知识精炼（三）

主讲人：邓哲也

HDU 6143 Killer Names

有 m 种颜色为两段长度为 n 的格子染色。

要求两段中不能出现相同的颜色。

问方案数。

$1 \leqslant n, m \leqslant 2000$

样例：m=2， n=3 答案=2

HDU 6143 Killer Names

我们可以枚举第一段用了 i 种颜色。

那么第二段就可以最多选 $m - i$ 种颜色。

问题变成了 k 种颜色构造长度为 n 的字符串有几种。

显然是 k^n 种。

但是我们为了不重复计算，要求 k 种颜色必须都用上。

HDU 6143 Killer Names

这里就要是用容斥原理了。

k^n 是使用不超过 k 种颜色构造字符串的方案数。

但是有的方案里，可能第 i 种颜色没用（1 <= i <= k)

这样就要减去 $C(k, 1) * (k - 1)^n$

但是这样如果第 i 和第 j 颜色都没用，那就被减了两次。

于是要把 $C(k, 2) * (k - 2)^n$ 加回来。

以此类推……

HDU 6143 Killer Names

不如来看强制用 3 种颜色来构造长度为 3 的字符串的方案数。

$3^3 = 27$，也就是用 3 种颜色的方案数。

只用{1,2}，{1,3}，{2,3} 的方案数都是 $2^3 = 8$

$27 - 8 * C(3, 1) = 3$

可以发现 111，222，333 都被减了两次。

要加回来，也就是$3 + 1^3 * C(3, 2) = 6$

HDU 6143 Killer Names

求强制用 2 种颜色来构造长度为 3 的字符串的方案数。

$2^3 = 8$，也就是用 2 种颜色的方案数。

只用 $\{1\},\{2\}$ 的方案数都是 $1^3 = 1$

$8 - 1 * C(2, 1) = 6$

分别对应 112, 122, 121, 221, 211, 212

HDU 6143 Killer Names

现在令 x 种颜色构造长度为 y 的方案数为 F(x, y)

我们只要枚举两段使用的颜色数分别为 i 和 j

计算

$$\binom{m}{i}\binom{m-i}{j}F(i,n)F(j,n)$$

之和即可。

下节课再见