

# 知识精炼



主讲人：邓哲也



## P0J 2186 Popular Cows

在牧群中，有  $n$  头奶牛，给定  $m$  个有序对  $(A, B)$ ，表示  $A$  仰慕  $B$ 。

由于仰慕关系具有传递性，如果  $A$  仰慕  $B$ ， $B$  仰慕  $C$ ，那么  $A$  也仰慕  $C$ 。现在请你计算受每头奶牛仰慕的奶牛数量。

$n \leq 10000$ ,  $m \leq 50000$

样例：（输出 1）

3 3

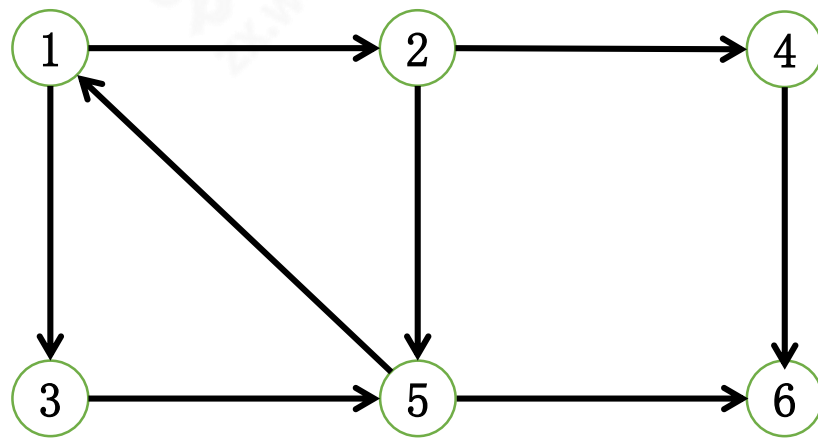
1 2

2 1

2 3

## P0J 2186 Popular Cows

因为仰慕关系具有传递性，所以一个强连通分量中的奶牛全都互相仰慕。  
所以我们可以考虑先把每个强连通分量都缩成点，然后构建新图。



# 强连通分量缩点

缩点的过程:

先使用 tarjan 算法求出每个强连通分量, 由于每个点只会属于一个强连通分量, 所以给每个强连通分量标一个号, 用  $id[u]$  表示顶点  $u$  属于的强连通分量编号。设共有  $k$  个强连通分量。

建一张新的图, 包含  $k$  个点, 一开始没有边。

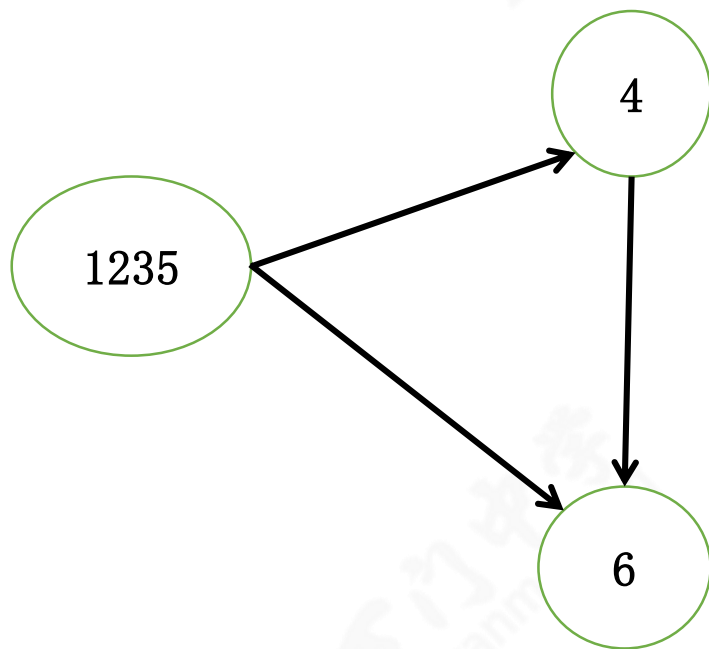
枚举每一条边  $(u, v)$ , 如果  $id[u] == id[v]$ , 无视这条边, 否则从  $id[u]$  往  $id[v]$  连一条边。

## P0J 2186 Popular Cows

因为题目要求的是受所有的牛仰慕的牛的个数。

如果在新图中有两个点出度为零，那就不存在这样牛。

否则答案就是出度为零的点对应的强连通分量中牛的个数。

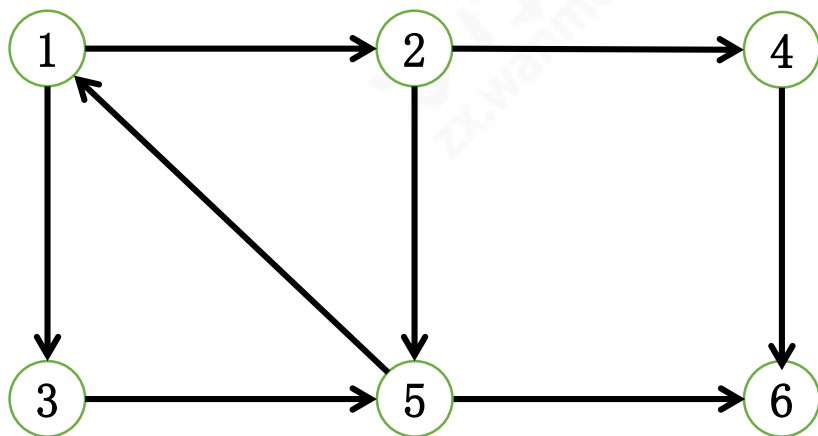


# 总结

1. 跑 Tarjan 算法，求出所有的强连通分量
2. 缩点，建出新图——一个有向无环图
3. 在有向无环图上思考算法

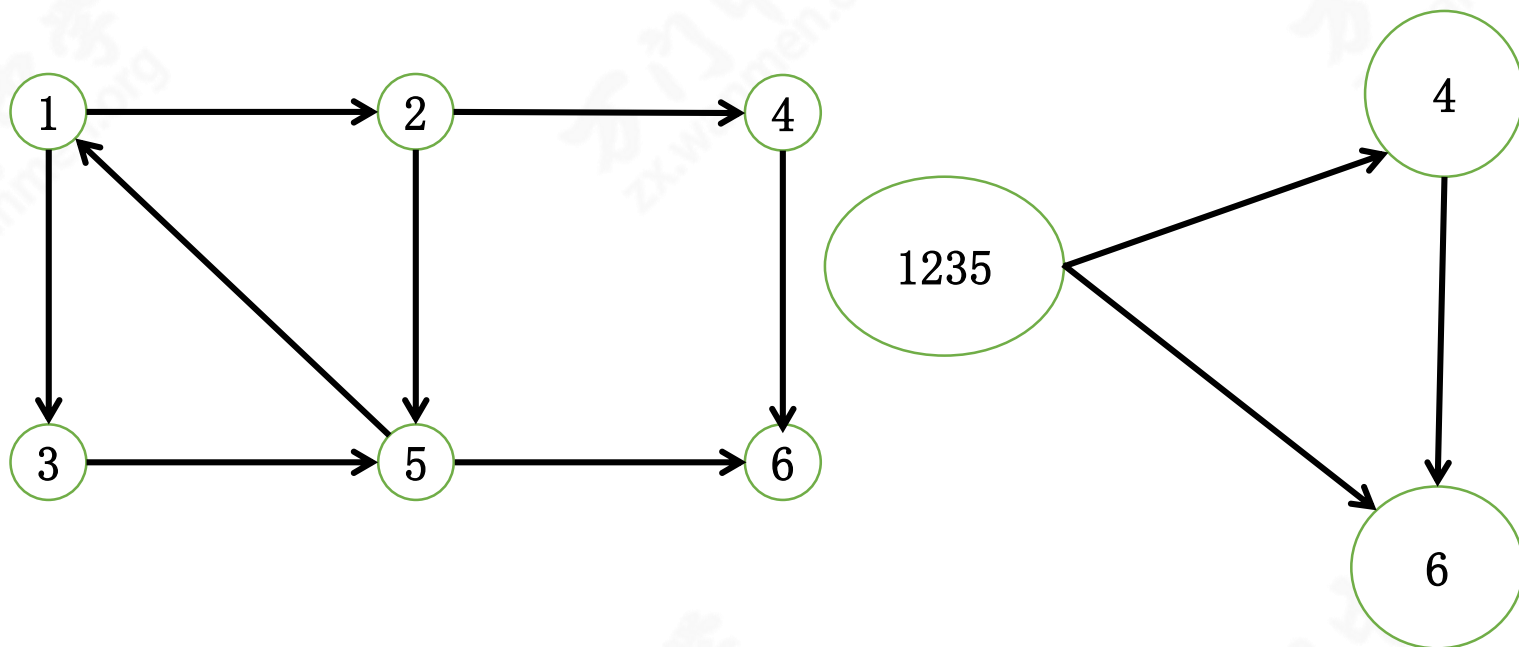
# 题目改编

对于每头牛，都输出他仰慕的所有牛中编号最大的那只。



# 题目改编

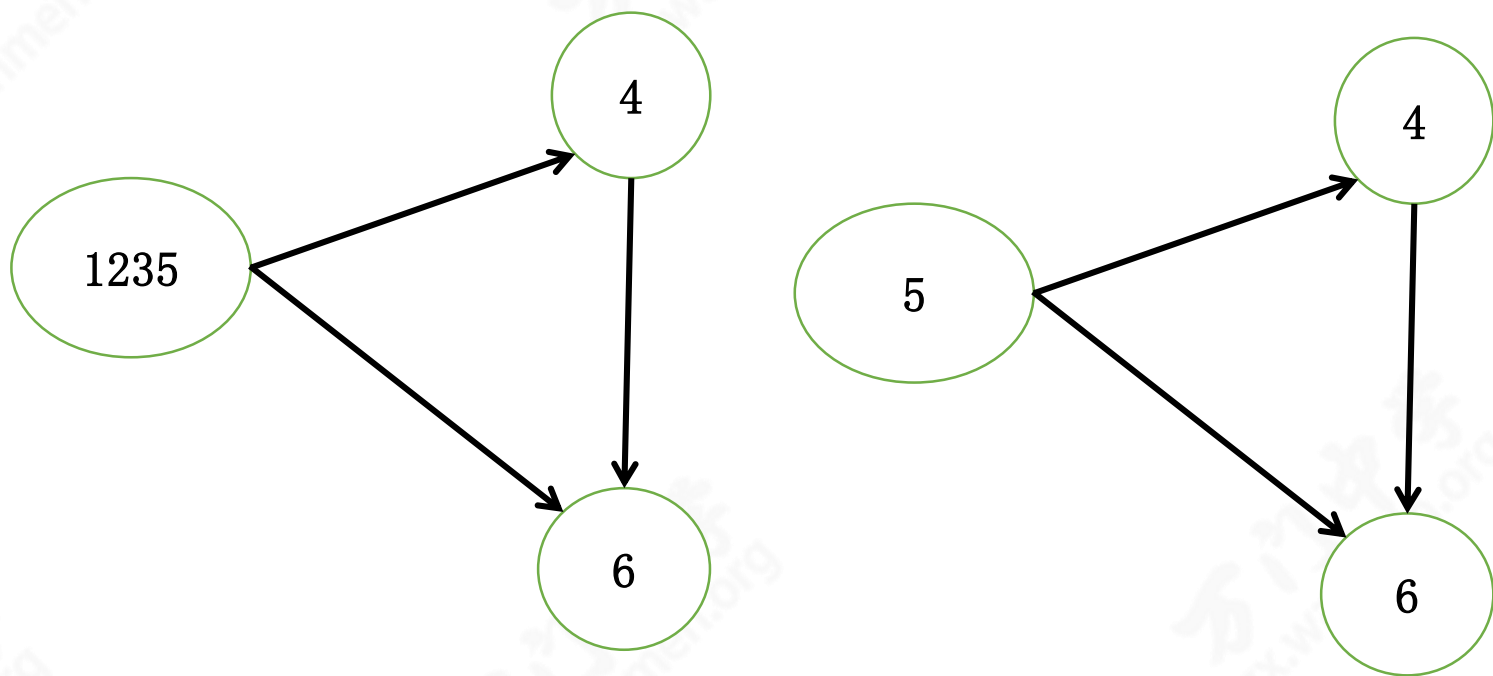
首先一定是先跑Tarjan缩点。





# 题目改编

下一步就是在有向无环图上，统计每个点能到达的点的最大编号。图中的点的编号应该等于其对应的强连通分量中的最大编号。



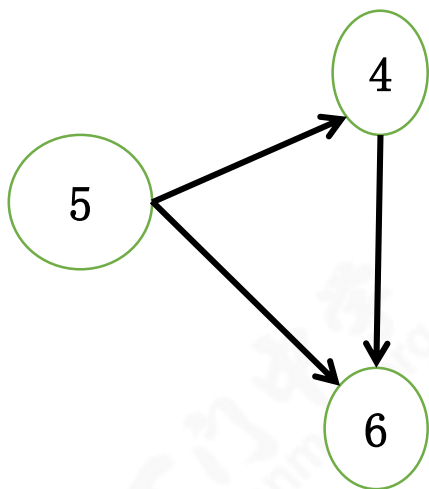
# 题目改编

先对这张图有向无环图进行拓扑排序。

得到 {5, 4, 6}

记  $f[i]$  表示在有向无环图上从  $i$  能走到的最大编号。

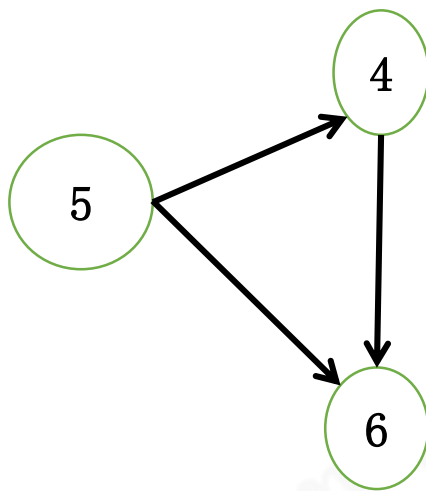
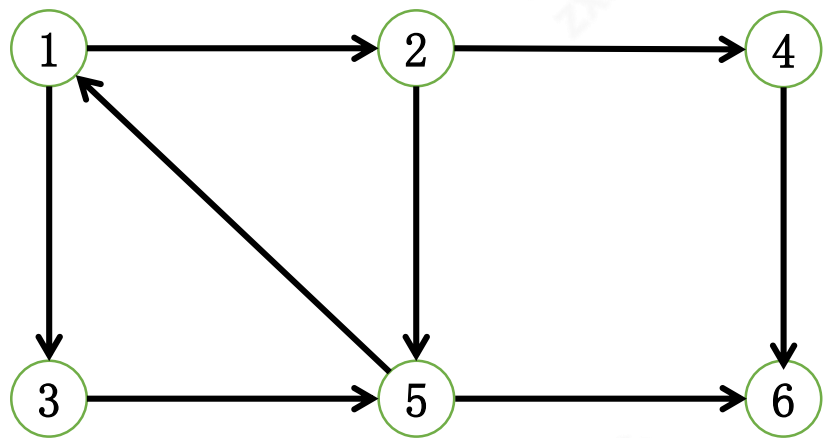
然后按照拓扑序倒着枚举每个点  $u$ ，然后枚举所有有边指向  $u$  的点  $v$ ，用  $u$  去更新  $f[v]$ 。



# 题目改编

最后对于每个原图中的点 $i$ ，答案就是  $f[id[i]]$ .

时间复杂度为  $O(n + m)$ .



下节课再见