

# 知识精炼（三）



主讲人：邓哲也



# HDU 5820 Lights

在二维平面上有  $n$  个路灯。

问是否每一对路灯之间都存在一条道路，使得长度为它们之间的曼哈顿距离，且每个拐弯点都是路灯。

$n \leq 500000$

Sample Input

```
2
1 1
3 3
3
1 1
1 3
3 3
0
```

Sample Output

```
NO
YES
```

# HDU 5820 Lights

如果我们去验证  $n^2$  对路灯是不是都可行显然不现实。

所以我们应该去简化题目的限制。

也就是找到与题目等价的另一种描述，去验证那个条件。

# HDU 5820 Lights

我们来考虑一对路灯  $(A, B)$

假设存在一条拐弯点都是路灯的路径  $A \rightarrow C_1 \rightarrow C_2 \rightarrow \cdots \rightarrow C_n \rightarrow B$

那么  $(A, C_1)$ ,  $(C_n, B)$  是合法的。

所有的  $(C_i, C_{i+1})$  都是合法的。

# HDU 5820 Lights

如果只考虑这条路径上相邻的两个路灯。

他们肯定具有相同的  $x$  坐标或  $y$  坐标。

考虑相邻的三个路灯  $C_i, C_{i+1}, C_{i+2}$

他们要么形成一条线段，要么可以成为一个矩形的三个顶点。

可以发现这个矩形内部的点到  $C_i$  是不合法的。

# HDU 5820 Lights

换句话说，对于一个路灯  $(x, y)$

找到它上面最近的灯  $(x, y')$

找到它右边最近的灯  $(x', y)$

这三个点可以组成一个矩形。

这个矩形内如果有点，那一定到不了  $(x, y)$ ！

如果对于所有的  $(x, y)$ ，求出这个矩形里都没有点。

那也就是说所有路灯对都存在一条合法的路径！

# HDU 5820 Lights

现在问题变成了求出了  $n$  个矩形，询问  $n$  个矩形中是否有点。

用可持久化线段树来做。

对  $x$  这一维建可持久化线段树，维护  $y$  轴信息。

$T[x]$  存的是横坐标小于等于  $x$  的  $y$  的信息。

$T[x]$  只需要在  $T[x-1]$  中插入横坐标为  $x$  的  $y$  即可。

查询  $(x1, x2) - (y1, y2)$  矩形中点的个数就是：

$$\text{Query}(T[x2], y1, y2) - \text{Query}(T[x1-1], y1, y2)$$

# HDU 5820 Lights

还需要考虑边界问题。

一个路灯如果上面和右边都没有点，则认为点在边界上。

还要再对左边和上边算一遍。

左下和右下就不用了。（思考：为什么？）



# HDU 5820 Lights

最后回到计算每个点上方和右边最近的点。

只要对每个  $x$  坐标/ $y$  坐标 的点的坐标排个序，然后依次赋值即可。

使用一个数组  $last[i]$  存上一个  $x$  坐标为  $i$  的  $y$  坐标值。

总的时间复杂度： $O(n \log n)$ ，空间复杂度也是  $O(n \log n)$

下节课再见