知识精炼(一)

主讲人:邓哲也



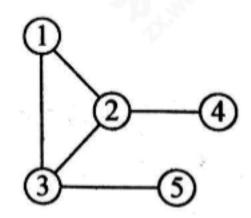
有 n 个骑士,给出某些骑士之间的仇恨关系,骑士们开会时坐在一个圆桌旁。一次会议能顺利举行,要满足两个条件:

- 1. 任意相互憎恨的两个骑士不能相邻
- 2. 开会人数为大于 2 的奇数。

若某个骑士任何会议都不能参加,那么就得将他踢出。给出骑士之间的 仇恨关系,问最少要踢出多少个骑士?

考虑用图来表示他们之间的关系。

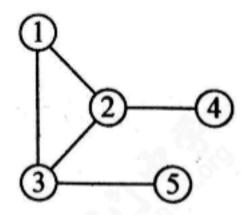
建立仇恨关系的补图:如果 i 和 j 之间没有仇视关系,就连一条边。



由于要求开会的人数是大于 2 的奇数,那么本题就是要求有多少个点在奇圈中。

注意一个圈上的所有点必然属于同一个点双连通分量。

所以我们只要先用 Tarjan 算法求出所有的点双连通分量,然后对每个点双连通分量中是否有奇圈。



在一个节点数大于 2 的双连通分量里,一定存在一个圈经过该连通分量的所有节点。

如果这个圈是奇圈,那么这个连通分量里的所有点都满足要求。

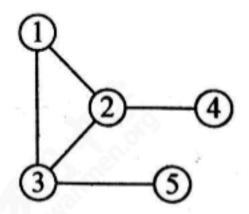
如果这个圈是偶圈,如果包含奇圈,那必定还有一个奇圈经过所有剩下的点。

因此一个双连通分量里只要存在一个奇圈,那么该双连通分量内所有的点都属于一个奇圈中。

因此只需要在一个双连通分量内找奇圈就可以判断这个连通分量是否满足条件。

交叉染色法找奇圈:在 DFS 的过程中反复交换用两种不同的颜色对点染色,若某次 DFS 时当前节点的子节点和当前节点同色,就说明找到了奇圈。

需要注意的是一个点可能存在多个点双连通分量中,不要算重复了。



HDU 3394 Railway

给定一个 n 个点 m 条边的无向图,现在让你找出冲突边和多余边的数目。

冲突边是指同时存在于多个环的边。

多余边指的是不在任何一个环中的边。

输入:	5 6
8 10	6 7
0 1	7 4
1 2	5 7
2 3	0 0
3 0	
3 4	输出:
4 5	1 5

HDU 3394 Railway

多余边指的是不在任何一个环中的边。

观察定义可以发现,多余边指的就是桥。

HDU 3394 Railway

冲突边是指同时存在于多个环的边。

冲突边只能存在在点双连通分量中。

考查这个连通分量的点数 n 和边数 m。

若 m > n, 那么其中的每条边都是冲突边。答案加上 m 即可。

下节课再见