

Зад. 0 Да се напише функцията, която намира корените на квадратно уравнение. Функцията да приема като параметри 3 **реални** числа - коефициентите на квадратния тричлен.

С помощта на функцията да се намерят корените на уравнението $2x^2 + 5x + 3 = 0$.

Резултатът да се провери графично като се начертаят графиката на квадратната функция заедно с точките в равнината, отговарящи на получените корени.

Зад.1 Докажете неравенството между средно аритметично и средно геометрично

$$\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy},$$

където x и y са неотрицателни реални числа.

Зад.2 Направете предположение за корените на полинома

$p(x) = 2x^5 + 5x^4 - 8x^3 - 14x^2 + 6x + 9$ като начертаете графиката му в подходящ интервал.

Проверете предположенията си, като разложите полинома на неразложими множители.

Зад.3 Да се напише функцията, която приема като параметър комплексно число и връща

абсолютната му стойност $|z| = \sqrt{[\operatorname{Re}(z)]^2 + [\operatorname{Im}(z)]^2}$.

(а) Функцията да се тества с числата $z_1 = 2i + 5$ и $z_2 = 4i + 4$, като резултатът се сравни със стойността, която връща съответната вградена функция;

(б) Да се визуализират z_1 и z_2 като точки в комплексната равнина, заедно с отсечките, изобразяващи разстоянието им от центъра на координатната система (отсечките да се начертат с прекъсната линия) и да се поставят подходящи означения на двете оси.

***Допълнителна задача:** Да се напише функцията, която за произволно комплексно число, визуализира графиката, описана в подточка (б).

Зад.4 В една държава, дължимият данък върху доходите на дадено лице се изчислява както следва.

Доходи на стойност до \$10 000 не се облагат с данъци. Доходи между \$10 000 и \$20 000 се облагат с 10% от получената сума, а за доходи над \$20 000, дажкоплатците дължат на държавата 15% от получената сума.

(а) Да се начертае графика на данъчната ставка (дължимия данък в проценти) като функция на дохода

(б) Да се начертае графика на дължимата сума по данъка като функция на дохода.

Да се свържат отделните части на функцията с прекъсната линия и да се добавят подходящи заглавия на фигурите и осите.

Зад.5 Основният математически труд на италианския математик Джироламо Кардано е свързан с решаването на полиномиални уравнения от трета и четвърта степен. Опитите му да намери аналитично решение на уравненията от трета степен водят до откриването на имагинерните числа, но те стават популярни доста по-късно, след публикации на други математици.

Формулата на Кардано

$$x = \sqrt[3]{\frac{-q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{-q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

дава един от корените на кубично уравнение от вида

$$x^3 + px + q = 0. \quad (1)$$

Проверете дали кубичния полином $(2 - \sqrt{3} + x)(-4 + x)(2 + \sqrt{3} + x)$ е от вида (1). Ако да, пресметнете един от корените му по формулата на Кардано.