高斯消元代码实现

主讲人：邓哲也

高斯消元代码实现

我们用 n×(n+1) 的矩阵来存系数和等号右边的数。

等号右边的数存在第 n+1 列。

```
double matrix[N][N];
```

高斯消元代码实现

```
void gauss(int n){
    for(int i=1,pos;i<=n;i++){
        for(pos=i;fabs(a[pos][i])>eps;pos++);
        for(int j=i;j<=n+1;j++) swap(a[pos][j],a[i][j]);
        for(int j=i+1;j<=n;j++)
            if(fabs(a[j][i])>eps){
                double p=a[i][i]/a[j][i];
                for(int k=i;k<=n+1;k++) a[j][k]=a[i][k]-a[j][k]*p;
            }
    }
    …
```

高斯消元代码实现

```
void gauss(int n){
    …
    for(int i=n;i>=1;i--){
        x[i]=a[i][n+1];
        for(int j=i+1;j<=n;j++) x[i]-=x[j]*a[i][j];
        x[i]/=a[i][i];
    }
}
```

高斯消元代码实现

可以发现高斯消元总共有三层循环。

时间复杂度就是 $O(n^3)$

自由元

如果最外层枚举 i 的时候，发现没有一个 a[j][i] 非零。

说明 a[j][i] 的系数是 0。

如果在第二步倒推 x 的值得时候等式右边也消成了 0.

即 $0 \times x[i] = 0$

也就是 x[i] 取任何值都不会影响这个方程组。

我们称 x[i] 为自由元。

一旦有自由元，就说明方程有无数解。

自由元

但是如果在第二步倒推 x 的值得时候等式右边也消成了非0值

即 $0 \times x[i] = k$ （$k \neq 0$）

也就是 $x[i]$ 取任何值都不能满足这个方程组。

此时这个方程组无解。

高斯消元

高斯消元同样可以用来解 xor 方程组。

只要把加减法改成 xor 即可。

每个系数/未知数的取值是 0 或 1。

此时如果方程有 k 个自由元。

那么就一共有 2^k 组解。

高斯消元

模意义下的方程组依然可以求解。

除法那步需要改变。

可以改为乘逆元。

或者求出两个数的 LCM，两个方程分别乘一个系数，使得两式的第一个系数均为 LCM，就可以相减消掉一个了。

下节课再见