

# 无向图的点连通性



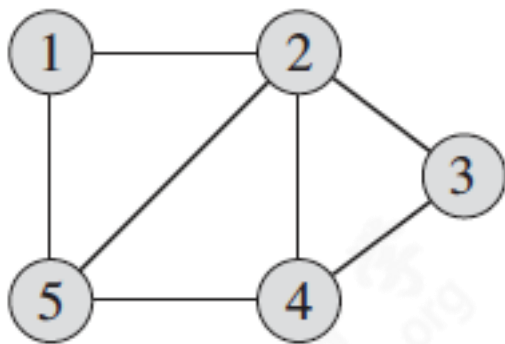
主讲人：邓哲也



# 点连通性

点连通性，顾名思义，就是与顶点有关的连通性。

研究无向图的点连通性，通常是通过删除无向图中的顶点（及与其所关联的每条边）后，观察和分析剩下的无向图连通与否。



# 割点集与顶点连通度

设  $V'$  是连通图  $G$  的一个顶点子集，若在  $G$  中删除  $V'$  及与  $V'$  关联的边后图不连通，则称  $V'$  是  $G$  的**割点集**。

如果割点集  $V'$  的任何真子集都不是割点集，则称  $V'$  为**极小割点集**。

顶点个数最小的极小割点集称为**最小割点集**。

最小割点集中顶点的个数，称作图  $G$  的**顶点连通度**。

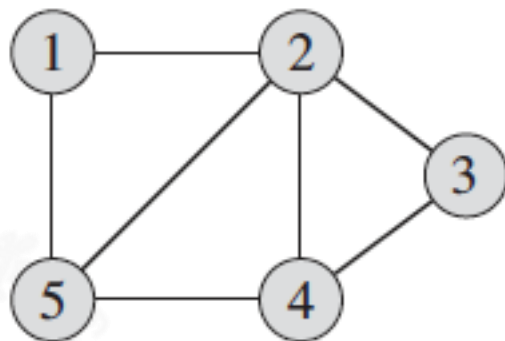
# 割点集与顶点连通度

割点集:  $\{1, 2, 4\}$ ,  $\{2, 3, 5\}$ ,  $\{2, 4\}$ ,  $\{2, 5\}$

极小割点集:  $\{2, 4\}$ ,  $\{2, 5\}$

最小割点集:  $\{2, 4\}$ ,  $\{2, 5\}$

顶点连通度: 2



# 割点

若割点集中只有一个顶点，则这个顶点可以称为**割点**或**关节点**。

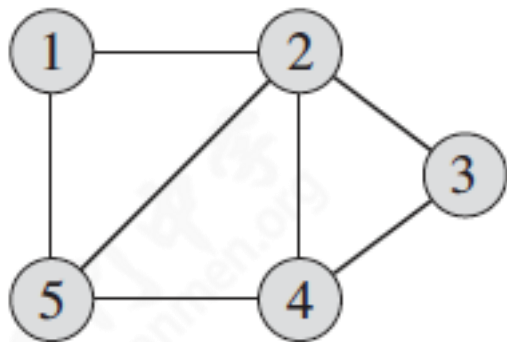
另一种定义：在一个无向图  $G$  中，当删去  $G$  中的某个顶点  $v$  及其所关联的边之后，若图分成了两个或两个以上的连通分量，则称顶点  $v$  为**割点**或**关节点**。

# 点双连通图

如果一个无向图  $G$  没有关节点（顶点连通度大于 1），则称  $G$  为点双连通图。

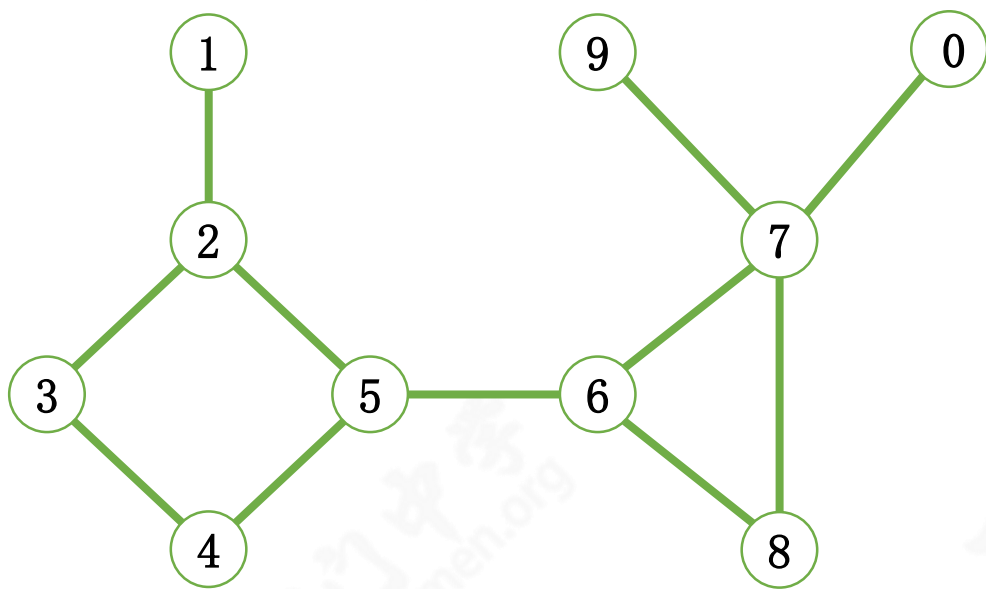
点双连通图，顾名思义，就是说这张图中任何一对顶点之间至少存在 2 条无公共内部顶点（除了起点和终点）的路径。因此在删除任意一个顶点和其所关联的边时，也不会破坏图的连通性。

比如下图中，1 到 3 就有两条不相交的路径：1→2→3，1→5→4→3。



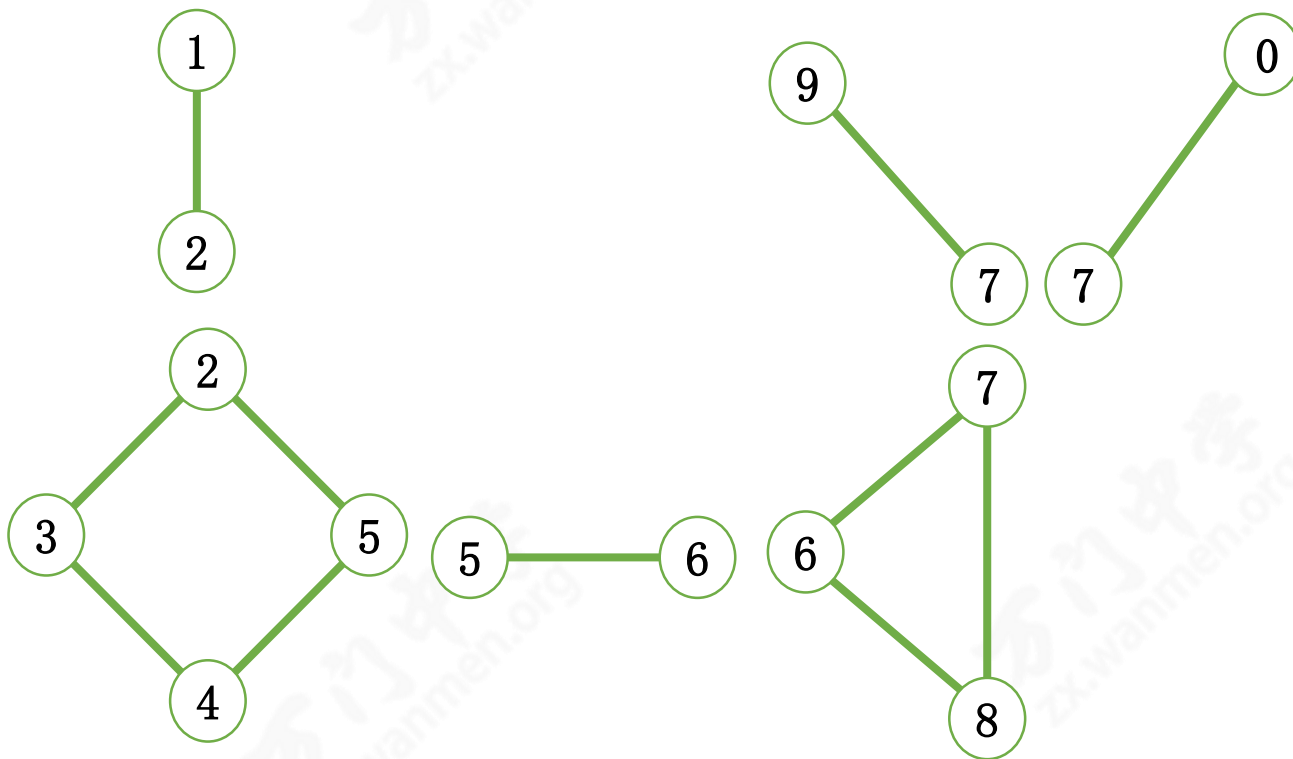
# 点双连通分量

一个连通图  $G$  如果不是点双连通图，那么它可以包含几个点双连通分量。一个连通图的点双连通分量是该图的极大点双连通子图，在点双连通分量中不存在关节点。



# 点双连通分量

可以看出，割点可以属于**多个**点双连通分量，其余顶点属于且仅属于一个点双连通分量。





下节课再见