知识精炼

主讲人：邓哲也

BZOJ 1951

给定N, G，求

$$G^{\sum_{K|N}\binom{N}{K}} \bmod \mathbf{999911659}$$

$$\mathbf{1 \le N, G \le 10^9}$$

BZOJ 1951

假设组合数之和是 b。

注意到 $a^b \bmod c = a^{b \bmod \phi(c)+\phi(c)} \bmod c$

$\phi(999911659) = 999911658$

$999911658=2*3*4679*35617$

我们可以求答案对这 4 个质数取模的值，然后使用中国剩余定理合并即可。

BZOJ 1951

注意到这里算组合数C(n,m)，其中n,m 都是小于10^9的。

普通的做法无法接受。

考虑 Lucas 定理，对四个小质数取模算组合数。

BZOJ 1951

```
ll power(ll a,ll b,ll c){
    ll r=1;
    while(b){ if(b&1) r=r*a%c; b>>=1; a=a*a%c;}
    return r;
}
```

BZOJ 1951

```
ll calc(ll a,ll b,ll c){
    if(a<b) return 0;
    if(b>a-b) b=a-b;
    ll r=1,ca=1,cb=1;
    for(ll i=0;i<b;i++) ca=ca*(a-i)%c,cb=cb*(b-i)%c;
    return ca*power(cb,c-2,c)%c;
}
```

BZOJ 1951

```
ll lucas(ll a,ll b,ll c){
    ll r=1;
    while(a&&b&&r) r=r*calc(a%c,b%c,c)%c,a/=c,b/=c;
    return r;
}
```

BZOJ 1951

```
ll ext_gcd(ll a,ll b,ll&x,ll&y){
    if(!b){ x=1; y=0; return a;}
    ll xx,yy,d=ext_gcd(b,a%b,xx,yy);
    x=yy; y=xx-a/b*yy; return d;
}
```

BZOJ 1951

```
ll equ(ll a,ll b,ll c){
    ll x,y,d=ext_gcd(a,c,x,y); x*=b/d;
    while(x>=c/d) x-=c/d; while(x<0) x+=c/d;
    return x;
}
```

BZOJ 1951

```
const ll mod=999911659ll,mod2=999911658ll;
ll ft[]={2,3,4679,35617};
ll ft2[]={499955829,333303886,213702,28074}
ll solve(ll a,ll b){
    for(int i=0;i<4;i++) p[i]=lucas(a,b,ft[i]);
    for(int i=0;i<4;i++) q[i]=equ(ft2[i],1,ft[i]);
    ll r=0;
    for(int i=0;i<4;i++)
        r=(r+(p[i]*q[i]%mod2)*ft2[i]%mod2)%mod2;
    return r;
}
```

BZOJ 1951

```
int main(){
    cin>>n>>g;
    for(ll i=1;i*i<=n;i++)
        if(n%i==0){
            m=(m+solve(n,i))%mod2;
            if(i*i!=n) m=(m+solve(n,n/i))%mod2;
        }
    cout<<power(g,m+mod2,mod)<<endl;
    return 0;
}
```

下节课再见