

无向图的边连通性



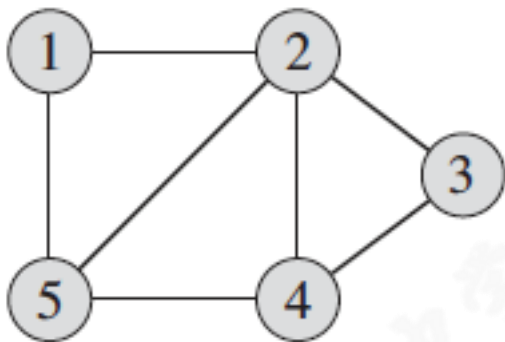
主讲人：邓哲也



边连通性

边连通性，顾名思义，就是与边有关的连通性。

研究无向图的边连通性，通常是通过删除无向图中的若干条边后，观察和分析剩下的无向图连通与否。



割边集与边连通度

设 E' 是连通图 G 的边集的子集，若在 G 中删除 E' 后图不连通，则称 E' 是 G 的**割边集**。

如果割边集 E' 的任何真子集都不是割边集，则称 E' 为**极小割边集**。

边数最小的极小割边集称为**最小割边集**。

最小割边集中边的个数，称作图 G 的**边连通度**。

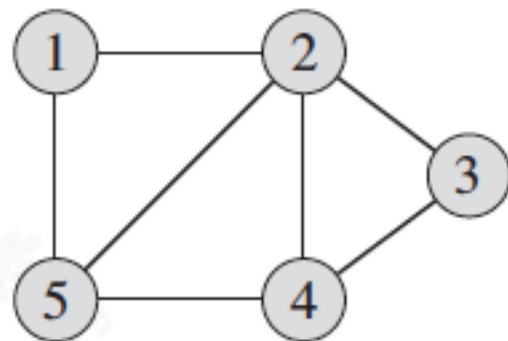
割边集与边连通度

割边集: $\{(1, 5), (2, 5), (4, 5)\}, \{(2, 3), (3, 4)\}$

极小割边集: $\{(1, 2), (2, 5), (5, 4)\}$

最小割边集: $\{(2, 3), (3, 4)\}$

边连通度: 2



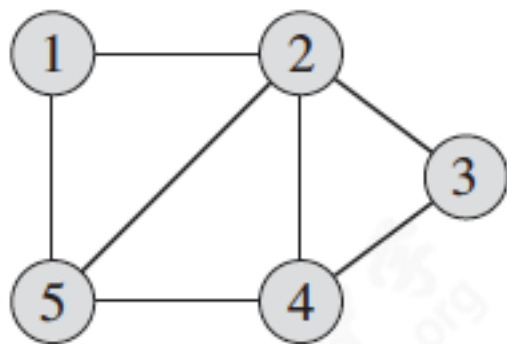
割边

若割边集中只有一条边，则这条边可以称为**割边**或**桥**。

另一种定义：在一个无向图 G 中，当删去 G 中的某条边 e 之后，若图分成了两个或两个以上的连通分量，则称 e 为**割边**或**桥**。

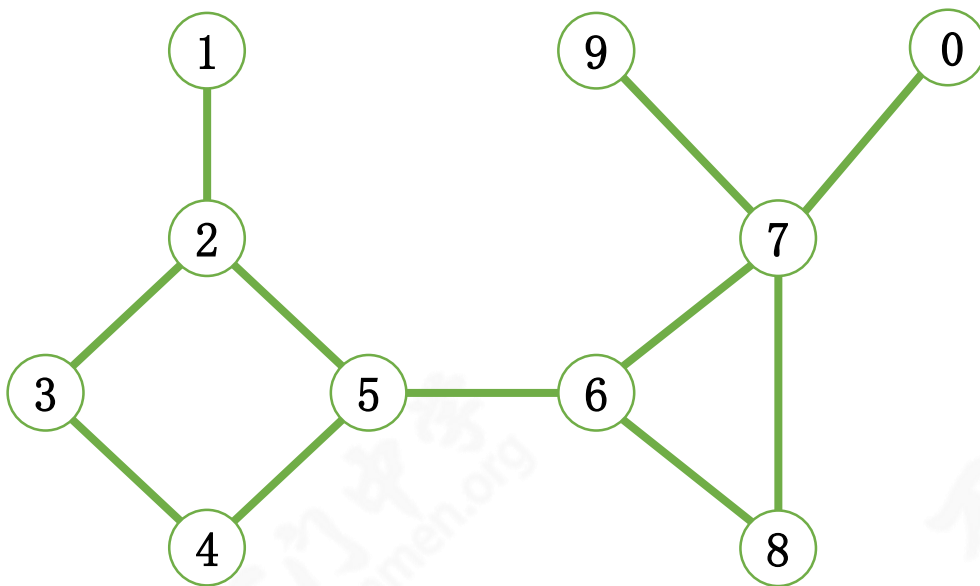
边双连通图

如果一个无向图 G 没有桥（边连通度大于 1），则称 G 为**边双连通图**。边双连通图，顾名思义，就是说这张图中任何一对顶点之间至少存在 2 条无公共边的路径。因此在删除任意一条边时，也不会破坏图的连通性。比如下图中，1 到 3 就有两条不相交的路径：1→2→3，1→5→4→3。



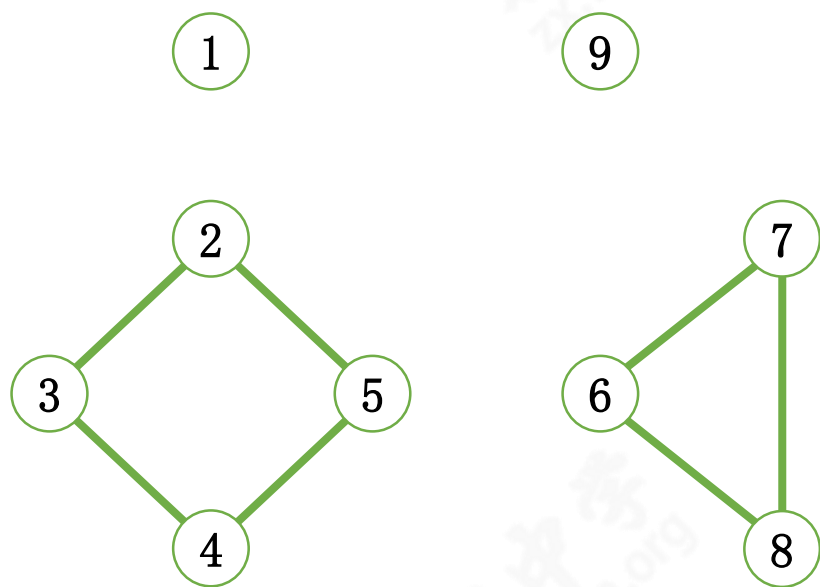
边连通分量

一个连通图 G 如果不是边双连通图，那么它可以包含几个**边双连通分量**。一个连通图的边双连通分量是该图的极大边双连通子图，在边双连通分量中**不存在桥**。



边双连通分量

可以看出，在连通图中，把割边删除，则连通图变成了多个连通分量，
每个连通分量就是一个边双连通分量。



下节课再见