

Online-Klausur zur Vorlesung Auktionen und Märkte

Erlaubte Hilfsmittel: ein nicht programmierbarer Taschenrechner

Aufgabe 1: Auktionen unter Vollständiger Information (18 Punkte)

Es gebe zwei Bieter, $i = 1, 2$, mit allgemein bekannten Wertschätzungen $v_1 = 8$, $v_2 = 16$. Betrachten Sie zunächst eine klassische Zweitpreisauktion mit Reservationspreis $r = 4$ und ohne Eintrittsgeld. Betrachten Sie die folgenden beiden Bietstrategien:

$$(i) \quad b_1 = 8, \quad b_2 = 20 \qquad (ii) \quad b_1 = 20, \quad b_2 = 7$$

- (a) Prüfen Sie für die Strategieprofile in (i) und (ii) jeweils, ob sie ein Nash Gleichgewicht beschreiben. Wenn nicht, geben Sie eine profitable Abweichung an.
- (b) Sind die Strategien für Bieter 2 schwach dominiert? Wenn ja, durch welches Gebot? Gibt es für Bieter 2 eine schwach dominante Strategie? Wenn nein, warum nicht? Wenn ja, welche?
- (c) Beantworten Sie nun die Fragestellung in Aufgabe (a) und (b) für eine Zweitpreisauktion ohne Reservationspreis, mit Eintrittsgeld $e = 2$. (Dh. die Strategien sind so zu verstehen, dass die Bieter sich entschließen einzutreten und zusätzlich zum Eintrittsgeld obige Gebote abgeben.)

Aufgabe 2: Optimaler Mechanismus (28 Punkte)

Ein Verkäufer verkauft ein Objekt und möchte seinen erwarteten Erlös maximieren. (Der Verkäufer hat keine Wertschätzung für das Objekt.) Es gebe zwei Käufer mit unabhängig verteilten Wertschätzungen, die dem Verkäufer nicht bekannt sind. Der Verkäufer kennt jedoch die Verteilungen der Wertschätzungen. Die Wertschätzung des ersten Käufers sei gleichverteilt mit $\tilde{v}_1 \sim U[0.5, 1]$, die Wertschätzung des zweiten Käufers sei gleichverteilt mit $\tilde{v}_2 \sim [0.4, 1.4]$.

- (a) Berechnen Sie die zugehörigen Verteilungsfunktionen $F_1(v_1)$ und $F_2(v_2)$ der Zufallsvariablen \tilde{v}_1 und \tilde{v}_2 und zeigen Sie, dass die virtuellen Wertschätzungen auf den entsprechenden Intervallen gegeben sind durch

$$J_1(v_1) = 2v_1 - 1 \qquad \text{und} \qquad J_2(v_2) = 2v_2 - 1.4.$$

- (b) Bestimmen Sie die Erlös maximierenden Allokationsregeln $q_1^*(v_1, v_2)$ und $q_2^*(v_1, v_2)$. Zeichnen Sie diese in ein v_1/v_2 -Diagramm.
- (c) Beschreiben Sie eine Auktion, welche die gewünschte Allokationsperformance implementiert. Benötigt die Auktion einen Reservationspreis?
- (d) Bestimmen Sie für die Allokationsregel in (b) die Gewinnwahrscheinlichkeit $\bar{q}_2(v_2)$, sowie den erwarteten Transfer $\bar{t}_2(v_2)$ des optimalen Mechanismus.

Aufgabe 3: Pivot Mechanismus (20 Punkte)

Alice (A), Bob (B) und Charlie (C) leben in einer WG und überlegen, die Küche neu zu streichen. Ihre Nutzenfunktionen seien für $i = A, B, C$ gegeben durch $u_i = v_i - t_i$, wobei u_i der Nutzen ist, die Küche zu streichen und t_i der Schaden falls sie einen monetären Transfer in Höhe t_i errichten müssen. Es seien $v_A = 5, v_B = -4, v_C = 1$. Sie möchten einen Pivot Mechanismus implementieren, um die effiziente Entscheidung herbeizuführen. Überschüsse aus dem Mechanismus sollen gespendet werden.

- (a) Berechnen Sie die effiziente Entscheidung.
- (b) Prüfen Sie für jeden Spieler, ob er pivotal ist und berechnen Sie den zu leistenden Transfer im Pivot Mechanismus.
- (c) Zeigen Sie, dass sich Bob nicht besser stellen kann, wenn er etwas anderes als sein wahres v_B angibt.
- (d) Alice schlägt vor, dass die Überschüsse nicht gespendet, sondern gleichmäßig an die drei zurückverteilt werden. Zeigen Sie (zB anhand einer profitablen Abweichung), dass der Mechanismus dann nicht mehr anreizkompatibel ist.

Aufgabe 4: Verbalaufgabe (24 Punkte)

Bei der Versteigerung von Schürfrechten wurde eine Zweitpreisauktion (mit optimalem Reservationspreis) verwendet. Ein Politiker stellt fest, dass das höchste Gebot sehr deutlich über dem zweithöchsten Gebot lag. Er argumentiert, dass die Auktion sehr schlecht gestaltet war. Der Gewinner musste viel weniger als sein Gebot, also seine maximale Zahlungsbereitschaft zahlen. Um so etwas zukünftig zu vermeiden und den Erlös zu erhöhen, sollte zukünftig eine Erstpreisauktion (mit optimalem Reservationspreis) verwendet werden.

- (a) Diskutieren verbal (ohne Formeln) diese These. Gehen Sie von den Standardannahmen im SIPV Modell aus. Verwenden Sie Fachbegriffe wie “Allokationsperformance”. Was ist hinsichtlich der Gebote bei einer Erstpreisauktion zu erwarten?
- (b) Im SIPV ist die Annahme rationaler Erwartungen wichtig. In dem beschriebenen Fall könnte es aber sein, dass sich der Bieter mit dem höchsten Gebot bei der Bewertung der Schürfrechte verschätzt hat. In diesem Fall würde er vermutlich auch die privaten Bewertungen der anderen Bieter zu hoch schätzen. Wie fiel Ihre Antwort in diesem Fall aus?