先初始化一个森林 F 满足每个元素都是包含一个顶点的树

当 F 含有多个连通块时，进入 3

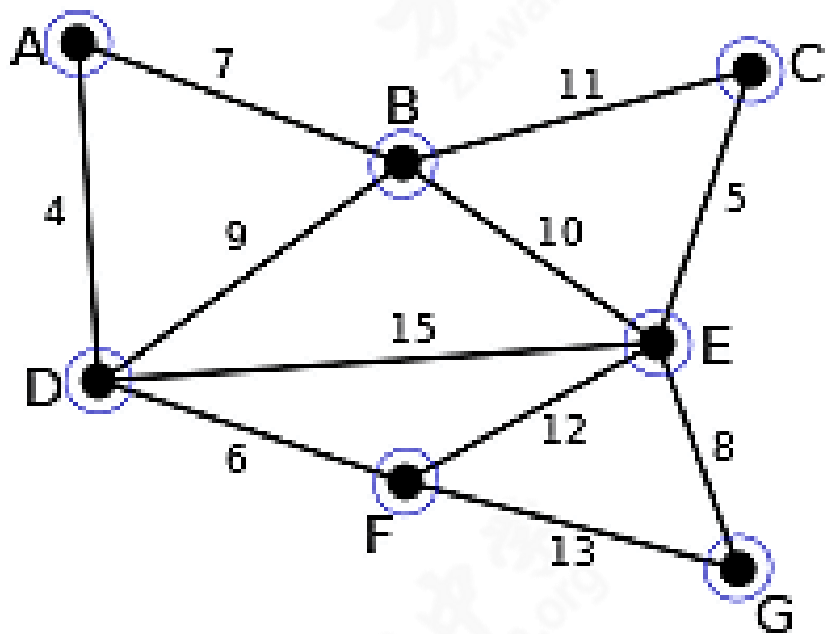
枚举 G 中的每一条边 (u, v) (u, v 来自不同的连通块)，更新 u 和 v 所在连通块 到 其他连通块的 最小边权。

对于每个连通块，如果存在一个到其他连通块的最小边权，就把这条边加入 T 。

重复 2，直到 F 只有一个连通块。此时 F 就是 G 的最小生成树。

Boruvka算法执行过程

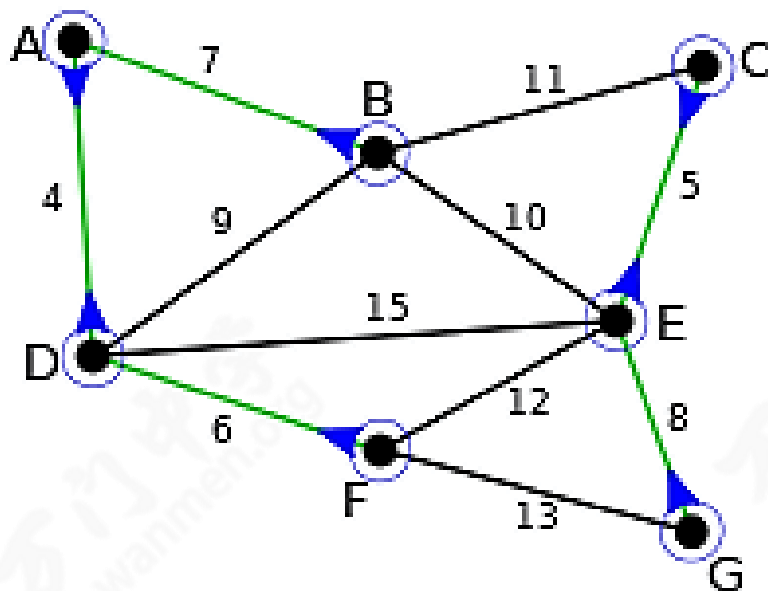
初始化 G。每个点自成一个连通块。



Boruvka算法执行过程

在第一轮循环中，每个连通块到其他连通块的最小边都用箭头标出了。

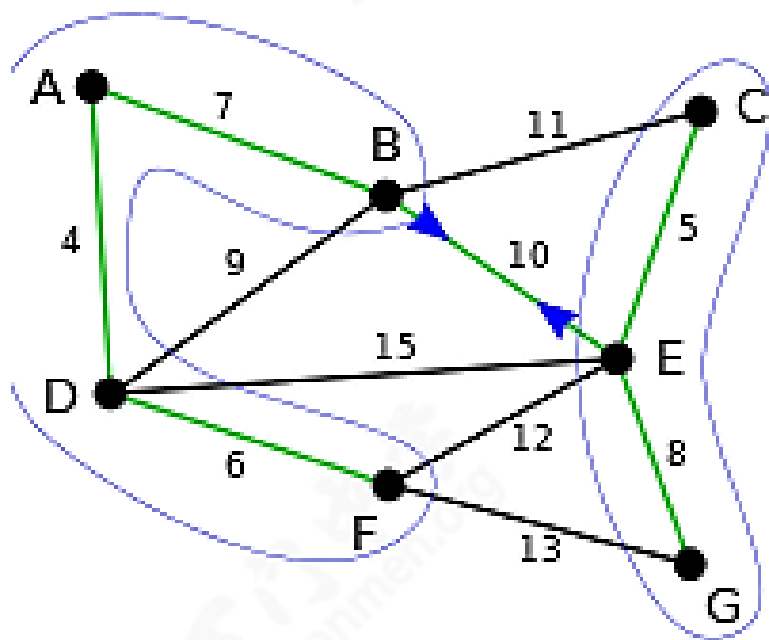
连接它们后，可以看到图中只剩两个连通块： $\{A, B, D, F\}$ 和 $\{C, E, G\}$ 。



Boruvka算法执行过程

在第二轮循环中，这两个连通块之间最短的边已经标出。

连接 (B, E) 后图中只剩一个连通块了，算法结束。



Boruvka算法时间复杂度

Boruvka 算法在最坏情况下最外层需要循环 $O(\log |V|)$ 次。

因此每次合并使用并查集的话，每次枚举 $|E|$ 条边，时间复杂度为 $O(|E| \log |V|)$ 。

下节课再见