

# Auktionen und Märkte

## Lösungen Blatt 1

Carl-Christian Groh & Jonas von Wangenheim

Universität Bonn, Wintersemester 2024/2025

# Aufgabe 1

## Aufgabe 1a:

- Dass beide Bieter  $v_L/2$  bieten ist kein GG weil beide einen Anreiz hätten leicht höher zu bieten um bei fast gleichem Preis sicher zu gewinnen.

## Aufgabe 1b:

- Das Mischen über den roten Support ist für Spieler 2 keine beste Antwort, da er mit positiver Wahrscheinlichkeit ein positives Gebot aus dem Intervall  $[v', v'']$  abgibt. Dies verliert sicher, verursacht aber Kosten. Besser wäre es stattdessen Null zu bieten. (Also bieten wie in Teil c beschrieben.)

## Aufgabe 1c:

- Gebote sehr nah bei  $v''$  sind keine beste Antwort für Spieler H. Diese verlieren fast sicher, kosten aber über  $v''$ . Besser wäre es stattdessen Null zu bieten. (Ähnliches gilt auch für Spieler L für Gebote nahe  $v''$ . Ein Gebot minimal über Null gewinnt fast genauso sicher, kostet aber weniger.)

## Aufgabe 2

### Aufgabe 2a:

Gegeben:  $v_1 = v_2 = 4$ . Beste Antworten sind in rot notiert.

		S2			
		$b_2 = 0$	$b_2 = 1$	$b_2 = 2$	$b_2 = 3$
S1	$b_1 = 0$	2,2	0, <b>3</b>	0,2	<b>0</b> ,1
	$b_1 = 1$	<b>3</b> ,0	1,1	-1, <b>2</b>	-1,1
	$b_1 = 2$	2,0	<b>2</b> , -1	0,0	-2, <b>1</b>
	$b_1 = 3$	1, <b>0</b>	1,-1	<b>1</b> , -2	-1,-1

Es gibt keine Nash Gleichgewichte in reinen Strategien. (Es gibt kein Aktionsprofil, so dass beide simultan eine beste Antwort auf den anderen spielen).

## Aufgabe 2

### Aufgabe 2b:

Gegeben:  $v_1 = 2$ ,  $v_2 = 4$ . Beste Antworten sind in rot notiert.

		S2			
		$b_2 = 0$	$b_2 = 1$	$b_2 = 2$	$b_2 = 3$
S1	$b_1 = 0$	1,2	0,3	0,2	0,1
	$b_1 = 1$	1,0	0,1	-1,2	-1,1
	$b_1 = 2$	0,0	0,-1	-1,0	-2,1
	$b_1 = 3$	-1,0	-1,-1	-1,-2	-2,-1

$(b_1, b_2) = (0, 1)$  ist ein Nash Gleichgewicht in reinen Strategien.

**Achtung:** (0,3) ist nicht das Gleichgewicht sondern der realisierte Nutzen im Gleichgewicht. Das Gleichgewicht wird durch die gewählten Aktionen, nicht das Ergebnis beschrieben.

## Aufgabe 3a - Erster Lösungsweg

"Guess and verify": Errate (probiere) verschiedene Profile und überprüfe ob es Lösungen sind, also ob jede(r) beste Antworten auf die Gebote der anderen spielt.

- **GG1:**  $(b_1, b_2, b_3) = (1, 1, 0)$
- **GG2:**  $(b_1, b_2, b_3) = (1, 0, 0)$
- **GG1:**  $(b_1, b_2, b_3) = (0, 1, 0)$

## Aufgabe 3a - Zweiter Lösungsweg

Strukturiertes Vorgehen:

- Egal wie die anderen bieten können für Bieter 1 und Bieter 2 nur die Gebote 0,1,2 optimal sein.
- Egal wie die anderen bieten können für Bieter 3 nur die Gebote 0 oder 1 optimal sein.

## Aufgabe 3

Die Auszahlungsmatrix für Gebote  $b_3 = 0$  und  $b_3 = 1$ :

		S2		
		$b_2 = 0$	$b_2 = 1$	$b_2 = 2$
S1	$b_1 = 0$	$\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$	0, 1, 0	0, 0, 0
	$b_1 = 1$	1, 0, 0	0, 0, 0	-1, 0, 0
	$b_1 = 2$	0, 0, 0	0, -1, 0	-1, -1, 0

		S2		
		$b_2 = 0$	$b_2 = 1$	$b_2 = 2$
S1	$b_1 = 0$	0, 0, 0	0, 0, $-\frac{1}{2}$	0, 0, -1
	$b_1 = 1$	0, 0, $-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$	-1, 0, -1
	$b_1 = 2$	0, 0, -1	0, -1, -1	-1, -1, -1

# Aufgabe 3

## Aufgabe 3b:

Lösung durch "guess and verify":  $(0, 0, 0)$  ist ein Gleichgewicht:

- Jeder gewinnt mit Wahrscheinlichkeit  $\frac{1}{3}$ .
- Nutzen für Bieter 1 und 2:  $\frac{1}{3} 1.5 - 0 = 0.5$
- Den gleichen Nutzen erhalten sie wenn Sie auf 1 abweichen.
- Bieter 3 hat noch weniger Anreiz abzuweichen.

## Aufgabe 4a

- 1  $b_1 = 10, b_2 = 20 \rightarrow$  kein NGG! Profitable Abweichung:  $b_1 = 0$
- 2  $b_1 = 0, b_2 = 20 \rightarrow$  NGG!
- 3  $b_1 = 0, b_2 = 15 \rightarrow$  NGG!
- 4  $b_1 = 0, b_2 = 7 \rightarrow$  kein NGG! Profitable Abweichung:  $b_1 = 10$
- 5  $b_1 = 0, b_2 = 0 \rightarrow$  kein NGG! Profitable Abweichung: alle Abweichungen nach oben.
- 6  $b_1 = 10, b_2 = 0 \rightarrow$  kein NGG! Profitable Abweichung:  $b_2 = 20$
- 7  $b_1 = 30, b_2 = 20 \rightarrow$  kein NGG! Profitable Abweichung:  $b_1 = 0$
- 8  $b_1 = 30, b_2 = 0 \rightarrow$  NGG!
- 9  $b_1 = 19, b_2 = 20 \rightarrow$ kein NGG! Profitable Abweichung:  $b_1 = 0$
- 10  $b_1 = 19, b_2 = 0 \rightarrow$  NGG!



## Aufgabe 4b

$b_1 = 0, b_2 = 20$ : Nicht dominiert!

- Für Bieter 1 ist  $b_1 = 0$  die eindeutige beste Antwort auf  $b_2 = 20$ .
- $b_2 = 20$  dominiert alle Gebote  $b_2 \neq 0$  schwach. Für  $b_1 = 0$  ist  $b_2 = 20$  besser als  $b_2 = 0$

$b_1 = 0, b_2 = 15$ : schwach dominiert durch  $b_2 = 20$ .

- $b_2 = 20$  ist strikt besser als  $b_2 = 15$  wenn  $b_1 \in [15, 20)$ .
- Für alle anderen  $b_1$  ist  $b_2 = 20$  genauso gut wie  $b_2 = 15$ .

$b_1 = 30, b_2 = 0$ : schwach dominiert durch  $b_1 = 10$ .

- $b_1 = 10$  ist strikt besser als  $b_1 = 30$  wenn  $b_2 \in (10, 30]$
- Für alle anderen  $b_2$  ist  $b_1 = 10$  genauso gut wie  $b_1 = 30$ .

$b_1 = 19, b_2 = 0$ : schwach dominiert durch  $b_1 = 10$

- $b_1 = 10$  ist strikt besser als  $b_1 = 19$  wenn  $b_2 \in (10, 19]$
- Für alle anderen  $b_2$  ist  $b_1 = 10$  genauso gut wie  $b_1 = 19$ .