

# 知识精炼（二）



主讲人：邓哲也



## BZOJ 4755 扭动的回文串

有两个长度均为  $N$  的字符串  $A$  和  $B$ 。

扭动的字符串  $S(i, j, k)$  定义为  $A[i..j] + B[j..k]$

若  $A = 'xyz'$  ,  $B = 'uvw'$  , 则  $S(1, 2, 3) = 'xyvw'$

定义扭动的回文串为如下情况中的一个;

A 中的一个回文串

B 中的一个回文串

某一个回文的扭动字符串  $S(i, j, k)$

求最长的扭动回文串

$1 \leq N \leq 100000$ , 字符串只含大写字母

## BZOJ 4755 扭动的回文串

样例:

5

ABCDE

BAECB

答案:

5

最长的扭动回文串是  $S(2, 3, 5) = \text{BCECB}$

## BZOJ 4755 扭动的回文串

对于前两种情况，我们只需要用 manacher 算法求出每个位置的回文扩展半径，然后取一个最大值即可。

对于第三种情况，需要在两个字符串中各取一段拼起来。

我们可以把答案字符串分解为  $STS'$

其中  $S'$  是  $S$  的反串， $T$  是回文串。

## BZOJ 4755 扭动的回文串

可以发现一定是  $S$  在一个串， $TS'$  在另一个串；或者  $ST$  在一个串， $S'$  在另一个串。

且  $T$  一定是极大的回文子串。

思考：为什么？

## BZOJ 4755 扭动的回文串

那么我们只要枚举极大回文子串  $T$  即可。

假设中心在  $A$  中，枚举中心  $i$ 。

假设  $A[i-p[i], i+p[i]]$  是极大回文子串。

1. 枚举  $A[1..i-p[i]-1]$  的后缀 和  $B[i + p[i]..n]$  的前缀最长能匹配上多少。
2. 枚举  $A[i+p[i]+1..n]$  的前缀和  $B[1..i-p[i]]$  的后缀最长能匹配上多少。

这两部分的最大值  $\times 2 +$  极大回文子串的长度就是答案了。

## BZOJ 4755 扭动的回文串

枚举两个字符串能匹配上几位。

BKDRHash!

预处理时间复杂度  $O(n)$

得到一个子串的 Hash 值的时间复杂度是  $O(1)$  的。

故可以采用二分+ Hash 的方法求这一部分的答案。

总的时间复杂度是  $O(n \log n)$ 。

## BZOJ 2084 Antisymmetry

给定一个长度为  $n$  的01串，问有多少个子串满足翻转并取反后和原来一样。

比如0101翻转并取反后还是和原来一样。



## BZOJ 2084 Antisymmetry

只要定义  $0 = 1$ ,  $0 \neq 0$ ,  $1 \neq 1$  即可。

跑一遍 Manacher 即可。

以 0/1 扩展的  $p[i]$  一定是 0 （即没有奇数长度的合法子串）

以 # 扩展的  $p[i]$  累加起来即可。

## BZOJ 2084 Antisymmetry

只要定义  $0 = 1$ ,  $0 \neq 0$ ,  $1 \neq 1$  即可。

跑一遍 Manacher 即可。

以 0/1 扩展的  $p[i]$  一定是 0 （即没有奇数长度的合法子串）

以 # 扩展的  $p[i]$  累加起来即可。

## BZOJ 3790 神奇项链

母亲节就要到了，小 H 准备送给她一个特殊的项链。这个项链可以看作一个用小写字母组成的字符串，每个小写字母表示一种颜色。为了制作这个项链，小 H 购买了两个机器。第一个机器可以生成所有形式的回文串，第二个机器可以把两个回文串连接起来，而且第二个机器还有一个特殊的性质：假如一个字符串的后缀和一个字符串的前缀是完全相同的，那么可以将这个重复部分重叠。例如：aba和aca连接起来，可以生成串abaaca或 abaca。现在给出目标项链的样式，询问你需要使用第二个机器多少次才能生成这个特殊的项链。

样例：

abcdcba (答案：0)

abacada (答案：2)

abcdef (答案：5)

## BZOJ 3790 神奇项链

题目的意思就是用尽可能少的回文子串去覆盖原串。

我们可以先跑一遍 Manacher 算法得到每个位置的覆盖半径。

问题转化为了有许多个区间  $[i-p[i], i+p[i]]$

要选出尽可能少的区间来覆盖  $[1, n]$  区间。

## BZOJ 3790 神奇项链

贪心即可。

对所有的区间按照左端点从小到大排序。

每次都选右端点最远的那个区间。

设当前覆盖到的右端点为  $right$ 。

每次找出左端点在  $[1, right]$  中的右端点的最大的那个线段，再做一次覆盖。

时间复杂度  $O(n \log n)$

下节课再见