Auktionen und Märkte

Lösungen Blatt 1

Carl-Christian Groh & Jonas von Wangenheim

Universität Bonn, Wintersemester 2024/2025

Aufgabe 1

Aufgabe 1a:

- Dass beide Bieter $v_L/2$ bieten ist kein GG weil beide einen Anreiz hätten leicht höher zu bieten um bei fast gleichem Preis sicher zu gewinnen.

Aufgabe 1b:

- Das Mischen über den roten Support ist für Spieler 2 keine beste Antwort, da er mit positiver Wahrscheinlichkeit ein positives Gebot aus dem Interval $[v', v'']$ abgibt. Dies verliert sicher, verursacht aber Kosten. Besser wäre es stattdessen Null zu bieten. (Also bieten wie in Teil c beschrieben.)

Aufgabe 1c:

- Gebote sehr nah bei v'' sind keine beste Antwort für Spieler H. Diese verlieren fast sicher, kosten aber über v''. Besser wäre es stattdessen Null zu bieten. (Ähnliches gilt auch für Spieler L für Gebote nahe v''. Ein Gebot minimal über Null gewinnt fast genauso sicher, kostet aber weniger.)

Aufgabe 2

Aufgabe 2a:

Gegeben: $v_1 = v_2 = 4$. Beste Antworten sind in rot notiert.

S1 \ S2	$b_2 = 0$	$b_2 = 1$	$b_2 = 2$	$b_2 = 3$
$b_1 = 0$	2,2	0,**3**	0,2	**0**,1
$b_1 = 1$	**3**,0	1,1	-1,**2**	-1,1
$b_1 = 2$	2,0	**2**,-1	0,0	-2,**1**
$b_1 = 3$	1,**0**	1,-1	**1**,-2	-1,-1

Es gibt keine Nash Gleichgewichte in reinen Strategien. (Es gibt kein Aktionsprofil, so dass beide simultan eine beste Antwort auf den anderen spielen).

Aufgabe 2

Aufgabe 2b:

Gegeben: $v_1 = 2$, $v_2 = 4$. Beste Antworten sind in rot notiert.

		S2			
		$b_2 = 0$	$b_2 = 1$	$b_2 = 2$	$b_2 = 3$
S1	$b_1 = 0$	1,2	0,3	0,2	0,1
	$b_1 = 1$	1,0	0,1	-1,2	-1,1
	$b_1 = 2$	0,0	0,-1	-1,0	-2,1
	$b_1 = 3$	-1,0	-1,-1	-1,-2	-2,-1

$(b_1, b_2) = (0, 1)$ ist ein Nash Gleichgewicht in reinen Strategien.

Achtung: (0,3) ist nicht das Gleichgewicht sondern der realisierte Nutzen im Gleichgewicht. Das Gleichgewicht wird durch die gewählten Aktionen, nicht das Ergebnis beschrieben.

Aufgabe 3

Aufgabe 3a - Erster Lösungsweg

"Guess and verify": Errate (probiere) verschiedene Profile und überprüfe ob es Lösungen sind, also ob jede(r) beste Antworten auf die Gebote der anderen spielt.

- **GG1:** $(b_1, b_2, b_3) = (1, 1, 0)$
- **GG2:** $(b_1, b_2, b_3) = (1, 0, 0)$
- **GG1:** $(b_1, b_2, b_3) = (0, 1, 0)$

Aufgabe 3a - Zweiter Lösungsweg

Strukturiertes Vorgehen:

- Egal wie die anderen bieten können für Bieter 1 und Bieter 2 nur die Gebote 0,1,2 optimal sein.
- Egal wie die anderen bieten können für Bieter 3 nur die Gebote 0 oder 1 optimal sein.

Aufgabe 3

Die Auszahlungsmatrix für Gebote $b_3 = 0$ und $b_3 = 1$:

S1 / S2, $b_3 = 0$:

	$b_2 = 0$	$b_2 = 1$	$b_2 = 2$
$b_1 = 0$	$\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}$	$0, 1, 0$	$0, 0, 0$
$b_1 = 1$	$1, 0, 0$	$0, 0, 0$	$-1, 0, 0$
$b_1 = 2$	$0, 0, 0$	$0, -1, 0$	$-1, -1, 0$

S1 / S2, $b_3 = 1$:

	$b_2 = 0$	$b_2 = 1$	$b_2 = 2$
$b_1 = 0$	$0, 0, 0$	$0, 0, -\frac{1}{2}$	$0, 0, -1$
$b_1 = 1$	$0, 0, -\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$	$-1, 0, -1$
$b_1 = 2$	$0, 0, -1$	$0, -1, -1$	$-1, -1, -1$

Aufgabe 3

Aufgabe 3b:

Lösung durch "guess and verify": $(0, 0, 0)$ ist ein Gleichgewicht:

- Jeder gewinnt mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{3}$.
- Nutzen für Bieter 1 und 2: $\frac{1}{3}1.5 - 0 = 0.5$
- Den gleichen Nutzen erhalten sie wenn Sie auf 1 abweichen.
- Bieter 3 hat noch weniger Anreiz abzuweichen.

Aufgabe 4a

1. $b_1 = 10, b_2 = 20$ $\rightarrow$ kein NGG! Profitable Abweichung: $b_1 = 0$
2. $b_1 = 0, b_2 = 20$ $\rightarrow$ NGG!
3. $b_1 = 0, b_2 = 15$ $\rightarrow$ NGG!
4. $b_1 = 0, b_2 = 7$ $\rightarrow$ kein NGG! Profitable Abweichung: $b_1 = 10$
5. $b_1 = 0, b_2 = 0$ $\rightarrow$ kein NGG! Profitable Abweichung: alle Abweichungen nach oben.
6. $b_1 = 10, b_2 = 0$ $\rightarrow$ kein NGG! Profitable Abweichung: $b_2 = 20$
7. $b_1 = 30, b_2 = 20$ $\rightarrow$ kein NGG! Profitable Abweichung: $b_1 = 0$
8. $b_1 = 30, b_2 = 0$ $\rightarrow$ NGG!
9. $b_1 = 19, b_2 = 20$ $\rightarrow$kein NGG! Profitable Abweichung: $b_1 = 0$
10. $b_1 = 19, b_2 = 0$ $\rightarrow$ NGG!

Aufgabe 4b

$b_1 = 0, b_2 = 20$: Nicht dominiert!

- Für Bieter 1 ist $b_1 = 0$ die eindeutige beste Antwort auf $b_2 = 20$.
- $b_2 = 20$ dominiert alle Gebote $b_2 \neq 0$ schwach. Für $b_1 = 0$ ist $b_2 = 20$ besser als $b_2 = 0$

$b_1 = 0, b_2 = 15$: schwach dominiert durch $b_2 = 20$.

- $b_2 = 20$ ist strikt besser als $b_2 = 15$ wenn $b_1 \in [15, 20)$.
- Für alle anderen b_1 ist $b_2 = 20$ genauso gut wie $b_2 = 15$.

$b_1 = 30, b_2 = 0$: schwach dominiert durch $b_1 = 10$.

- $b_1 = 10$ ist strikt besser als $b_1 = 30$ wenn $b_2 \in (10, 30]$
- Für alle anderen b_2 ist $b_1 = 10$ genauso gut wie $b_1 = 30$.

$b_1 = 19, b_2 = 0$: schwach dominiert durch $b_1 = 10$

- $b_1 = 10$ ist strikt besser als $b_1 = 19$ wenn $b_2 \in (10, 19]$
- Für alle anderen b_2 ist $b_1 = 10$ genauso gut wie $b_1 = 19$.