

#### 4.4.4. ИНТЕРФЕРОМЕТР ФАБРИ-ПЕРО

**Цель работы:** измерение длины волны жёлтых линий ртути, жёлтого дублета натрия, определение спектральных характеристик интерферометра Фабри—Перо.

**Оборудование:** интерферометр Фабри—Перо, линзы, светофильтры, ртутная и натриевая лампы, катетометр КН-6.

##### Теоретическая часть

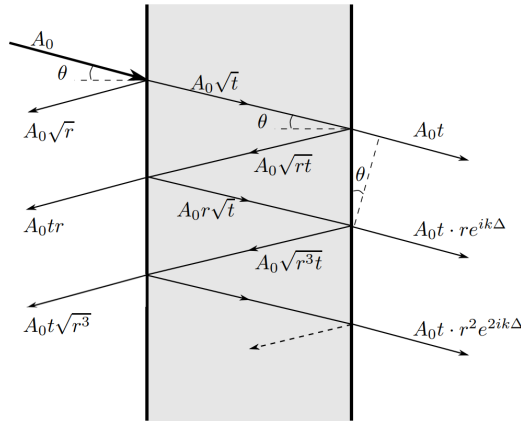


Рис. 1: Амплитуды волн в интерферометре Фабри-Перо

Как спектральный прибор высокой разрешающей способности интерферометр Фабри—Перо широко используется в физических экспериментах. Он применяется для исследования тонкой структуры спектральных линий, является неотъемлемым элементом лазера, выполняя роль оптического резонатора, и т. д. Интерферометр Фабри—Перо состоит из двух стеклянных или кварцевых пластин с хорошо отполированными поверхностями (с шероховатостью до  $10 - 2\lambda$ ), которые установлены параллельно друг другу на некотором расстоянии. На одну поверхность каждой пластины нанесены хорошо отражающие свет покрытия. Для получения коэффициента отражения  $r \approx 0.9$  используют металлические покрытия (Ag, Al), для достижения  $r \approx 0.99$  наносятся многослойные диэлектрические интерференционные покрытия. Интерферометр Фабри—Перо можно рассматривать как плоскопараллельную пластину, в которой происходят многократные отражения и интерференция световых волн. На рис. 1 приведена схема интерферирующих волн. Коэффициенты пропускания и отражения по интенсивности отдельного зеркала интерферометра равны  $t$  и  $r$  соответственно (из закона сохранения энергии следует, что  $t + r = 1$ ). Пусть  $A_0$  – амплитуда падающей на интерферометр волны, тогда амплитуда отражённой от первого зеркала волны равна  $A_0\sqrt{r}$ , амплитуда прошедшей внутрь интерферометра волны –  $A_0\sqrt{t}$ , амплитуда волны, отражённой от второго зеркала, –  $A_0\sqrt{rt}$ , амплитуда первой прошедшей волны равна  $A_0t$  и т. д. В результате многократных переотражений на выходе интерферометра будем иметь набор волн, амплитуды которых равны  $A_0t, A_0tr, A_0tr^2, \dots$ . Фазовая задержка между двумя «соседними» волнами равна  $k\Delta$ , где  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число;  $\Delta$  – разность хода для угла падения  $\theta$ . Интерференционная картина, наблюдаемая с помощью зрительной трубы, настроенной на бесконечность, состоит из концентрических колец равного наклона. Найдём условие возникновения интерференционной картины для световой длины волны  $\lambda$ . Выразим разность хода двух интерферирующих волн, падающих на интерферометр под углом :

$$\Delta = 2L \left( \frac{1}{\cos \theta} - \tan \theta \sin \theta \right) = 2L \cos \theta, \quad (1)$$

где  $L$  – расстояние между зеркалами, или БАЗА ИНТЕРФЕРОМЕТРА. Интерференционные максимумы будут наблюдаться для волн, падающих под углами  $\theta_m$ , удовлетворяющими

условию:

$$2L \cos \theta_m = m\lambda. \quad (2)$$

Просуммируем комплексные амплитуды световых волн, прошедших интерферометр. Можно видеть, что амплитуды прошедших волн образуют геометрическую прогрессию. Считая её бесконечной, получим комплексную амплитуду суммарной прошедшей волны:

$$A = \frac{A_0 t}{1 - r \exp^{ik\Delta}}$$

и ее интенсивность:

$$I = |A|^2 = \frac{|A_0|^2 t^2}{1 + r^2 - 2r \cos(\frac{4\pi}{\lambda} L \cos \theta)} = \frac{I_0}{1 + \frac{4r}{(1-r)^2} \sin^2(\frac{2\pi}{\lambda} L \cos \theta)}. \quad (3)$$

Угловое расстояние между парами уменьшается при увеличении угла наблюдения или уменьшении порядка спектра. Кроме того, уменьшается расстояние между кольцами в одном порядке и их ширина.

Угловая дисперсия ИФП оценивается формулой

$$D = \frac{d\theta}{d\lambda} = -\frac{m}{2L \sin \theta_m} \approx -\frac{1}{\lambda \theta_m}. \quad (4)$$

Дифракция Фраунгофера на апертуре интерферометра также влияет на ширину интерференционного кольца и разрешающую способность. Строго говоря, имеет значение не размер освещённой области зеркала, а размер её однородно обработанного участка. Напомним, что погрешность обработки и настройки базы интерферометра  $L$  должна быть много меньше  $\lambda$ .

Мы ограничимся рассмотрением зависимости разрешающей способности интерферометра Фабри–Перо от величины базы  $L$  (порядка спектра) и коэффициента отражения зеркал  $r$ , определим угловое расстояние между двумя близкими линиями, соответствующее условию Релея. Пусть, как и в случае дифракционной решётки, две линии пересекаются на уровне половинной мощности каждой линии. Запишем это условие для угла  $\theta_m + \delta\theta/2$  (угол  $\theta_m$  соответствует максимуму для длины волны  $\lambda$  порядка  $m$ ). Используя равенство (3), имеем

$$\frac{4r}{(1-r)^2} \sin^2 \left( \frac{\pi}{\lambda} 2L \cos(\theta_m + \delta\theta/2) \right) = 1.$$

Учитывая условие резонанса (2) и малость углов, получаем

$$\sin^2 \left( \frac{\pi}{\lambda} 2L \cos(\theta_m + \delta\theta/2) \right) = \sin^2 \left( \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta_m - \frac{\pi L}{\lambda} \sin \theta_m \cdot \delta\theta \right) \approx \left( \frac{\pi L}{\lambda} \theta_m \delta\theta \right)^2.$$

Пусть угловому радиусу  $\theta_m + \delta\theta$  соответствует максимум интерференционного кольца с тем же порядком спектра  $m$  и длиной волны  $\lambda + \delta\lambda$  (при пересечении двух линий на уровне половинной мощности угловое расстояние между максимумами линий в два раза больше полуширины отдельной линии). Величину  $\delta\lambda$  можно определить, используя выражение для угловой дисперсии (4):

$$\delta\theta = \frac{1-r}{2\pi\sqrt{r}} \frac{\lambda}{2L} \frac{1}{\theta_m} \approx D\delta\lambda/2 = \frac{m}{4L\theta_m} \delta\lambda.$$

Разрешающая способность для порядка спектра  $m \approx 2L/\lambda$  равна

$$R = \frac{\delta\lambda}{\lambda} \approx \frac{\pi\sqrt{r}}{1-r} m. \quad (5)$$

## Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 2. Свет от лампы  $S$ , пройдя через линзу  $Л_0$  и светофильтр  $C$ , попадает на интерферометр Фабри—Перо (ИФП). Линза  $Л_0$  служит для формирования пучка лучей (слегка сходящегося или слегка расходящегося). Интерференционные кольца наблюдаются в фокальной плоскости линзы. Картина рассматривается через зрительную трубу  $T$ , сфокусированную на эту плоскость. Диаметры колец измеряются с помощью микроскопа катетометра. Зрительная труба, отсчётный микроскоп — элементы катетометра — прибора, предназначенного для измерения расстояний в вертикальной плоскости вдоль вертикальной оси.

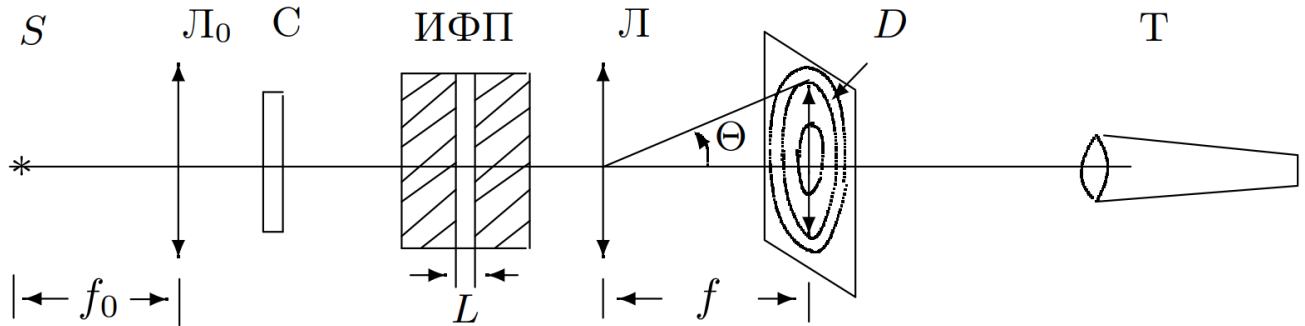


Рис. 2: Схема экспериментальной установки

## Результаты и обработка

1. Для малых углов  $\theta$  из формулы (2) можно получить:

$$\theta_m^2 = 2 - m \frac{\lambda}{L}.$$

При этом угол связан с диаметром кольца соотношением  $\theta = \frac{D}{2f}$ .

2. **Ртутная лампа:** при помощи катетометра измеряем диаметры 6 колец для зеленой спектральной линии. Полученные данные приведены в таблице. В соответствии с формулами выше по наклону графика (см. рис. 3)  $D^2(m)$ , зная длину волны зеленой линии  $\lambda_3 = 546.1$  нм, определим базу ИФП  $L$ :

$$k = (242 \pm 4) \text{ мм}^2, \quad k = \frac{4f^2\lambda}{L} \Rightarrow L = \frac{4f^2\lambda_3}{k} = (0.109 \pm 0.002) \text{ мм}.$$

3. при помощи катетометра измеряем диаметры 6 колец для пары желтых спектральных линий. Полученные данные приведены в таблице. По наклону графика (см. рис. 4)  $[D_1^2 + D_2^2](m)$ , определим среднюю длину волны:

$$k = (549 \pm 4) \text{ мм}^2, \quad k = \frac{8f^2\bar{\lambda}}{L} \Rightarrow \bar{\lambda} = \frac{kL}{8f^2} = (620 \pm 10) \text{ нм}.$$

По наклону графика (см. рис. 5)  $[D_1^2 - D_2^2](m)$ , определим разность длин волн:

$$k = (11.4 \pm 3.2) \text{ мм}^2, \quad k = \frac{4f^2\delta\lambda}{L} \Rightarrow \delta\lambda = \frac{kL}{4f^2} = (25 \pm 7) \text{ нм}.$$

4. **Натриевая лампа:** при помощи катетометра измеряем диаметры 6 колец для пары желтых спектральных линий. Полученные данные приведены в таблице 3. По наклону графика (см. рис. 6)  $[D_1^2 + D_2^2](m)$ , определим среднюю длину волны:

$$k = (497 \pm 4) \text{ мм}^2, \quad k = \frac{8f^2\bar{\lambda}}{L} \Rightarrow \bar{\lambda} = \frac{kL}{8f^2} = (560 \pm 10) \text{ нм.}$$

По наклону графика (см. рис. 7)  $[D_1^2 - D_2^2](m)$ , определим разность длин волн:

$$k = (3.2 \pm 0.6) \text{ мм}^2, \quad k = \frac{4f^2\delta\lambda}{L} \Rightarrow \delta\lambda = \frac{kL}{4f^2} = (7 \pm 1) \text{ нм.}$$

5. Оценим максимальный порядок интерференции:

$$m_{\max} = \frac{2L}{\lambda} = (377 \pm 6);$$

и дисперсионную область ИФП:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m_{\max}} = (1.53 \pm 0.02) \text{ нм.}$$

6. Оценим разрешающую способность:

$$R_{\text{exp}} = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{|d\theta/\lambda|\lambda}{\delta\theta} =$$

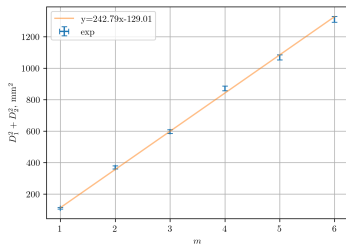


Рис. 3: Зависимость квадрата диаметра от номера кольца для зеленой линии Hg

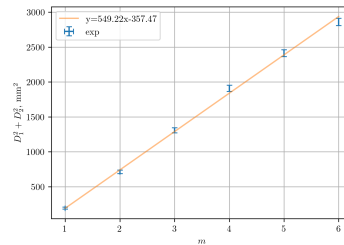


Рис. 4: Зависимость суммы квадратов диаметров от номера колец для желтых линий Hg

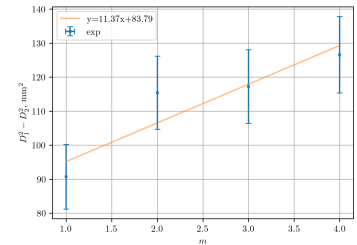


Рис. 5: Зависимость разности квадратов диаметров от номера колец для желтых линий Hg

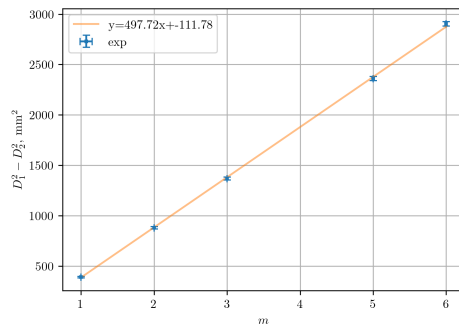


Рис. 6: Зависимость суммы квадратов диаметров от номера колец для желтых линий Na

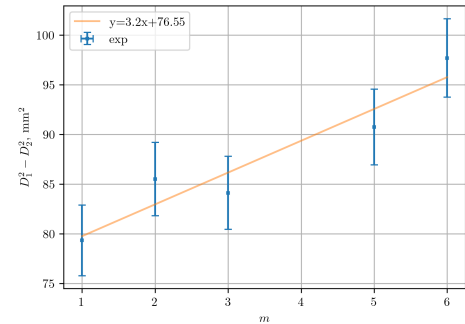


Рис. 7: Зависимость разности квадратов диаметров от номера колец для желтых линий Na

Таблица 1: Координаты колец зеленой спектральной линии ртути

$m$	$h_1$	$h_2$	$D^2$ , мм <sup>2</sup>	$\sigma_{D^2}$ , мм <sup>2</sup>
6	156.260	192.463	1310.657	18.102
5	157.925	190.609	1068.244	16.342
4	159.499	189.021	871.548	14.761
3	162.218	186.657	597.265	12.220
2	164.963	184.172	368.986	9.605
1	169.630	180.114	109.914	5.242

Таблица 2: Координаты колец желтых спектральных линий ртути

m	$h_{11}$	$h_{12}$	$h_{21}$	$h_{22}$	$D_1^2 + D_2^2$	$D_1^2 - D_2^2$	$\sigma D^2$
6	156.338	194.627	156.985	194.320	2859.950	72.145	8.494
5	157.993	193.150	158.531	192.843	2413.328	58.701	7.662
4	159.664	191.570	160.526	190.383	1909.433	126.552	11.250
3	162.191	188.872	163.533	187.919	1306.553	117.199	10.826
2	165.671	186.018	166.839	184.120	712.633	115.367	10.741
1	169.585	181.500	172.072	179.231	193.219	90.716	9.524

Таблица 3: Координаты колец желтых спектральных линий натрия

$m$	$h_{11}$	$h_{12}$	$h_{21}$	$h_{22}$	$D_1^2 + D_2^2$	$D_1^2 - D_2^2$	$\sigma D^2$
6	135.300	174.043	136.069	173.530	2904.347	97.694	3.954
5	137.392	172.399	138.110	171.796	2360.237	90.743	3.810
3	141.500	168.445	142.334	167.670	1367.946	84.120	3.669
2	144.005	165.983	144.897	164.835	880.556	85.509	3.699
1	147.265	162.582	148.575	161.036	389.887	79.334	3.563