

线段树解决离线询问



主讲人：邓哲也



HDU 3333 - Turing Tree

有一个长度为 n 的序列 $A[1], A[2], \dots, A[n]$

每次给出一个询问 (x, y) :

请你求出 $A[x \dots y]$ 中出现过的数字之和。（出现多次的数只计算一次）

$n \leq 30000, Q \leq 100000$

Sample Input

```
2
3
1 1 4
2
1 2
2 3
5
1 1 2 1 3
3
1 5
2 4
3 5
```

Sample Output

```
1
5
6
3
6
```

HDU 3333 – Turing Tree

思考直接用线段树来维护。

无法合并左右两个子节点。

因为不能统计每个节点出现了哪几种数。

HDU 3333 – Turing Tree

换一个思路，思考暴力做法。

枚举 x 到 y 中间的每个数，如果是重复的，那么就不加进答案，否则加入。

如何判断是否重复？

我们可以用一个 `flag` 数组，表示这个数已经出现过了。

HDU 3333 – Turing Tree

```
for (int i = x; i <= y; i++) {  
    if (!flag[a[i]]) ans += a[i];  
    flag[a[i]] = 1;  
}
```

HDU 3333 – Turing Tree

还有一种思路，记录一个数组 $left[i]$ ，表示左边第一个出现的相同数字 $a[i]$ 的下标。

这样如果 $left[i] < 1$ ，就说明 $a[i]$ 是 $[x, y]$ 中第一个出现的 $a[i]$ 。

如果 $left[i] \geq 1$ ，就说明在 $[x, i - 1]$ 中已经出现过一次 $a[i]$ 了，不用累计进答案。

HDU 3333 – Turing Tree

```
for (int i = x; i <= y; i++)  
    if (left[i] < x) ans += a[i];
```

预处理 left 数组:

STL中的map 或

离散化

HDU 3333 – Turing Tree

现在问题变成了给定 $left[1..n]$, $a[1..n]$

每次求 $[x, y]$ 中 $left < x$ 的 a 的和。

这个时候可以考虑离线求解。

我们对 $left$ 值排序，然后顺序枚举 x ，依次把 a 插入线段树。

就可以做到消除一维限制。

HDU 3333 – Turing Tree

从小到大枚举 x ，把当前 $\text{left}[i] < x$ 的 $a[i]$ 插入线段树中的第 i 个位置。

表明：对于任意的 y ，询问 $[x, y]$ 的话，如果 i 在 $[x, y]$ 中，那一定有 $\text{left}[i] < x$ ，所以 $a[i]$ 是要被统计进答案的。

这样就做到了 $O((n + q) \log n)$ 的时间复杂度，离线解决了所有询问。

代码实现

```
#define N 1000
#define ls (x << 1)
#define rs (x << 1 | 1)
double xbin[N], ybin[N];
int xcnt, ycnt, n;
double sum[N];
int val[N], tag[N];
struct rect{
    double x1, y1, x2, y2;
}r[N];
struct event{
    int x1, x2, v;
};
vector <event> g[N];
```

代码实现

```
#define N 100010

struct node{
    int l, r, id;
}q[N], p[N];
int a[N], bin[N], n, m, last[N], le[N], cnt;
typedef long long ll;
ll sum[N << 2], ans[N];
#define ls (x << 1)
#define rs (x << 1 | 1)
bool cmp(const node &a, const node &b){
    return a.l < b.l;
}
```

代码实现

```
void upd(int x) {  
    sum[x] = sum[ls] + sum[rs];  
}  
void add(int pos, int v, int l, int r, int x) {  
    if (l == r) {  
        sum[x] += v;  
        return;  
    }  
    int mid = (l + r) >> 1;  
    if (pos <= mid) add(pos, v, l, mid, ls);  
    else add(pos, v, mid + 1, r, rs);  
    upd(x);  
}
```

代码实现

```
11 query(int A, int B, int l, int r, int x) {  
    if (A <= l && r <= B) return sum[x];  
    int mid = (l + r) >> 1;  
    11 ret = 0;  
    if (A <= mid) ret += query(A, B, l, mid, ls);  
    if (mid < B) ret += query(A, B, mid + 1, r, rs);  
    return ret;  
}
```

代码实现

```
int main() {
    int tc;
    scanf("%d", &tc);
    while(tc --) {
        scanf("%d", &n);
        for(int i = 1; i <= n; i++) scanf("%d", &a[i]), bin[++ cnt] = a[i];
        scanf("%d", &m);
        for(int i = 1; i <= m; i++) scanf("%d%d", &q[i].l, &q[i].r), q[i].id = i;
        sort(bin + 1, bin + cnt + 1);
        cnt = unique(bin + 1, bin + cnt + 1) - bin - 1;
        for(int i = 1; i <= n; i++) a[i] = lower_bound(bin + 1, bin + cnt + 1,
a[i]) - bin;
```

代码实现

```
for(int i = 1;i <= cnt;i ++) last[i] = 0;
for(int i = 1;i <= n;i ++){
    le[i] = last[a[i]];
    p[i] = (node){le[i], i, bin[a[i]]};
    last[a[i]] = i;
}
sort(p + 1, p + n + 1, cmp);
sort(q + 1, q + m + 1, cmp);
for(int i = 1;i <= n * 4;i ++) sum[i] = 0;
```

代码实现

```
int j = 1;
for(int i = 1;i <= m;i ++){
    while(j <= n && p[j].l < q[i].l){
        add(p[j].r, p[j].id, 1, n, 1);
        j ++;
    }
    ans[q[i].id] = query(q[i].l, q[i].r, 1, n, 1);
}
for(int i = 1;i <= m;i ++) printf("%lld\n", ans[i]);
}
return 0;
}
```


下节课再见