

3. laboratorijska vaja

Čeprav je bil Gaston Julia (1893 - 1978) v svojih časih svetovno znan matematik, je njegovo delo padlo v pozabo, dokler ga ni nekaj desetletij kasneje oživel poljski matematik Mandelbrot. S pomočjo računalniške grafike je pokazal, da je Juliajevo delo vir nekaterih najlepših danes znanih fraktalov.

Juliajeve množice živijo v kompleksni ravnini. Vzemimo za primer enostaven polinom

$$P_c(z) = z^2 + c,$$

kjer sta z in c kompleksni števili. Izberimo nek konstanten c in začetno točko z_0 in opazujemo zaporedje

$$z_0, z_1 = P_c(z_0), z_2 = P_c(z_1), \dots, z_{n+1} = P_c(z_n), \dots$$

To pomeni, da najprej izračunamo vrednost polinoma $z^2 + c$ za neko začetno vrednost spremenljivke z . Dobljeno vrednost nato uporabimo za novo vrednost spremenljivke z . Z uporabo te nove vrednosti spremenljivke z spet izračunamo vrednost polinoma $z^2 + c$ in dobljeno vrednost spet priredimo spremenljivki z , in tako naprej. Gornjemu zaporedju pravimo orbita točke z_0 .

Možna sta dva dogodka:

1. Orbita točke z_0 sčasoma pobegne daleč od izhodišča.
2. Orbita ostane v nekem omejenem področju kompleksne ravnine.

Množica vseh točk, katerih orbita ostane v omejenem področju kompleksne ravnine, se imenuje Juliajeva množica.

Besedilo naloge:

Funkcije za izvajanje računskih operacij nad kompleksnimi števili iz prejšnje vaje uporabite za risanje Juliajevih množic.

Postopek:

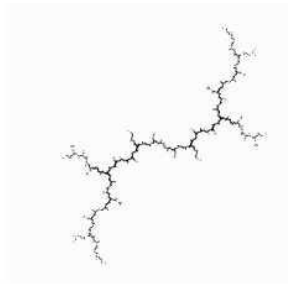
Sistematično preglejte orbite vseh točk kompleksne ravnine v območju $-1,7 < \text{Re}(z_0) < 1,7$ in $-1,7 < \text{Im}(z_0) < 1,7$ ter narišite točko z_0 v barvi, ki ustreza številu točk v orbiti, preden ta pobegne iz območja $|z_n| < 2$.

Za pomoč boste dobili funkcijo `shraniBMP`, ki vam bo ustvarila bitno sliko. Funkciji boste kot prvi parameter podali dvodimenzionalno tabelo celoštevilskih vrednosti med 0 in 255, kjer bo vsaka vrednost predstavljala določeno barvo ustrezne točke v končni sliki. Drugi in tretji parameter funkcije bosta širina in višina podane tabele, četrti parameter pa ime datoteke, kamor želite, da se slika shrani. Na primer:

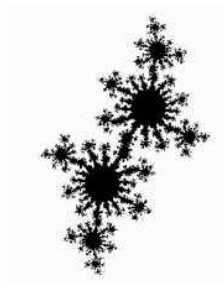
```
#define DIM 500
unsigned char slika[DIM][DIM];
//...
```

```
shraniBMP(slika, DIM, DIM, "slikca.bmp");
```

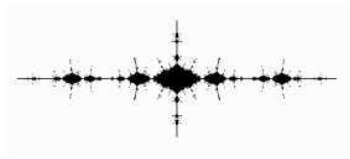
Naslednja slika prikazuje Juliajeve množice za 4 različne vrednosti konstante c :



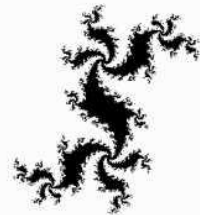
$c = i$



$c = -0,55 + 0,50i$



$c = -1,35$



$c = 0,31 + 0,50i$

Vprašanja za pomoč:

- Če želimo v območju od $-1,7$ do $1,7$ pregledati DIM vrednosti, kolikšen je razmik med posameznimi vrednostmi?
- Na kakšen način lahko proizvedemo vse možne kombinacije dveh vrednosti med 0 in 499 (to pomeni $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(0, 2)$... $(0, 499)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$, $(1, 2)$... $(1, 499)$... $(499, 0)$, $(499, 1)$, $(499, 2)$... $(499, 499)$)?
- Kako lahko z uporabo funkcij iz 2. laboratorijske vaje izračunamo vrednost polinoma $z^2 + c$?
- Več o Juliajevih množicah si lahko preberete na www.presek.si/24/1320-Potocnik.pdf.