

知识精炼（二）



主讲人：邓哲也



P0J2240 套汇

- 套汇是利用汇率之间的差异，从而将一单位的某种货币，兑换回多于 1 单位的同种货币。例如，假定 1 美元兑换 0.5 英镑，1 英镑兑换 10 法郎，1 法郎兑换 0.21 美元，那么一个聪明的商人就可以用 1 美元兑换到 $0.5 * 10 * 0.21 = 1.05$ 美元，获得了 5% 的利润。
- 现在告诉你货币之间的汇率列表，请问是否存在套汇现象。
- 货币种类 ≤ 30
- 样例：3

```
USDollar BritishPound FrenchFranc
3
USDollar 0.5 BritishPound
BritishPound 10.0 FrenchFranc
FrenchFranc 0.21 USDollar
```

P0J2240 套汇

- 假设用图中的顶点表示每一种货币，如果第 i 种货币能够兑换成第 j 种货币，汇率为 $c[i][j]$ ，那么就连接一条从 i 到 j 权值为 $c[i][j]$ 的有向边。
- 样例：

```
3
USDollar BritishPound FrenchFranc
3
USDollar 0.5 BritishPound
BritishPound 10.0 FrenchFranc
FrenchFranc 0.21 USDollar
```

POJ2240 套汇

- 那么现在我们的问题变成了：给定一张有向图，判断图中是否存在顶点，满足从它出发的某条回路上权值的乘积大于 1，大于 1 则表示存在套汇。
- 我们可以使用 Bellman-Ford 算法，但是这里的 $\text{dist}[i]$ 不再是从源点到 i 的边权之和，而是从源点走到 i 的边权之积。

P0J2240 套汇

- 初始:
 - $\text{dist}^0[v] = 0, \text{dist}^0[v_0] = 1$
- 递推:
 - 对于每条边 (u, v, c)
 - $\text{dist}^k[v] = \max(\text{dist}^{k-1}[v], \text{dist}^{k-1}[u] * c)$
- 注意: 因为这里算的是回路, 所以回路上最多可能有 n 条边, 所以要枚举 n 轮, 直到算出 $\text{dist}^n[v]$.

P0J2240 套汇

- 于是我们只要枚举每个点当源点，跑一次 Bellman-Ford。
- 然后判断 $\text{dist}[v_0]$ 是否大于 1 即可。

下节课再见