

知识精炼（三）



主讲人：邓哲也



HDU4786 Fibonacci Tree

给你一个 n 个点， m 条边的无向图。

每条边有一个颜色， 0 表示黑色， 1 表示白色。

现在问你是否存在一个生成树，满足其中的白边个数是Fibonacci数。

(Fibonacci数: 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...)

$n \leq 10^5$, $m \leq 10^5$

样例: (YES)

4 4

1 2 1

2 3 1

3 4 1

1 4 0

HDU4786 Fibonacci Tree

思考：10万以下的Fibonacci数不多，直接枚举白边数量。

HDU4786 Fibonacci Tree

思考：枚举白边数量 k ，然后先在不成环的情况下，随机留下 k 条白边。剩下的白边删掉。看剩下的图是否联通。

HDU4786 Fibonacci Tree

换一种思路，我们可以统计生成树中有几条白边是可行的。
在这些数中寻找是否有Fibonacci数。

HDU4786 Fibonacci Tree

换一种思路，我们可以统计生成树中有几条白边是可行的。在这些数中寻找是否有Fibonacci数。

首先验证整张图是不是连通的。

然后看看最多有几条白边可行。

也就是在白边构成的子图上跑生成树（森林），看看最多能用几条边，记为Max。

用并查集即可完成。

HDU4786 Fibonacci Tree

再看看最少有几条白边可行。

那我们可以在黑边构成的子图上跑生成树（森林），看看最多用几条边。

那么只要用 $(n - 1)$ 减去黑边最多需要用的数量 就是 白边最少需要的数量，记为Min。

HDU4786 Fibonacci Tree

白边数量在 $[\text{Min}, \text{Max}]$ 中的生成树，都是存在的。

为什么？

HDU4786 Fibonacci Tree

假设现在生成树中有 k ($k > \text{Min}$) 条白边。

这个时候黑边有 $n-1-k$ 条，黑色的生成树（森林）还可以扩大。

随意选一条可以加入黑色的生成树（森林）的边 (u, v)

(u, v) 在当前生成树上的路径中，一定至少有一条白边。

为什么？

如果没有的话，那就和黑边成环了，不是黑色的生成树（森林）了，与假设不符。

选择这条路径上的一条白边断掉，连上这条黑边。

此时生成树中有 $k - 1$ 条白边。

HDU4786 Fibonacci Tree

如果白边数量是 k 可行，那么 $k-1$ 也可行。

综上，白边数量在 $[\text{Min}, \text{Max}]$ 之间都可行。

只要检查这个区间内是否有Fibonacci数即可。

时间复杂度是线性的，因为只要用到并查集。

下节课再见