

# Online-Klausur zur Vorlesung Auktionen und Märkte

**Erlaubte Hilfsmittel: ein nicht programmierbarer Taschenrechner**

## Aufgabe 1: Ordnungsstatistiken (10 Punkte)

Seien  $\tilde{v}_1, \tilde{v}_2, \tilde{v}_3$  unabhängig und identisch verteilte Zufallsvariablen, die auf dem Intervall  $[0, 1]$  gleichverteilt sind.  $\tilde{v}_{(k:3)}$  bezeichne die  $k$ -te Ordnungsstatistik der 3 Zufallsvariablen.

- (a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass  $\tilde{v}_{(3:3)}$  größer oder gleich  $1/3$  ist.
- (b) Berechnen Sie den Erwartungswert von  $\tilde{v}_{(2:3)}$ . (Hinweis: Die Dichtefunktion der zweithöchsten Ordnungsstatistik ist  $f_{(2:n)}(v) = n(n-1)F(v)^{n-2}f(v)(1-F(v))$ .)

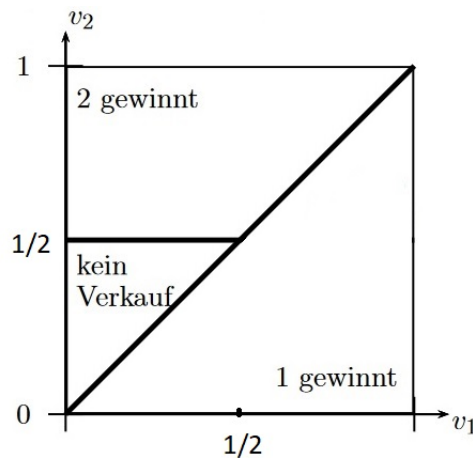
**Aufgabe 2: All-Pay-Auktion mit vollständiger Information (12 Punkte)** Es gebe zwei risikoneutrale Bieter,  $i = 1, 2$ , mit allgemein bekannten Wertschätzungen  $v_1 = v_2 = 4$ . Betrachten Sie die All-Pay-Auktion. Gehen Sie dabei jedoch davon aus, dass nur Gebote aus  $B = \{0, 1, 2\}$  abgegeben werden können. Geben zwei Bieter das gleiche Gebot ab, so zahlt jeder sein Gebot und eine faire Münze bestimmt, welcher der beiden risikoneutralen Bieter das Objekt erhält.

- (a) Stellen Sie die Auszahlungsmatrix des zugehörigen Spiels in strategischer Form auf.
- (b) Bestimmen Sie alle Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien!

**Aufgabe 3: Erstpreisauktion (20 Punkte)** Es gebe 2 risikoneutrale Bieter. Es gelten die Annahmen des SIPV-Modells. Die Wertschätzungen beider Bieter seien auf  $[0, 1]$  gleichverteilt. Gehen Sie wie folgt vor, um die Bietfunktionen der Erstpreisauktion im symmetrischen BNGG (ohne Reservationspreis und Eintrittsgeld) herzuleiten.

- (a) Beschreiben Sie die Bietfunktionen der Zweitpreisauktion im Gleichgewicht mit schwach dominanten Strategien.
- (b) Bestimmen Sie für das Gleichgewicht unter (a) die erwartete Zahlung eines Bieters mit Wertschätzung  $v$  bedingt darauf, dass er gewinnt.
- (c) Vergleichen Sie die Allokationsperformance des Gleichgewichts unter (a) mit der im symmetrischen BNGG der Erstpreisauktion.
- (d) Verwenden Sie den Satz über die Erlösäquivalenz (und prüfen Sie, dass die Voraussetzungen gegeben sind), um die Bietfunktion im symmetrischen BNGG der Erstpreisauktion zu bestimmen.

**Aufgabe 4: Mechanismus Design (26 Punkte)** Es gelten die Annahmen des SIPV-Modells. Es gibt ein unteilbares Objekt und  $n = 2$  potentielle Käufer. Die Wertschätzung  $v_i$  von Käufer  $i$  ist bzgl. einer Gleichverteilung auf dem Intervall  $[0, 1]$  verteilt. Betrachten Sie die Allokationsperformance in folgendem Diagramm.



- Bestimmen Sie die Allokationsperformance  $(q_1(v_1, v_2), q_2(v_1, v_2))$  des Diagramms.
- Gibt es einen Mechanismus, der diese Allokationsperformance im Gleichgewicht implementiert? Hängt die Antwort von der Verteilung der Wertschätzungen ab? Warum/Warum nicht?
- Bestimmen Sie für diese Allokation die Gewinnwahrscheinlichkeit  $\bar{q}_2(v_2)$ , sowie den erwarteten Transfer  $\bar{t}_2(v_2)$  des zugehörigen anreizkompatiblen, direkten Mechanismus (setzen Sie  $\bar{t}_2(0) = 0$ ).
- Bonusaufgabe:* Gibt es Verteilungen von Wertschätzungen, für die diese Allokationsperformance Teil eines erlösmaximierenden Mechanismus ist? Begründen Sie! (Sie dürfen sich auf Verteilungen beschränken, für die die virtuellen Wertschätzungen steigend sind.)

### Aufgabe 5: Verbalaufgabe (22 Punkte)

Erklären Sie verbal den Fluch des Gewinners. Gehen Sie in Ihrem Text insbesondere präzise auf folgende Punkte ein:

- In welchen Modellszenarien tritt der Fluch des Gewinners typischerweise auf? Ist der Fluch des Gewinners im SIPV Modell typischerweise zu beobachten? Warum/Warum nicht?
- Welche Form von kognitivem Fehler machen Bieter, die dem Fluch des Gewinners zum Opfer fallen?
- Schadet oder nützt es einem rationalen Bieter, wenn die Gegner diesen kognitiven Fehler machen?