

知识精炼（五）



主讲人：邓哲也



Codeforces 451E. Devu and Flowers

有 n 个盒子，每个盒子里有 $f[i]$ 朵一样的花。

不同盒子里的花种类不同。

问取出 s 朵花的不同方案数。

$$n \leq 20, s \leq 10^{14}, 0 \leq f_i \leq 10^{12}$$

样例：

$$n = 2, s = 3, f = [1, 3] \text{ 答案}=2$$

$$n = 2, s = 4, f = [2, 2] \text{ 答案}=1$$

$$n = 3, s = 5, f = [1, 3, 2] \text{ 答案}=3$$

Codeforces 451E. Devu and Flowers

可以发现这题就是求 $x_1 + x_2 + \dots + x_n = s$ 的带限制的方案数。

限制是 : $0 \leq x_i \leq f_i$

Codeforces 451E. Devu and Flowers

显然需要使用容斥原理。

先忽视所有的限制，求出 $x_1 + x_2 + \dots + x_n = s$ 的非负整数解的个数，也就是 $C(s + n - 1, n - 1)$

然后我们枚举至少一个超过限制的：也就是固定

$x[i] = f[i] + 1$ ，然后 $s -= f[i] + 1$ ，剩下 n 个位置随便放，

也就是 $C(s - f[i] - 1 + n - 1, n - 1)$

然后枚举至少两个超过限制的……

依次类推

HDU 6143 Killer Names

答案就是至少 0 个超过限制的 - 至少 1 个超过限制的 +
至少 2 个超过限制的 - ...

因为 $n \leq 20$ ，所以我们一共要枚举 2^{20} 种情况。

可以使用状态压缩 or Dfs

HDU 6143 Killer Names

```
int calc(long long n, int m) {  
    int ans = 1;  
    for (long long i = n - m + 1; i <= n; i++)  
        ans = 1LL * ans * (i % p) % p;  
    ans = 1LL * ans * inv % p;  
    return ans;  
}  
  
inv = pow((n-1)!, p - 2)
```

HDU 6143 Killer Names

```
int ans = 0;
for (int i = 0; i < (1 << n); i++) {
    int cnt = 0;
    long long sum = s;
    for (int j = 0; j < n; j++)
        if (i >> j & 1) ++cnt, sum -= a[j] + 1;
    if (sum >= 0) {
        sum = calc(sum + n - 1, n - 1);
        if (cnt & 1) sum = -sum;
        ans = (ans + sum) % p;
    }
}
ans = (ans + p) % p;
```

下节课再见