

知识精炼（四）



主讲人：邓哲也



Codeforces 960E Alternating Tree

给出 n 个节点的一棵树，每个点有点权 V

对于一条路径 $u_1 \rightarrow u_2 \rightarrow u_3 \rightarrow \dots u_{m-1} \rightarrow u_m$

他的权值是：

$$A(u_1, u_m) = \sum_{i=1}^m (-1)^{i+1} \cdot V_{u_i}$$

求所有路径的权值之和。

$n \leq 200000$

Codeforces 960E Alternating Tree

对于偶数长度的路径

从 x 到 y 和 从 y 到 x 对答案的贡献会抵消。

因此只需要考虑奇数长度的路径

考虑每个点对答案的贡献。

也即有几条路径它会被加，有几条路径它会被减。

Codeforces 960E Alternating Tree

对于节点 i 。

有两种情况：路径在子树 i 中、路径有一部分在 i 的祖先中

先考虑路径在子树 i 中。

需要从 i 的任意两个子树中各取一个点 x 、 y ，使得 x 、 y 到 i 组成的路径同时有奇数个点或同时有偶数个点。

可以用 $\text{num}[i][0/1]$ 来维护到 i 的距离为奇数(1)或偶数(0)的点的个数。

Codeforces 960E Alternating Tree

路径有一部分在 i 的祖先中。

设 $a11[i][0/1]$ 表示所有点到 i 组成的路径含有偶数/奇数的点的个数。

$$a11[1] = num[1]$$

若 u, v 相邻, 则 $a11[u][0] = a11[v][1]$, $a11[u][1] = a11[v][0]$

因此 u 的深度为奇数时, $a11[u] = num[u]$

u 的深度为偶数时, $a11[u][0/1] = num[u][1/0]$

Codeforces 960E Alternating Tree

设 i 自身和祖先节点到该点组成的路径含奇数/偶数个点的个数分别为 upo 和 upe

显然有：

$$upo = all[i][1] - num[i][1] + 1$$

$$upe = all[i][0] - num[i][0]$$

这个点对答案的贡献就是

$$((upo * num[i][1] - upe * num[i][0]) * 2 - 1) * w[i]$$

Codeforces 960E Alternating Tree

```
void dfs(int u, int fa) {
    dep[u] = dep[fa] + 1;
    num[u][0] = num[u][1] = 0;
    for (int i = h[u]; i != -1; i = e[i].next) {
        if (e[i].v == fa) continue;
        int v = e[i].v;
        dfs(v, u);
        ans = (ans + 2LL * (1LL * num[u][1] *
num[v][0] - 1LL * num[v][1] * num[u][0]) % mo * w[i]) %
mo;
        num[u][0] += num[v][1];
        num[u][1] += num[v][0];
    }
    num[u][1] ++;
}
```

Codeforces 960E Alternating Tree

```
for (int i = 1; i <= n; i++) {  
    int p = dep[i] & 1;  
    upo = num[1][1 ^ p] - num[i][1] + 1;  
    upe = num[1][0 ^ p] - num[i][0];  
    ans = (ans + (2LL * (1LL * upo * num[i][0] -  
1LL * upe * num[i][1]) - 1) % mo * w[i]) % mo;  
}
```


下节课再见