

Messbericht Parallelschaltung

Felix Schiller
Sebastian Littau
E1FS2

Reutlingen, am 15.12.2015

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|----------|
| 1 | Messaufgabe | 2 |
| 2 | Messung | 3 |
| 2.1 | Stromabhängigkeit | 3 |
| 2.2 | Messschaltung zur Bestimmung der Ströme zwischen den Bauteilen | 3 |
| 2.3 | Aufbau der Schaltung | 3 |
| 2.4 | Messwerte und Zusammenhänge | 3 |
| 2.5 | Spannungsabhängigkeit | 4 |
| 2.6 | Messschaltung zur Messung der Spannung über die einzelnen Bauteile . . | 4 |
| 2.7 | Aufbau der Schaltung | 4 |
| 2.8 | Messwerte und Zusammenhänge | 4 |
| 3 | Erkenntnisse | 4 |
| 3.1 | Wie verhalten sich die Ströme bei einer Parallelschaltung? | 4 |
| 3.2 | Beziehung zwischen der Generatorspannung und den gemessenen Spannungen | 5 |
| 3.3 | Gesamtwiderstand und Beziehung der einzelnen Widerstandswerte zum Gesamtwiderstand | 5 |
| 3.4 | Mathematische Herleitung | 5 |
| 4 | Anwenderschaltung | 6 |
| 4.1 | Schaltung | 6 |
| 4.2 | Berechnung des Parallelwiderstands | 7 |

1 Messaufgabe

An einer Parallelschaltung von 4 Widerständen soll durch Messung ermittelt werden, wie sich

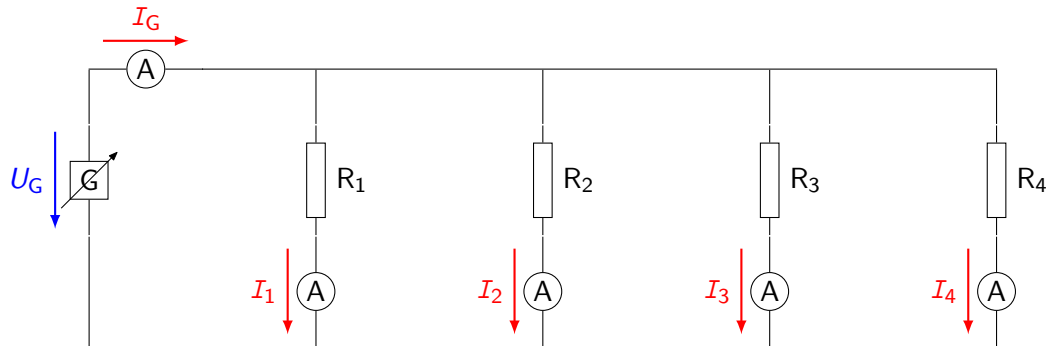
1. die Ströme zwischen den einzelnen Bauteilen und
2. die Spannungen an den einzelnen Bauteilen verhalten.

Die messtechnisch gewonnenen Ergebnisse sind so zu verallgemeinern, dass sie auf beliebige Parallelschaltungen anwendbar sind.

2 Messung

2.1 Stromabhängigkeit

2.2 Messschaltung zur Bestimmung der Ströme zwischen den Bauteilen



2.3 Aufbau der Schaltung

In der oben skizzierten Schaltung sind die Widerstände $R_{1..4}$ parallel an die Spannungsquelle angeschlossen. Die Widerstandswerte betragen $R_1 = 150\Omega$, $R_2 = 220\Omega$, $R_3 = 470\Omega$, $R_4 = 820\Omega$. Als Speisespannung wird $U_G = 10V$ angelegt. Mit den Messgeräten, die mit den Widerständen in Reihe geschaltet sind können die Ströme $I_{1..4}$ in den einzelnen Widerständen, sowie der Gesamtstrom I_G durch die Schaltung gemessen werden.

2.4 Messwerte und Zusammenhänge

In der oben beschriebenen Schaltung wurden die folgenden Ströme gemessen:

| Strom | I_G | I_1 | I_2 | I_3 | I_4 |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Wert in mA | 145 | 67 | 45 | 21,5 | 12 |

Der Gesamtstrom, der durch die Schaltung fließt teilt sich entsprechend der Werte der einzelnen Widerstände auf.

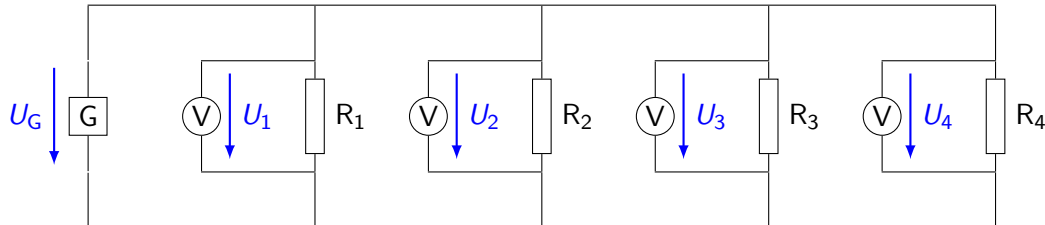
$$\begin{aligned}
 I_G &= I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \\
 &= 67mA + 45mA + 21,5mA + 12mA \\
 &= 145,5mA
 \end{aligned}$$

Der Strom I_G entspricht der Summe der einzelnen Ströme $I_{1..4}$.

Die Abweichung zwischen dem gemessenen und dem errechneten Gesamtstrom ergibt sich aus den verschiedenen Ungenauigkeiten. Die verschiedenen Messbereiche des verwendeten Unigor A43 haben verschiedene Innenwiderstände, die sich auf die gemessenen Werte auswirken. Dazu kommen noch Ablesefehler auf der analogen Messskala.

2.5 Spannungsabhängigkeit

2.6 Messschaltung zur Messung der Spannung über die einzelnen Bauteile



2.7 Aufbau der Schaltung

In der oben skizzierten Schaltung sind die Widerstände $R_{1..4}$ parallel an die Spannungsquelle angeschlossen. Die Widerstandswerte betragen $R_1 = 150\Omega$, $R_2 = 220\Omega$, $R_3 = 470\Omega$, $R_4 = 820\Omega$. Als Speisespannung wird $U_G = 10V$ angelegt. Mit den parallel zu den Widerständen angeschlossenen Messgeräten können die Spannungen $U_{1..4}$ an den einzelnen Widerständen gemessen werden.

2.8 Messwerte und Zusammenhänge

In der oben beschriebenen Schaltung wurden die folgenden Spannungen gemessen:

| Spannung | U_G | U_1 | U_2 | U_3 | U_4 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Wert in V | 10,04 | 9,99 | 10,01 | 10,0 | 9,99 |

An allen Widerständen liegt, bis auf Messfehler genau, die selbe Spannung an.

$$U_G = U_1 = U_2 = U_3 = U_4$$

3 Erkenntnisse

3.1 Wie verhalten sich die Ströme bei einer Parallelschaltung?

Der Gesamtstrom teilt sich auf alle Widerstände auf. Durch jeden Widerstand fließt der Strom $I_n = \frac{U_G}{R_n}$. Durch alle Widerstände zusammen fließt ein Gesamtstrom der der Summe aller Einzelströme entspricht.

$$I_G = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$

3.2 Beziehung zwischen der Generatorspannung und den gemessenen Spannungen

An jedem Widerstand liegt die selbe Spannung an. Die positive Seite eines jeden Widerstands liegt auf dem selben Potential.

$$U_G = U_1 = U_2 = U_3 = U_4$$

3.3 Gesamtwiderstand und Beziehung der einzelnen Widerstandswerte zum Gesamtwiderstand

Der Gesamtwiderstand der Schaltung lässt sich aus dem gemessenen Gesamtstrom und der angelegten Spannung berechnen.

$$R_{ges} = \frac{U_G}{I_G} = \frac{10,04V}{145mA} = 69,2\Omega$$

3.4 Mathematische Herleitung

Aus dem Ohmschen Gesetz kann man den Gesamtwiderstand auch über den fließenden Strom herleiten.

$$\begin{aligned} I_G &= I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \\ \frac{U_G}{R_{ges}} &= \frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_3} + \frac{U_4}{R_4} \\ \frac{1}{R_{ges}} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \\ \frac{1}{R_{ges}} &= \frac{1}{150\Omega} + \frac{1}{220\Omega} + \frac{1}{470\Omega} + \frac{1}{820\Omega} \\ &= 0,0145 \frac{1}{\Omega} \\ \Rightarrow R_{ges} &= 69,44\Omega \end{aligned}$$

Da die an allen Widerständen anliegende Spannung gleich ist kann die gesamte Gleichung durch U_G geteilt werden. Dadurch wird die Spannung aus der Gleichung eliminiert. Mit eingesetzten Zahlen kommt man wieder auf den R_{ges} , der schon oben ausgerechnet wurde.

Eine Berechnung über Kehrwerte ist oft sehr aufwendig. Deshalb wurde eine neue Größe eingeführt, der Leitwert G . Er wird in Siemens angegeben und entspricht dem Kehrwert des Widerstandes.

$$\begin{aligned}\frac{1}{R_{ges}} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \\ \frac{\frac{U_G}{I_G}}{\frac{U_1}{I_1}} &= \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} + \frac{1}{I_3} + \frac{1}{I_4} \\ \frac{I_G}{U_G} &= \frac{I_1}{U_1} + \frac{I_2}{U_2} + \frac{I_3}{U_3} + \frac{I_4}{U_4} \\ G_{ges} &= G_1 + G_2 + G_3 + G_4\end{aligned}$$

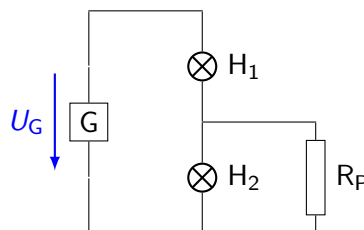
Für zwei parallel geschaltete Widerstände, ein Fall, den man in vielen Schaltungen findet lässt sich eine vereinfachte Sonderformel finden.

$$\begin{aligned}\frac{1}{R_{ges}} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \\ \frac{1}{R_{ges}} &= \frac{R_2}{R_1 \cdot (R_1 \cdot R_2)} + \frac{R_1}{R_2 \cdot (R_1 \cdot R_2)} \\ \frac{1}{R_{ges}} &= \frac{R_2}{R_1 \cdot R_2} + \frac{R_1}{R_1 \cdot R_2} \\ \frac{1}{R_{ges}} &= \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2} \\ \boxed{R_{ges} &= \frac{R_2 \cdot R_1}{R_1 + R_2}}\end{aligned}$$

4 Anwenderschaltung

Zwei Lampen, $H_1(12V/240mA)$ und $H_2(12V/96mA)$ sollen an einer Spannungsquelle mit $U_G = 24V$ angeschlossen werden können. Ein zusätzlicher Widerstand ist nötig beide Lampen zusammen betreiben zu können. Dieser wird parallel zu H_2 gesteckt.

4.1 Schaltung



4.2 Berechnung des Parallelwiderstands

Die Lampe H_1 ist in Reihe zu der Kombination aus Lampe H_2 und Parallelwiderstand R_P . An beiden Schaltungsteilen fällt je $\frac{U_G}{2} = 12V$ ab. Durch H_2 darf maximal ein Strom von $96mA$ fließen, der Rest muss durch den Parallelwiderstand.

$$\begin{aligned}I_G &= I_{H_2} + I_{R_P} \\I_{R_P} &= I_G - I_{H_2} \\I_{R_P} &= 240mA - 96mA = 144mA\end{aligned}$$

Also ist ein Widerstand gesucht, der bei $12V$ angelegter Spannung $144mA$ Strom durchlässt.

$$\begin{aligned}R_P &= \frac{U_{H_2}}{I_{R_P}} \\R_P &= \frac{12V}{144mA} = 83,33\Omega\end{aligned}$$

Im Widerstand wird dann eine Leistung von $P_{R_P} = U \cdot I_{R_P} = 12V \cdot 144mA = 1,72W$ umgesetzt.

Bei Glühfadenbruch der Lampe H_1 ist der Stromkreis unterbrochen. Es kann kein Strom mehr fließen und beide Lampen sind aus.

Bei einem Glühfadenbruch der Lampe H_2 wird nur die Lampe H_1 etwas dunkler. Die folgenden Betrachtungen gelten nun:

$$R_{neu} = R_{H_1} + R_P = 50\Omega + 83,33\Omega = 133,33\Omega$$

$$I_{neu} = \frac{U_G}{R_{neu}} = \frac{24V}{133,33\Omega} = 180mA$$

$$U_{H_1neu} = R_{H_1} \cdot I_{neu} = 50\Omega \cdot 180mA = 9V$$