

知识精炼（二）



主讲人：邓哲也

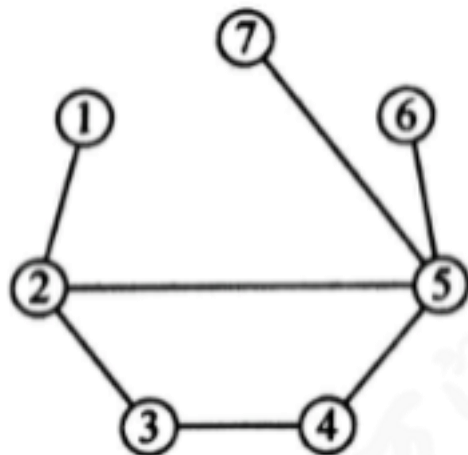


P0J 3177 多余的路

有 F 个牧场，给定现有的 R 条直接连接两个牧场的路，计算至少需要新修多少条直接连接两个牧场的路，使得任何两个牧场之间至少有两条独立的路。两条独立的路是指两条没有公共边的路，但可以经过同一个中间顶点。

$F \leq 5000$, $F - 1 \leq R \leq 10000$

输入:	4 5
7 7	5 6
1 2	5 7
2 3	输出:
3 4	2
2 5	

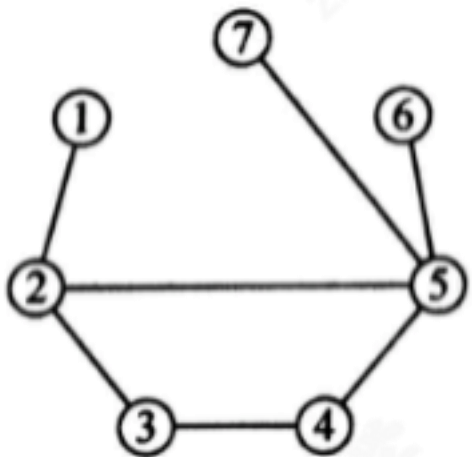


P0J 3177 多余的路

回忆一下什么情况下对于任意两个点之间都有两条以上的独立的路径？

当整个图是一个边双连通分量时。

所以题目变成了给定一张图，问最少加几条边使得整张图边双连通。



P0J 3177 多余的路

注意到图中本来可能已经存在边双连通分量，在一个边双连通分量内部肯定不需要加边，所以我们可以把它们都缩成一个点。

缩点过程：

用 Tarjan 算法求出每个点属于哪个边双连通分量，记为 $id[i]$ ，设总共有 c 个边双连通分量。

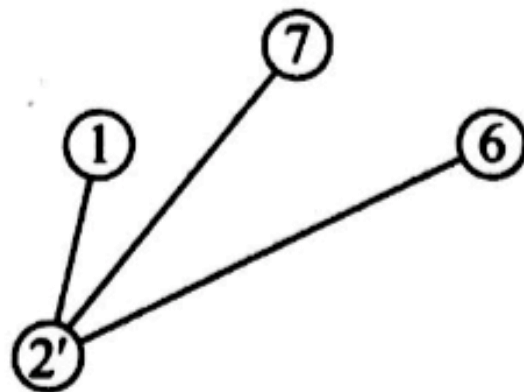
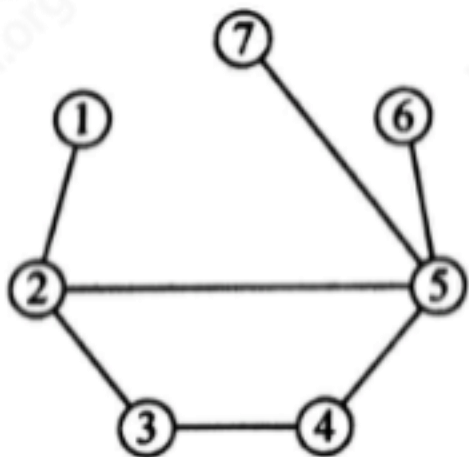
新建一张只有 c 个点的图。

枚举所有的边 (u, v) ，如果 $id[u] == id[v]$ ，丢弃这条边，否则加一条 $id[u]$ 到 $id[v]$ 的边。

P0J 3177 多余的路

缩点之后，得到的新图一定是颗树。

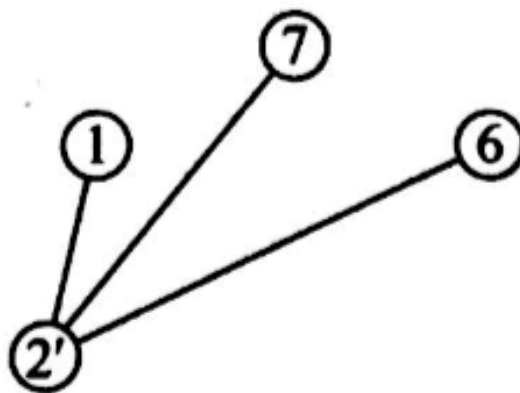
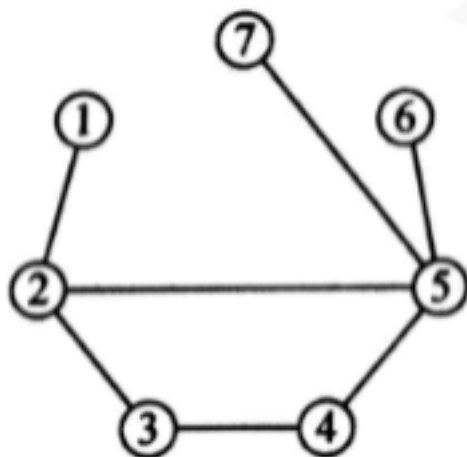
树边是原图中的桥。



P0J 3177 多余的路

问题变成了在树上最少加多少条边使得图能变为双连通图。

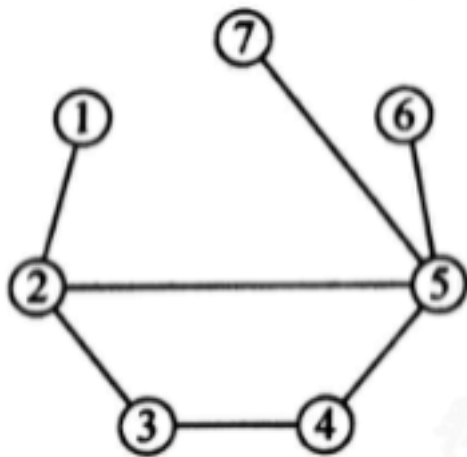
答案是 (树中度数为 1 的节点数 + 1) / 2



HDU 4612 Warm up

给定一个 n 个点 m 条边的无向图。请你加一条边，使得新图上的桥数目最少。

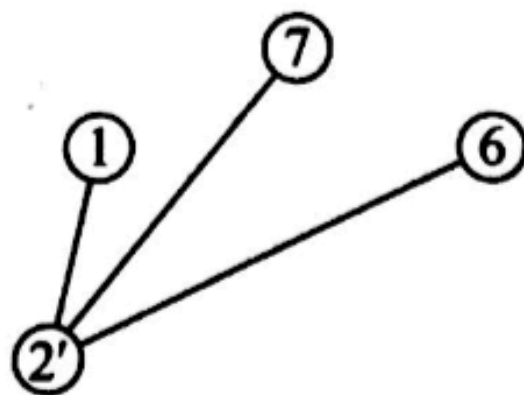
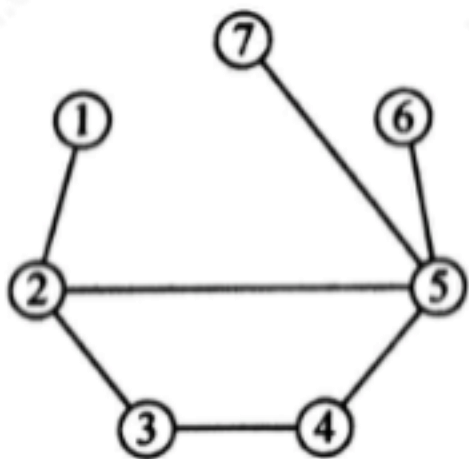
$n \leq 200000$, $m \leq 1000000$



HDU 4612 Warm up

碰到这类问题，还是想到先用 Tarjan 求出边双连通分量缩掉。

注意树上的边就是原来的桥边。

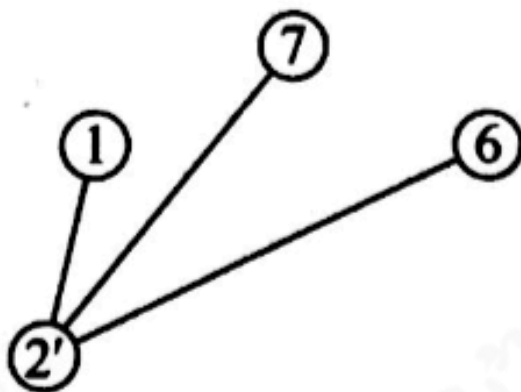
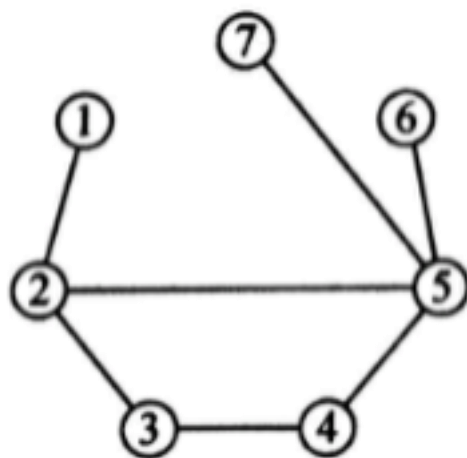


HDU 4612 Warm up

我们在树中选两个点 u , v 连起来

那么原来树上 u 到 v 的路径上的这些边都不再是桥边了，因为它们和新边称为了一个环。

因此这样就能减少这么多桥。



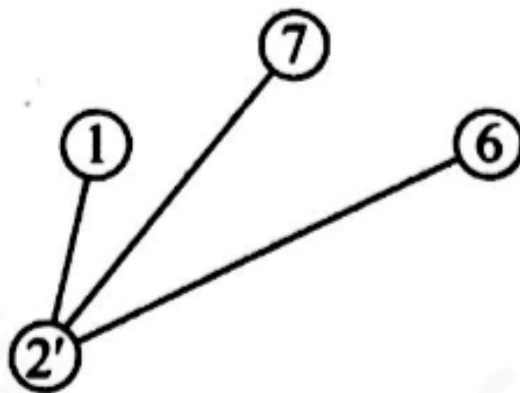
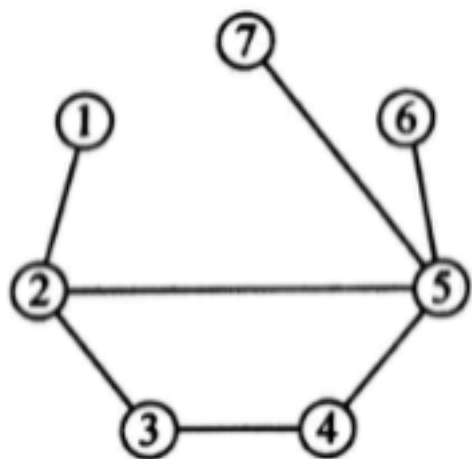
HDU 4612 Warm up

我们希望减少的桥边越多越好，因此肯定要选出树上的一条最长路。

求树上的最长路：

树上 DP

两遍 DFS。



HDU 4612 Warm up

树上dp:

任取一个点为根 r 。

对每个点 i 记录从它开始往子节点走的最长路 $f[i]$, 和次长路 $g[i]$ 。

(要求两条路上只能有 i 一个共同点)

用子节点的 f 和 g 数组更新当前节点的 $f[i]$ 和 $g[i]$ 。

最后答案就是 $f[r] + g[r]$ 。

HDU 4612 Warm up

两遍 DFS:

任取一个点作为源点, 进行 DFS, 记录到源点的距离 $d[]$.

选择 $d[]$ 最大的点进行 DFS, 记录到新的点的距离 $f[]$.

$f[]$ 的最大值就是树上的最长链。

下节课再见