

知识精炼（三）



主讲人：邓哲也



CF 755F PolandBall and Gifts

有 n 个人，第 i 个人想送给第 $p[i]$ 个人一份礼物。

p 是一个排列，且 $p[i] \neq i$

很遗憾现在有 k 个人忘记带礼物了。如果 i 忘带礼物了，那么 i 和 $p[i]$ 都不会收到礼物。

问无法收到礼物的人最多和最少有几个。

$$k \leq n \leq 10^6$$

input	
5 2	
3 4 1 5 2	
output	
2 4	

input	
10 1	
2 3 4 5 6 7 8 9 10 1	
output	
2 2	

CF 755F PolandBall and Gifts

一个简单的想法是先从 i 往 $p[i]$ 连一条有向边。

可以发现 n 个点、 n 条有向边，每个点的出度和入度都是 1。

因此最后这个图会变成若干个环。

CF 755F PolandBall and Gifts

如何最大化收不到礼物的人数？

对于一个偶环，假设长度为 k 。

那么只要有 $k / 2$ 个人忘带礼物， k 个人就全都收不到礼物。

对于一个奇环，假设长度为 k 。

那么需要有 $(k + 1) / 2$ 个人忘带礼物， k 个人就会都收不到礼物。

贪心即可。

CF 755F PolandBall and Gifts

如何最小化收不到礼物的人数？

如果有一个大小为 m 的环，只要让这 m 个人都忘带，就只会有 m 个人收不到礼物。

因此如果能找到若干个环，使得它们的长度之和刚好是 k ，那么答案就是 k 。

否则会有一个环不能被完全覆盖，还会再牵连一个人，答案就是 $k + 1$

CF 755F PolandBall and Gifts

问题变成了有 m 个环，第 i 个环长度为 $L[i]$ ，一共有 $C[i]$ 个环。

能否凑出长度之和为 k 的方案。

多重背包！

用二进制分组，拆成 $\log(C[i])$ 个物品，做 01 背包。

时间复杂度 $O(n \log n)$

CF 755F PolandBall and Gifts

```
int dfs(int u, int start, int len) {
    if (start == u) return len;
    else {
        vis[u] = 1;
        dfs(a[u], start, len + 1);
    }
}

for(int i = 1; i <= n; i++) scanf("%d", &a[i]);
for(int i = 1; i <= n; i++) if(!vis[i]) cir[++ cnt] =
dfs(a[i], i, 1);
```

CF 755F PolandBall and Gifts

```
sort(cir + 1, cir + cnt + 1);
int kk = k, maxans = 0, tmp = 0;
for(int i = 1; i <= cnt; i++) {
    if(cir[i] / 2 <= kk)
        kk -= cir[i] / 2, maxans += cir[i] / 2 * 2;
    else
        maxans += kk * 2, kk = 0;
    if(cir[i] & 1) tmp++;
}
maxans += min(kk, tmp);
```


CF 755F PolandBall and Gifts

```
int tot = 0;
for(int i = 1; i <= cnt; i++) {
    if (cir[i] == cir[i - 1]) C[tot] ++;
    else C[++ tot] ++, L[tot] = cir[i];
}
int cnt = 0;
for(int i = 1; i <= tot; i++) {
    for(int j = 1; C[i]; j <=< 1) {
        int t = min(C[i], j);
        V[++ cnt] = t * L[i];
        C[i] -= j;
    }
}
```

CF 755F PolandBall and Gifts

```
f[0] = 1;
for(int i = 1; i <= cnt; i++)
    for(int j = k; j >= V[i]; j--)
        f[j] |= f[j - V[i]];
int minans = k;
if (!f[k]) minans++;
printf( "%d %d\n", minans, maxans);
```

下节课再见