

知识精炼（一）



主讲人：邓哲也



Codeforces 17E

给出一个字符串 s 。

求 s 有多少对相交的回文子串。包含也算作相交。

如 `babb` 一共有 6 对相交的回文子串：

$s[1..1]$ and $s[1..3]$

$s[1..3]$ and $s[2..2]$

$s[1..3]$ and $s[3..3]$

$s[1..3]$ and $s[3..4]$

$s[3..3]$ and $s[3..4]$

$s[3..4]$ and $s[4..4]$

$$|s| \leq 2 \cdot 10^6$$

统计不相交的回文子串对数。

不相交的回文子串假设端点分别为 x_1, y_1, x_2, y_2

那么一定有 $x_1 \leq y_1 < x_2 \leq y_2$

我们只要统计出以 i 为起点的回文串个数 $st[i]$ ，和以 i 为终点的回文串个数 $ed[i]$ 。

然后计算：

$$\sum_{i=1}^n ed[i] \sum_{j=i+1}^n st[j]$$

在使用 manacher 算法的时候, 对每个 i 都计算出了 $p[i]$
那么我们就要把 $[i-p[i], i+p[i]]$ 这个极大回文子串对 st
和 ed 的贡献算进去。

对于 $st: [i-p[i], i]$ 这些点每个位置都要 $+1$

对于 $ed: [i, i+p[i]]$ 这些点每个位置都要 $+1$

只需要通过差分转化为单点修改即可。

最后用总的回文子串对数减去不相交的回文子串对数即是答案。

BZOJ 2565

定义双回文串 T ，满足存在 $T = ab$ ，其中 a 和 b 都是回文串。

给定字符串 S ，求一个 S 的最长的双回文子串 T 。

$$|S| \leq 10^6$$

一个简单的想法，我们可以枚举 ab 中间的分界线。

然后两边分别计算能延伸出去的最长回文子串长度，然后相加即可。

先考虑如何计算向左延伸的最长回文子串长度，向右的类似。

可以发现，向左的最长回文子串一定是 manacher 算法中 mx 第一次覆盖的时候。

证明：设结尾为 i 的最长回文串的中点为 p ，半径为 R

假设此时 mx 未覆盖 i ，那么 $p + R > mx$ 与 mx 的定义矛盾；

假设 mx 已经覆盖 i ，覆盖 i 的时候中点在 p_1 ，半径为 r_1 ，若存在 p_2 ，使得 $i - p_2 > i - p_1$ ，那么 p_2 一定在 p_1 之前，而此时 i 未被覆盖，矛盾。

BZOJ 2565

因此每次更新 mx 的时候，把 mx 对应的 $lmax$ 赋值即可。

时间复杂度 $O(n)$

倒过来就可以求一遍 $rmax$ 。

最后取 $lmax[i] + rmax[i + 1]$ 的最大值即为答案。

下节课再见