Auktionen und Märkte

Die Allpay-Auktion

Groh/von Wangenheim

Universität Bonn, Wintersemester 2024/2025

Anwendungen

unüblich als "Auktion", aber oft "versteckt" in Anwendungen

Beispiele:

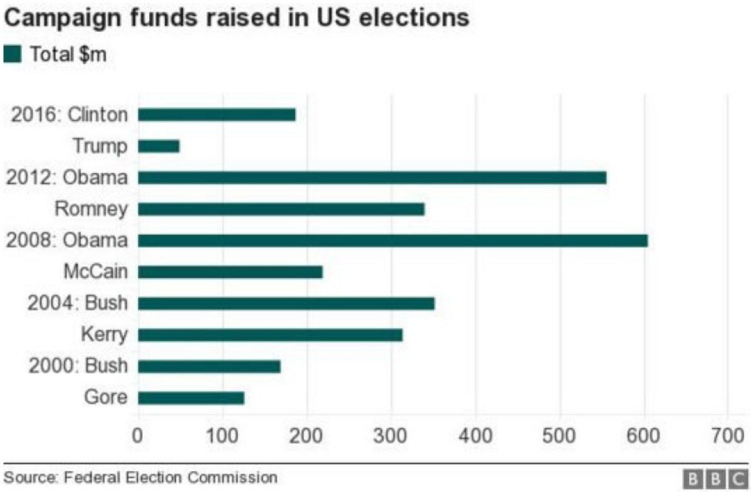
- Lobbying
- Forschung: Patente, Standards (Blu-ray/Sony vs. HD-DVD/Toshiba)
- Sport (Turniere, Wettkämpfe)
- US-Wahlkampf

Gewinner bezahlt eigenes Gebot (**EP-APA** oder nur **APA**)

- Zermürbungskriege (Preiskrieg zw. Firmen, Kampf zw. Tieren, Streik bei der Bahn)

Gewinner bezahlt zweithöchstes Gebot (**ZP-APA**)

Beispiel: US-Wahlkampf



Profit in EP-APA

aus Sicht von Bieter i: zwei Ergebnisse möglich

- Gewinn ($b_i > b_{(1:n-1)}$): $v_i - b_i$
- Verlust ($b_i < b_{(1:n-1)}$): $-b_i$

Die Allpay-Auktion als Experiment

- Wir versteigern einen fiktiven Token per Allpay-Auktion.
- Gehen Sie auf https://zufallsgenerator.net/ . Dort erzeugen Sie eine Zufallszahl zwischen 1 und 100. Das ist Ihre Wertschätzung für den Token. (Stellen Sie sich vor, das sei der Preis zu dem Sie ihn verkaufen können, falls Sie gewinnen.)
- Bedenken Sie: Jeder Ihrer Mitspieler hat auch eine Wertschätzung zwischen 1 und 100. Sie können aber aus Ihrem Wert nichts über den Wert der anderen lernen.
- Gehen Sie auf https://ecampus.uni-bonn.de/vote/TINS
- Geben Sie als Gruppennamen einen Fantasienamen ein.
- Geben Sie über den Schieberegler Ihre Wertschätzung wahrheitsgemäß an (Ignorieren Sie das Prozent Zeichen).
- Geben Sie Ihr Gebot ein.

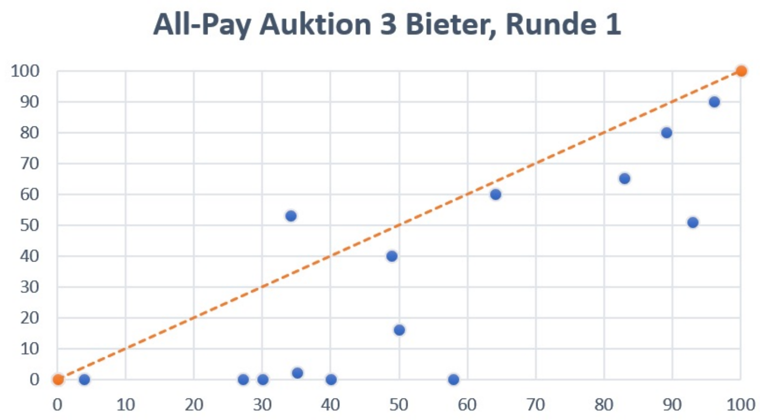
Die All-Pay Auktion als Experiment

- Sie versuchen, Ihren erwarteten Gewinn zu maximieren.
- Beispiel: Sie bieten 25, Ihre Wertschätzung war 70.
  - Ist das höchste gegnerische Gebot über 25, so verlieren Sie und zahlen Ihr Gebot. Sie haben einen Verlust von 25
  - Ist das höchste gegnerische Gebot unter 25, so gewinnen Sie und zahlen 25. Da Sie den Token für 70 verkaufen können, haben Sie einen Gewinn von 45.
- Wir werden das Auktionsspiel mehrere Male wiederholen, zunächst mit nur 2 Gegnern, dann alle gemeinsam.
- Ziehen Sie jedes Mal eine neue Zufallszahl!

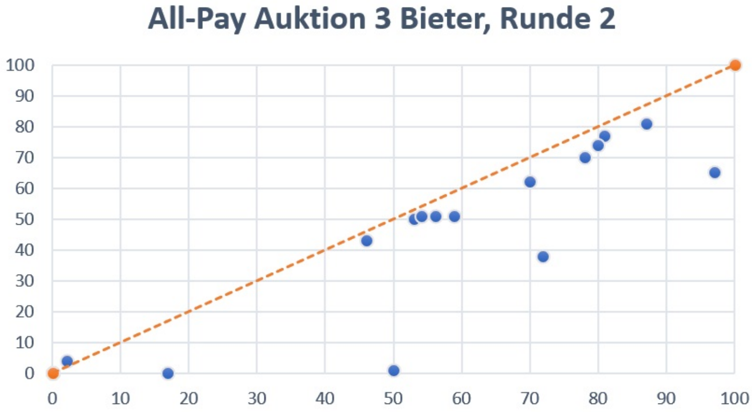
Diskussion

Wir diskutieren vor der Auswertung folgende Fragen:

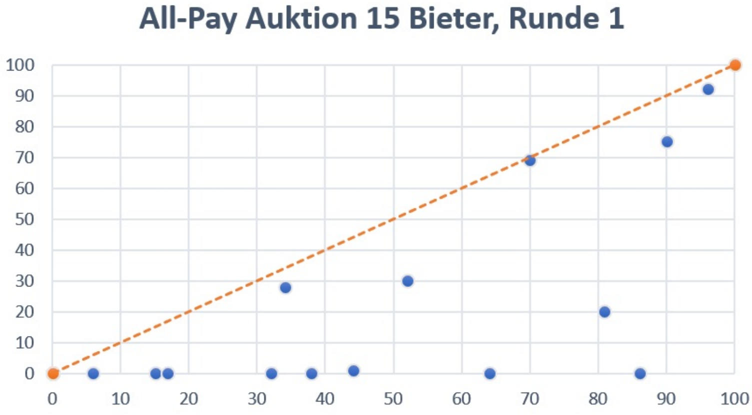
- Haben Sie sich anders verhalten als in der Erstpreisauktion? Inwiefern? Warum?
- Haben Sie Ihre Strategie davon abhängig gemacht, gegen wieviele Gegner Sie geboten haben? Inwiefern? Warum?
- Machen Sie eine Prognose, welche der beiden Formate, EPA oder APA, den höheren Gewinn erzielt, wenn sich alle Spieler rational verhalten und ihren Erwartungsnutzen maximieren.



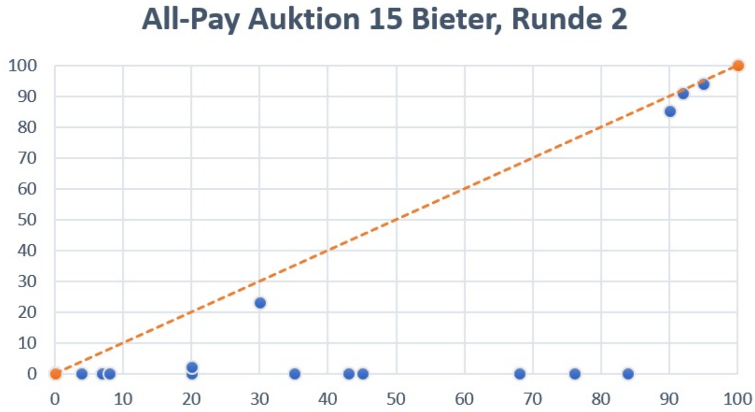
- Bieter mit niedrigen Wertschätzungen bieten Null oder niedrig.
- Bieter mit hohen Wertschätzungen bieten aggressiv.
- Gebote scheinen nicht linear, sondern eher konvex in der Wertschätzung.



- Weniger Personen bieten Null.
- Allerdings waren auch (zufällig) weniger Werschätzungen niedrig.
- Insgesamt ähnliches Verhalten.



- Verhalten nicht ganz homogen.
- Nun aber Gebote von Null auch für relativ hohe Wertschätzungen.
- Wieder anscheinend keine lineare Bietfunktion.



- Verhalten aus Runde 1 noch deutlicher ausgeprägt.
- Die meisten Bieter bieten (nahe) Null.
- Nur sehr hohe Wertschätzungen bieten aggressiv.

Auswertung

Zusamenfassung der Erkenntnisse:

- Gebote unter der eigenen WS. Deutlich niedrigere Gebote in der Auktion mit vielen Gegnern.
- Dies gilt vor allem für Bieter mit mitlerer und niedriger Wertschätzung.
- Nicht-linears Bieterverhalten. Konvexe Bietfunktion? Stark konvex in Auktion mit vielen Bietern?

BNGG

Das BNGG lässt sich unter den gleichen vier (allgemeinen) Annahmen wie bei der EPA herleiten:

(1) Symmetrie: $b_i(v) = b(v)$

(2) Monotonie: $b(v)$ ist streng monoton wachsend

(3) Differenzierbarkeit: $b(v)$ ist differenzierbar

(4) Randbedingung: $b(0) = 0$

Satz:

Im Fall mit n Bietern und auf $[0, 1]$ bzgl. $F(v_i)$ verteilten WS besitzt die EP-APA ohne Reservationspreis ein BNGG, in dem jeder Bieter bzgl. der Bietstrategie

$$b(v_i) = F_{(1:n-1)}(v_i) \cdot \mathbb{E}[\tilde{v}_{(1:n-1)} | \tilde{v}_{(1:n-1)} \leq v_i]$$

bietet.

Schritt 1: Vermutung: BNGG besitzt die folgenden vier Eigenschaften

(1) $b_i(v) = b(v)$
(2) $b(v)$ ist streng monoton wachsend
(3) $b(v)$ ist differenzierbar
(4) $b(0) = 0$

Notation: $b^{-1}(b_i) = \phi(b_i)$

Schritt 2: Problem von Bieter i, wenn er WS v_i hat und die anderen Bieter sich wie vermutet verhalten:

$$\max_{b_i} \underbrace{\text{Prob}\{i \text{ gewinnt mit Gebot } b_i\}}_{=F_{(1:n-1)}(\phi(b_i)) \text{ (wie bei EPA; folgt aus (2))}} \quad v_i - b_i$$

BNGG: Schritt 2

Schritt 2 (Fortsetzung): BeO:

$$
\begin{aligned}
& f_{(1:n-1)}(\phi(b_i))\phi'(b_i)v_i - 1 \overset{!}{=} 0 \quad \text{(möglich wegen (3))} \\
\Leftrightarrow\quad & f_{(1:n-1)}(v_i)\underbrace{\phi'(b(v_i))}_{=1/b'(v_i)} v_i - 1 = 0 \quad \text{(wegen (1))} \\
\Leftrightarrow\quad & b'(v_i) = v_i f_{(1:n-1)}(v_i) \\
\Leftrightarrow\quad & \int_0^v b'(v_i)dv_i = \int_0^v v_i f_{(1:n-1)}(v_i)dv_i \\
\Leftrightarrow\quad & b(v) = F_{(1:n-1)}(v)\int_0^v v_i \frac{f_{(1:n-1)}(v_i)}{F_{(1:n-1)}(v)}dv_i \quad \text{(wegen (4))} \\
\Leftrightarrow\quad & b(v) = F_{(1:n-1)}(v)\cdot \mathbb{E}[\tilde{v}_{(1:n-1)} | \tilde{v}_{(1:n-1)} \leq v]
\end{aligned}
$$

Schritt 3: $b(v)$ erfüllt (2), (3) und (4)!

Effizienz und Erwarteter Erlös

Starker Kontrast zur APA mit bekannten WS:

- Kein Mischen für gegebene Wertschätzung, sondern reine Strategien.
- Unsicherheit für Gegner kommt von Unsicherheit über gegnerische WS.
- Bieter mit höchster WS gewinnt.

Effizienz? Ja!
(…unter der Annahme, dass es effizient ist immer zu verkaufen)

Erwarteter Erlös: $R_n \equiv n \cdot \mathbb{E}[b(\tilde{v}_i)]$

Vergleich mit EPA

Erwartete Zahlung eines Bieters mit WS v im GG der EPA:

$$
\begin{aligned}
& \text{Prob}\{\text{Bieter mit WS } v \text{ gewinnt im GG}\} \cdot b^E(v) \\
+ \quad & (1 - \text{Prob}\{\text{Bieter mit WS } v \text{ gewinnt im GG}\}) \cdot 0
\end{aligned}
$$

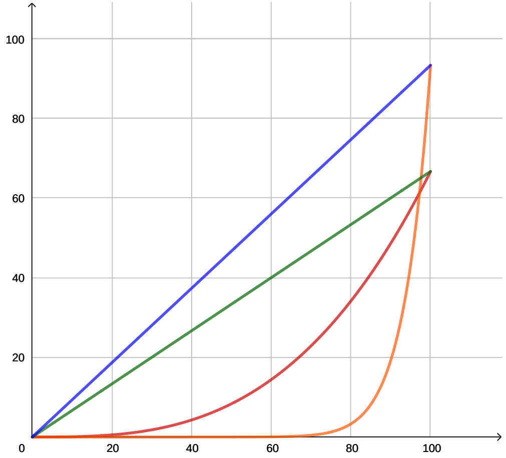
Sichere Zahlung eines Bieters mit WS v im GG der EP-APA:

$$
\text{Prob}\{\text{Bieter mit WS } v \text{ gewinnt im GG}\} \cdot b^E(v)
$$

Beobachtung:

Durchschnittliche Zahlung eines Bieters ist in EPA und APA gleich.

BNGG AllPay - Vergleich



Blau: EPA, n=15 Grün: EPA, n=3

Rot: APA, n=3 Orange: APA, n=15