

知识精炼（一）

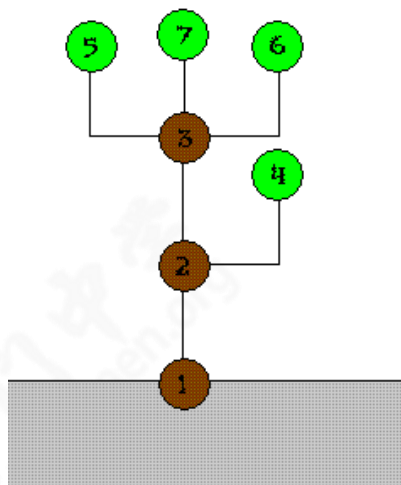


主讲人：邓哲也



POJ 3013 Big Christmas Tree

- 一颗圣诞树可以用一些点和边来表示，点表示花朵，边表示枝，点被标记为1到n。
- 圣诞树有一个根，规定为1号，每一个点有一个可能不同的造价，每条边也可能不同，所以它们的造价也可能不同，每棵子树定价规定为（所有该子树上的节点的造价和）*（连接该子树与其父节点的边的造价和）。



POJ 3013 Big Christmas Tree

- 现在希望这个圣诞树尽可能的大，但又想在保持花的节点数不变的情况下使用尽量小的花费。

- $n, m \leq 50000$

- 样例：（输出1210）

7 7

200 10 20 30 40 50 60

1 2 1

2 3 3

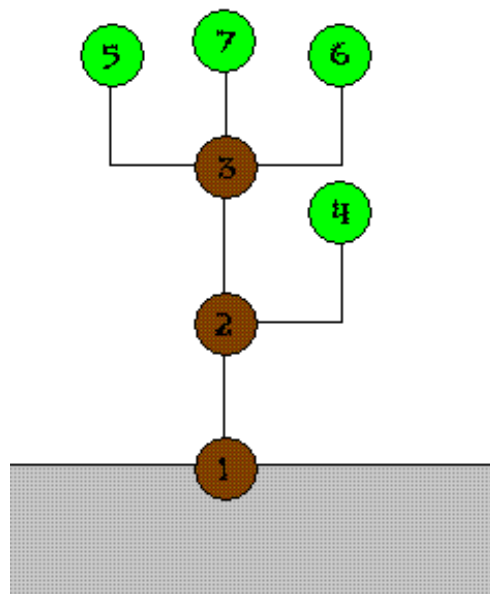
2 4 2

3 5 4

3 7 2

3 6 3

1 5 9



POJ 3013 Big Christmas Tree

- 要最小化的是：（所有该子树上的节点的造价和）*（连接该子树与其父节点的边的造价和），也即

$$ans = \sum_{(u,v)} w_{u,v} \times sum_v$$

- 但是我们换一种思维，对每个点单独考虑贡献。
- 可以得到

$$ans = \sum_u f_u \times dis_{1,u}$$

- 注意到 f_u 是固定的。我们只要最小化 $dis_{1,u}$ 即可。

POJ 3013 Big Christmas Tree

- 所以我们的目标是对每个点，都最小化 $\text{dist}[u]$ 即可。
- 相当于求出源点到每个点的最短路即可。
- 还剩一个问题，怎么保证求出来的是个生成树呢？

POJ 3013 Big Christmas Tree

- 在求出了每个点的 dist 之后，对于每条边 (u, v, w) ，若 $\text{dist}[u] + w == \text{dist}[v]$ ，那么就保留这条边，否则删去。
- 留下的边就是有可能出现在某条最短路径上的边。
- 可以证明留下的边构成的子图是一个有向无环图，我们称之为最短路径图。
- 因此肯定存在一种方案使得取出 $n-1$ 条边，形成一个最短路径树。
- 所以这题只需要 SPFA 算一遍单源最短路径，然后计算权值和 dist 的乘积之和即可。

下节课再见