

Auktionen und Märkte

Die Allpay-Auktion

Groh/von Wangenheim

Universität Bonn, Wintersemester 2024/2025

Anwendungen

unüblich als “Auktion”, aber oft “versteckt” in Anwendungen

Beispiele:

Lobbying

Forschung: Patente, Standards
(Blu-ray/Sony vs. HD-DVD/Toshiba)

Sport (Turniere, Wettkämpfe)

US-Wahlkampf

Zermürbungskriege
(Preiskrieg zw. Firmen, Kampf zw.
Tieren, Streik bei der Bahn)

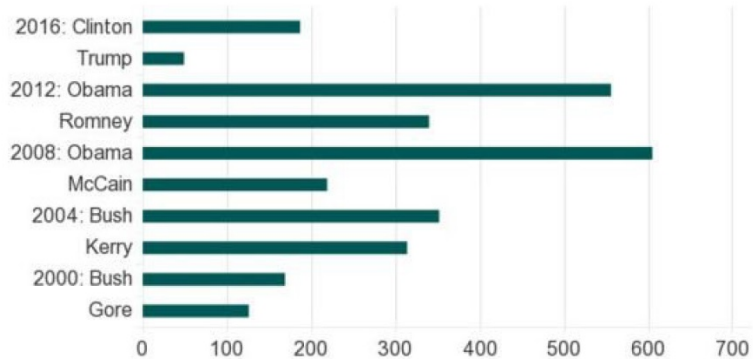
Gewinner bezahlt
eigenes Gebot
(**EP-APA** oder nur **APA**)

Gewinner bezahlt
zweithöchstes Gebot
(**ZP-APA**)

Beispiel: US-Wahlkampf

Campaign funds raised in US elections

■ Total \$m



Source: Federal Election Commission

B B C

Profit in EP-APA

aus Sicht
von Bieter i :
zwei Ergebnisse
möglich

Gewinn ($b_i > b_{(1:n-1)}$): $v_i - b_i$

Verlust ($b_i < b_{(1:n-1)}$): $-b_i$

Die Allpay-Auktion als Experiment

- Wir versteigern einen fiktiven Token per Allpay-Auktion.
- Gehen Sie auf <https://zufallsgenerator.net/> . Dort erzeugen Sie eine Zufallszahl zwischen 1 und 100. Das ist Ihre Wertschätzung für den Token. (Stellen Sie sich vor, das sei der Preis zu dem Sie ihn verkaufen können, falls Sie gewinnen.)
- Bedenken Sie: Jeder Ihrer Mitspieler hat auch eine Wertschätzung zwischen 1 und 100. Sie können aber aus Ihrem Wert nichts über den Wert der anderen lernen.
- Gehen Sie auf <https://ecampus.uni-bonn.de/vote/TINS>
- Geben Sie als Gruppennamen einen Fantasienamen ein.
- Geben Sie über den Schieberegler Ihre Wertschätzung wahrheitsgemäß an (Ignorieren Sie das Prozent Zeichen).
- Geben Sie Ihr Gebot ein.

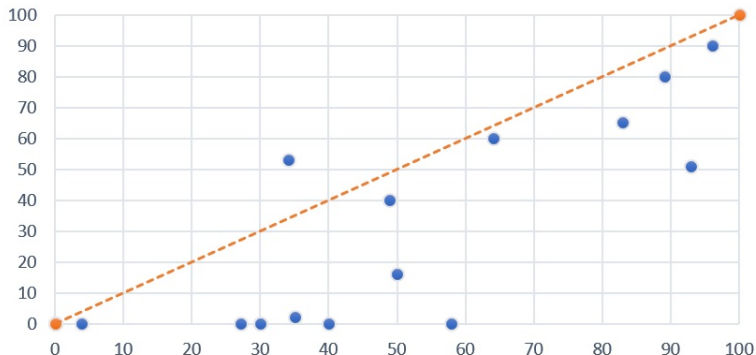
Die All-Pay Auktion als Experiment

- Sie versuchen, Ihren erwarteten Gewinn zu maximieren.
- Beispiel: Sie bieten 25, Ihre Wertschätzung war 70.
 - Ist das höchste gegnerische Gebot über 25, so verlieren Sie und zahlen Ihr Gebot. Sie haben einen Verlust von 25
 - Ist das höchste gegnerische Gebot unter 25, so gewinnen Sie und zahlen 25. Da Sie den Token für 70 verkaufen können, haben Sie einen Gewinn von 45.
- Wir werden das Auktionsspiel mehrere Male wiederholen, zunächst mit nur 2 Gegnern, dann alle gemeinsam.
- Ziehen Sie jedes Mal eine neue Zufallszahl!

Wir diskutieren vor der Auswertung folgende Fragen:

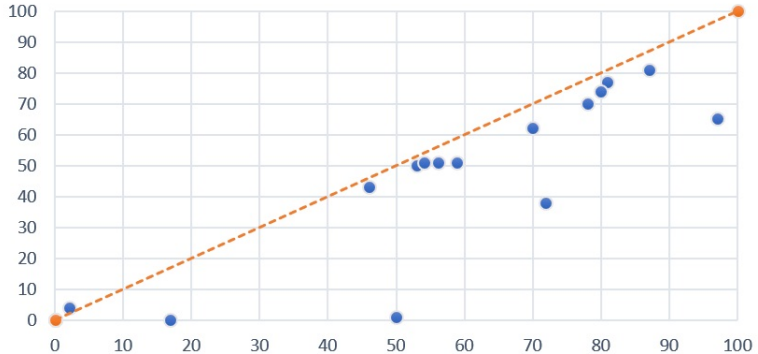
- Haben Sie sich anders verhalten als in der Erstpreisauktion? Inwiefern? Warum?
- Haben Sie Ihre Strategie davon abhängig gemacht, gegen wieviele Gegner Sie geboten haben? Inwiefern? Warum?
- Machen Sie eine Prognose, welche der beiden Formate, EPA oder APA, den höheren Gewinn erzielt, wenn sich alle Spieler rational verhalten und ihren Erwartungsnutzen maximieren.

All-Pay Auktion 3 Bieter, Runde 1



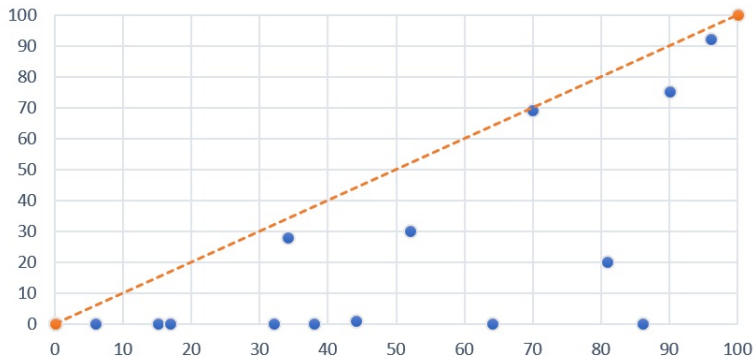
- Bieter mit niedrigen Wertschätzungen bieten Null oder niedrig.
- Bieter mit hohen Wertschätzungen bieten aggressiv.
- Gebote scheinen nicht linear, sondern eher konvex in der Wertschätzung.

All-Pay Auktion 3 Bieter, Runde 2



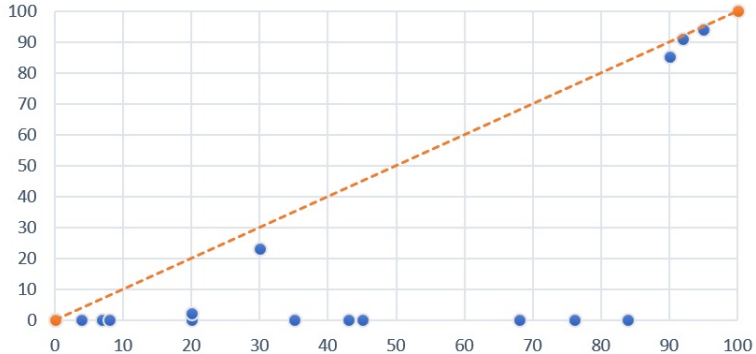
- Weniger Personen bieten Null.
- Allerdings waren auch (zufällig) weniger Werschätzungen niedrig.
- Insgesamt ähnliches Verhalten.

All-Pay Auktion 15 Bieter, Runde 1



- Verhalten nicht ganz homogen.
- Nun aber Gebote von Null auch für relativ hohe Wertschätzungen.
- Wieder anscheinend keine lineare Bietfunktion.

All-Pay Auktion 15 Bieter, Runde 2



- Verhalten aus Runde 1 noch deutlicher ausgeprägt.
- Die meisten Bieter bieten (nahe) Null.
- Nur sehr hohe Wertschätzungen bieten aggressiv.

Zusammenfassung der Erkenntnisse:

- Gebote unter der eigenen WS. Deutlich niedrigere Gebote in der Auktion mit vielen Gegnern.
- Dies gilt vor allem für Bieter mit mittlerer und niedriger Wertschätzung.
- Nicht-lineares Bieterverhalten. Konvexe Bietfunktion? Stark konvex in Auktion mit vielen Bietern?

Das BNGG lässt sich unter den gleichen vier (allgemeinen) Annahmen wie bei der EPA herleiten:

- (1) Symmetrie: $b_i(v) = b(v)$
- (2) Monotonie: $b(v)$ ist streng monoton wachsend
- (3) Differenzierbarkeit: $b(v)$ ist differenzierbar
- (4) Randbedingung: $b(0) = 0$

Satz:

Im Fall mit n Bietern und auf $[0, 1]$ bzgl. $F(v_i)$ verteilten WS besitzt die EP-APA ohne Reservationspreis ein BNGG, in dem jeder Bieter bzgl. der Bietstrategie

$$b(v_i) = F_{(1:n-1)}(v_i) \cdot \mathbb{E}[\tilde{v}_{(1:n-1)} | \tilde{v}_{(1:n-1)} \leq v_i]$$

bietet.

Schritt 1: Vermutung: BNGG besitzt die folgenden vier Eigenschaften

- (1) $b_i(v) = b(v)$
- (2) $b(v)$ ist streng monoton wachsend
- (3) $b(v)$ ist differenzierbar
- (4) $b(0) = 0$

Notation: $b^{-1}(b_i) = \phi(b_i)$

Schritt 2: Problem von Bieter i , wenn er WS v_i hat und die anderen Bieter sich wie vermutet verhalten:

$$\max_{b_i} \underbrace{\text{Prob}\{i \text{ gewinnt mit Gebot } b_i\}}_{=F_{(1:n-1)}(\phi(b_i)) \text{ (wie bei EPA; folgt aus (2))}} \quad v_i - b_i$$

Schritt 2 (Fortsetzung): BeO:

$$\begin{aligned}
 & f_{(1:n-1)}(\phi(b_i))\phi'(b_i)v_i - 1 \stackrel{!}{=} 0 \quad (\text{möglich wegen (3)}) \\
 \Leftrightarrow & f_{(1:n-1)}(v_i) \underbrace{\phi'(b(v_i))}_{=1/b'(v_i)} v_i - 1 = 0 \quad (\text{wegen (1)}) \\
 \Leftrightarrow & b'(v_i) = v_i f_{(1:n-1)}(v_i) \\
 \Leftrightarrow & \int_0^v b'(v_i) dv_i = \int_0^v v_i f_{(1:n-1)}(v_i) dv_i \\
 \Leftrightarrow & b(v) = F_{(1:n-1)}(v) \int_0^v v_i \frac{f_{(1:n-1)}(v_i)}{F_{(1:n-1)}(v)} dv_i \quad (\text{wegen (4)}) \\
 \Leftrightarrow & b(v) = F_{(1:n-1)}(v) \cdot \mathbb{E}[\tilde{v}_{(1:n-1)} | \tilde{v}_{(1:n-1)} \leq v]
 \end{aligned}$$

Schritt 3: $b(v)$ erfüllt (2), (3) und (4)!

Starker Kontrast zur APA mit bekannten WS:

- Kein Mischen für gegebene Wertschätzung, sondern reine Strategien.
- Unsicherheit für Gegner kommt von Unsicherheit über gegnerische WS.
- Bieter mit höchster WS gewinnt.

Effizienz? Ja!

(... unter der Annahme, dass es effizient ist immer zu verkaufen)

Erwarteter Erlös: $R_n \equiv n \cdot \mathbb{E}[b(\tilde{v}_i)]$

Vergleich mit EPA

Erwartete Zahlung eines Bieters mit WS v im GG der EPA:

$$\begin{aligned} & \text{Prob}\{\text{Bieter mit WS } v \text{ gewinnt im GG}\} \cdot b^E(v) \\ & + (1 - \text{Prob}\{\text{Bieter mit WS } v \text{ gewinnt im GG}\}) \cdot 0 \end{aligned}$$

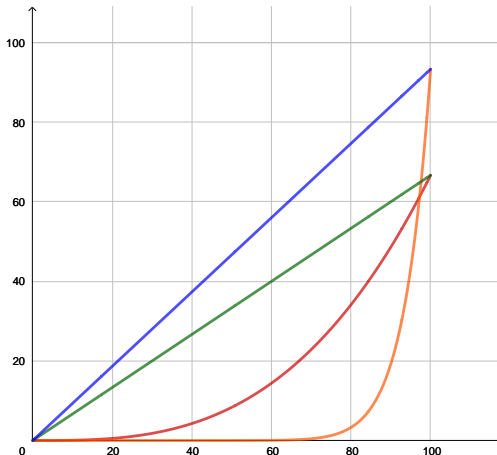
Sichere Zahlung eines Bieters mit WS v im GG der EP-APA:

$$\text{Prob}\{\text{Bieter mit WS } v \text{ gewinnt im GG}\} \cdot b^E(v)$$

Beobachtung:

Durchschnittliche Zahlung eines Bieters ist in EPA und APA gleich.

BNGG AllPay - Vergleich



Blau: EPA, $n=15$

Grün: EPA, $n=3$

Rot: APA, $n=3$

Orange: APA, $n=15$