

线段树优化建图



主讲人：邓哲也



Codeforces #406 Div.1 B. Legacy

一张图上有 n 个点，现在做 m 次操作，操作总共有 3 种：

1 $a\ b\ c$: 从 a 到 b 连一条权值为 c 的单向边

2 $a\ b\ c\ d$: 从 a 到 $[b, c]$ 中的每个点都连一条权值为 d 的单向边。

3 $a\ b\ c\ d$ 从 $[b, c]$ 中的每个点都往 a 连一条权值为 d 的单向边。

最后给你一个起点，请你求出起点到其他点的最短路径长度。

$n, m \leq 100000$

Codeforces #406 Div.1 B. Legacy

如何处理从 a 往 $[b, c]$ 中每个点都连边？

如果暴力连边，总共就有 $O(n^2)$ 条边，无法承受。

考虑如何优化区间建图。

Codeforces #406 Div.1 B. Legacy

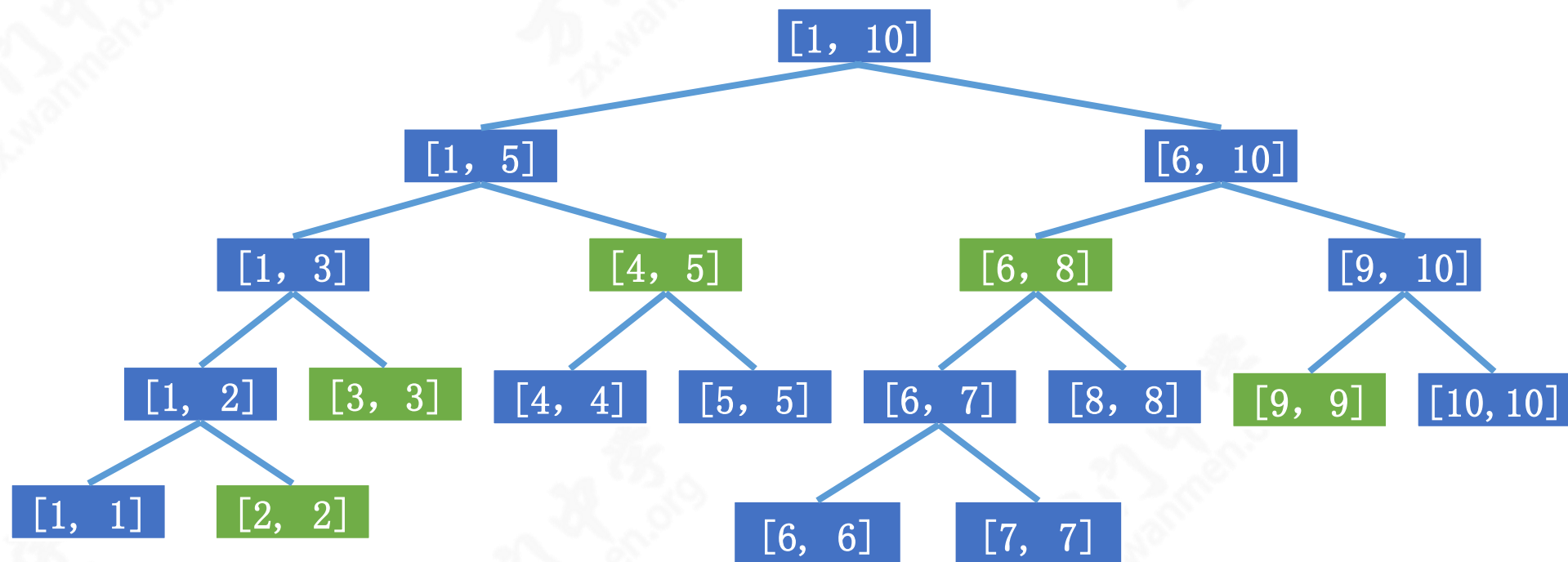
回想一下线段树，它可以在区间询问/修改的时候，把一个区间分成 $O(\log n)$ 级别个子区间，分别对应线段树上的这么多个点。

自然的，我们就可以想到用线段树的结构来优化建边的过程。

Codeforces #406 Div.1 B. Legacy

假设我们从 1 号点往 $[2, 9]$ 中的点连边。

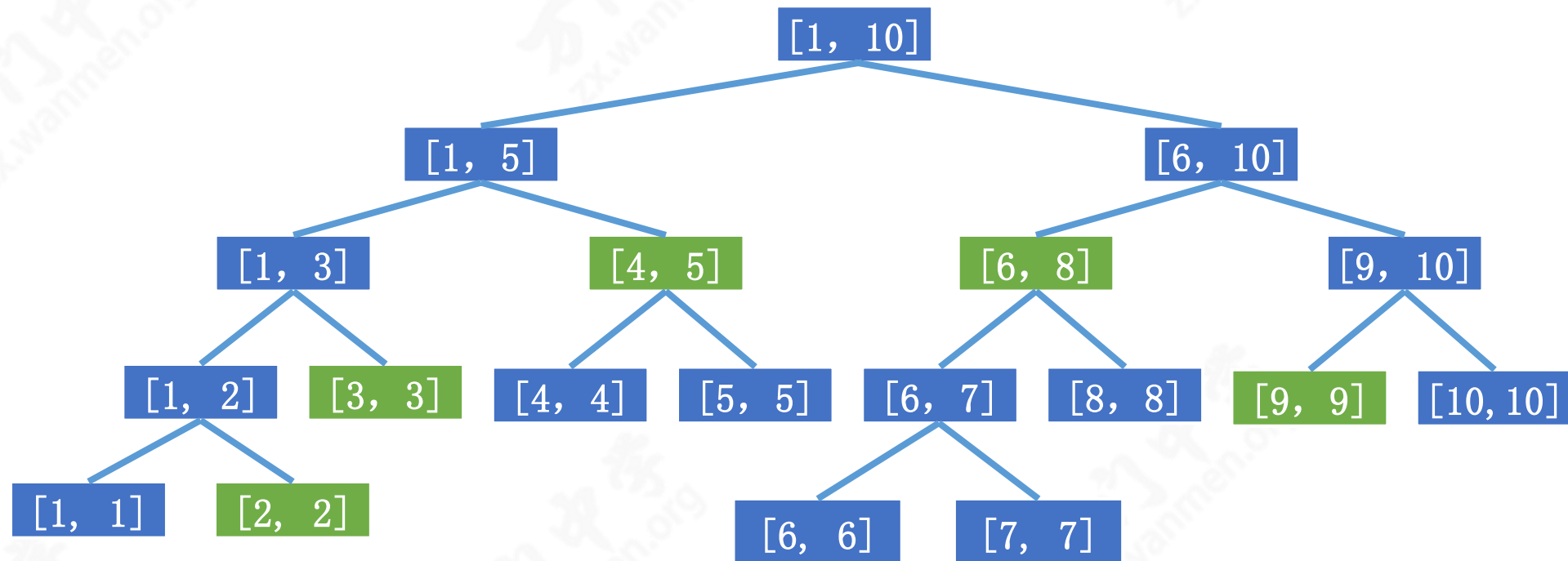
我们需要线段树建一棵树，每个点可以到达它的两个子节点。



Codeforces #406 Div.1 B. Legacy

假设我们从 $[2, 9]$ 中的每个点往 1 连边。

我们需要线段树建一棵树，每个点可以到达它的父节点。



Codeforces #406 Div.1 B. Legacy

```
void addedge(int x, int y, int w, int flag);
```

如果 $\text{flag} == 0$, 插入边 $\langle x, y \rangle$

如果 $\text{flag} == 1$, 插入边 $\langle y, x \rangle$

Codeforces #406 Div.1 B. Legacy

```
void build(int l, int r, int x, int flag) {  
    if (l == r) {  
        id[flag][x] = 1;  
        return;  
    }  
    id[flag][x] = ++ tot;  
    int mid = (l + r) >> 1;  
    build(l, mid, ls, flag);  
    build(mid + 1, r, rs, flag);  
    addedge(id[flag][x], id[flag][ls], 0, flag);  
    addedge(id[flag][x], id[flag][rs], 0, flag);  
}
```


Codeforces #406 Div.1 B. Legacy

通过这样加边，边数的级别是 $O(m \log n)$ ，点数级别是 $O(n)$ 。

在这张图上跑 Dijkstra堆优化

时间复杂度 $O((n + m) \log^2 n)$

下节课再见