

知识精炼（二）



主讲人：邓哲也



HDU 4370 0 or 1

题目描述：给定一个 $n * n$ 的矩阵 $C[i][j]$ ，现在请你求一个01矩阵

$X[i][j]$ ，满足以下三个条件：

1. $X[1][2]+X[1][3]+\cdots+X[1][n]=1$
2. $X[1][n]+X[2][n]+\cdots+X[n-1][n]=1$
3. 对于 $1 < i < n$, $\text{Sum}(X[k][i]) (1 \leq k \leq n) = \text{Sum}(X[i][j]) (1 \leq j \leq n)$

同时最大化 $\text{sum}(X[i][j] * C[i][j]) (1 \leq i, j \leq n)$

$n \leq 300$

HDU 4370 0 or 1

$$X[1][2] + X[1][3] + \dots + X[1][n] = 1$$

说明第一行除了第一个位置，有且只有一个位置为 1。把这个 1 所在的位置看作起点。

$$X[1][n] + X[2][n] + \dots + X[n-1][n] = 1$$

说明最后一列除了最后一个位置，有且只有一个位置为 1。把这个 1 所在的位置看作终点。

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

HDU 4370 0 or 1

对于 $1 < i < n$

$$\text{Sum}(X[k][i]) (1 \leq k \leq n) = \text{Sum}(X[i][j]) (1 \leq j \leq n)$$

联系邻接矩阵，出度=入度

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

HDU 4370 0 or 1

前两条限制也就是：

$X[1][2] + X[1][3] + \dots + X[1][n] = 1$ —— 1 的出度为 1

$X[1][n] + X[2][n] + \dots + X[n-1][n] = 1$ —— n 的入度为 1

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

HDU 4370 0 or 1

给出的 C 矩阵实际上就是邻接矩阵。

那么现在问题就相当于求一条 1 到 n 的最短路？

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

HDU 4370 0 or 1

注意！题目的限制条件是：

1 的出度为 1

n 的入度为 1

$2 \sim n-1$ 的每个点出度等于入度

并不只有 1 到 n 的路径满足条件。

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

HDU 4370 0 or 1

从 1 出发走一个环回到 1，从 n 出发走一个环回到 n。

这样的两个环也是满足条件的。

对松弛操作稍作修改就可以求出从某个点出发的最小环。

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

HDU 4370 0 or 1

最后的答案自然就是：

1 到 n 的最短路

包含 1 的最小环 + 包含 n 的最小环

两者的最小值。

这题需要大家观察出给定矩阵 C 的规律，同时也要考虑周到，不能想当然，有一定的思维难度。

下节课再见