

Univerza v Ljubljani  
Fakulteta za matematiko in fiziko  
Finančna matematika – 1. stopnja

Tilen Humar, Urban Rupnik

# **Iskanje bitonične rešitve problema potujočega trgovca**

Projekt OR pri predmetu Finančni praktikum

Ljubljana, 2022

## 1. PREDSTAVITEV PROBLEMA

**Problem potujočega trgovca** oziroma **problem trgovskega potnika** je ponavadi zastavljen v naslednji obliki.

Obstaja  $n$  mest, za katera poznamo razdalje med poljubnim parom mest. Trгоvec želi obiskati vsa mesta, pri čemer pot začne in konča v istem mestu in vsak kraj obišče natanko enkrat. Katera je najkrajša oziroma najcenejša pot, ki jo lahko izbere trgovec?

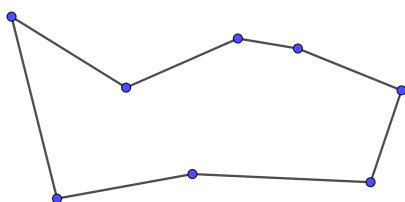
V matematičnem jeziku se problem torej prevede na iskanje najcenejšega Hamiltonovega cikla v polnem grafu  $K_n$ , kjer ima vsaka povezava  $e$  znano utež (ceno)  $c_e$ . Ker pa je v osnovi dotični problem “NP-težek”, to je, da bi za iskanje njegove rešitve potrebovali več kot polinomski čas, se omejimo na lažjo nalogo iskanja njegove najkrajše bitonične rešitve.

## 2. BITONIČNA POT

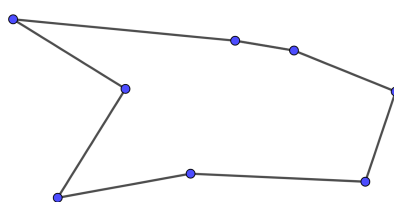
**Definicija 2.1.** Zaporedje  $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$  je bitonično, ko obstaja tak  $k, 1 \leq k < n$ , da velja

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_k \geq \dots \geq x_n.$$

Bitonična rešitev problema, bo torej pot, kjer bomo začeli v skrajno levo ležečem vozlišču, nadaljevali strogo desno do najbolj desnega vozlišča in še strogo levo nazaj do izhodišča. Bitoničnost poti lahko na grafu preverimo z navpičnicami. Vsaka navpična črta seka pot največ dvakrat.



(A) Bitonična pot



(B) Nebitonična pot

SLIKA 1. Primer bitonične in nebitonične poti na grafu

Iskanje najkrajše bitonične poti je standardna naloga v dinamičnem programiranju, rešljiva v polinomskem času  $O(n^2)$ , poznamo pa tudi hitrejši algoritem s časovno zahtevnostjo  $O(n \log^2 n)$ .

### 3. NAČRT DELA

Za iskanje rešitev problema bova pripravila program v programskem jeziku R. Ta bo okvirno vseboval:

- funkcijo za generiranje točk v  $\mathbb{R}^2$  (predpostavka:  $x$  koordinate so različna naravna števila,  $y$  pa poljubna realna)
- funkcijo za risanje točk
- funkcijo za izračun evklidske razdalje med točkama
- program za iskanje najkrajše bitonične poti
- funkcijo za izpis poti

Nato sledi še eksperimentiranje z napisanim programom.