Wooclap interpolatie

1

wooclap

Er bestaan oneindig veel verschillende functies die een gegeven tabel met meetwaarden (x_i, f_i), $(i = 0, 1, \ldots, n)$ interpoleren.

Answer submitted

waar

vals

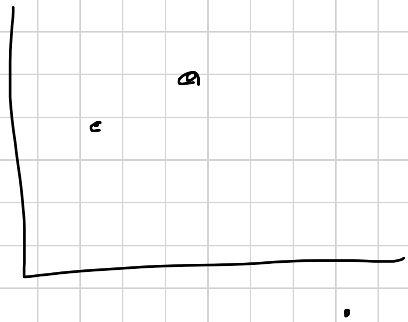
∞ f's

2

Voor een willekeurige tabel met meetwaarden (x_i, f_i), $(i = 0, 1, \ldots, n)$ bestaat er altijd een interpolerende veelterm van graad k < n.

waar

vals



stel = 2 5 en $k < n = 2$

③ er bestaat een tabel met meetwaarden waarvan een interpolerende veelterm van graad k < n bestaat

antwoord: waar

④

Wat is de Lagrange interpolatieveelterm die $y = \cos x$ moet benaderen, gebaseerd op evaluaties voor $x \in \{0, \frac{\pi}{2}, \pi\}$?

Incorrect answer

You answered:

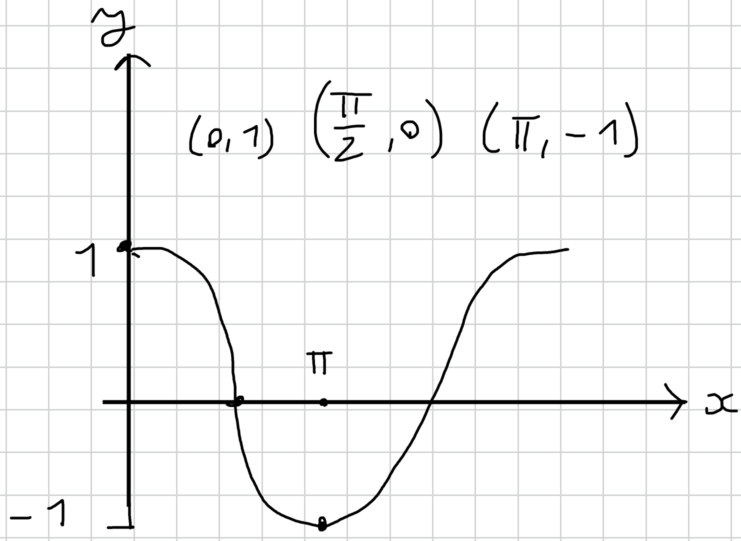
$y = \frac{8}{\pi^3}(x - \frac{\pi}{2})^3$

$y = \frac{4}{\pi}x - \frac{4}{\pi^2}x^2$

$y = -\frac{4}{\pi}x - \frac{4}{\pi^2}x^2$

$y = 1 - \frac{2}{\pi}x$

a [illegible] niet (3 de graad)
want 3 punten



y_0

$$y = 1\,\frac{(x-\frac{\pi}{2})(x-\pi)}{(0-\frac{\pi}{2})(0-\pi)} + 0\,\frac{(x-0)(x-\pi)}{(\frac{\pi}{2}-0)(\frac{\pi}{2}-\pi)} + (-1)\,\frac{(x-0)(x-\frac{\pi}{2})}{(\pi-0)(\pi-\frac{\pi}{2})}$$

x waarde van

? zelf gevonden

$$= \frac{2}{\pi^2}\left(x^2 - \frac{3\pi}{2}x + \frac{\pi}{2}\right) - \frac{2}{\pi^2}\left(x^2 - \frac{\pi}{2}x\right)$$

$$= \frac{2}{\pi^2}\left(-\pi x + \frac{\pi^2}{2}\right) = \frac{2}{\pi}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1 - \frac{2}{\pi}x$$

keer anders met voorwaartse newton

$h = \frac{\pi}{2}$

x	f_0	Δf_0	$\Delta^2 f_0$
0	1		
		-1 ($0-1$)	
$\frac{\pi}{2}$	0		0
		-1 ($-1-0$)	
π	-1		

h, h

achterwaarts

$$y = f_0 + \binom{s}{1}\Delta f_0 + \binom{s}{2}\Delta^2 f_0$$

$$s = \frac{x-0}{h}$$

$$s = \frac{2x}{\pi}$$

$$y = f_0 + s f_0 + \frac{s(s-1)}{2}\Delta^2 f_0$$

$$y = 1 + \frac{2}{\pi}x(-1) + 0$$

$$y = 1 - \frac{2}{\pi}x$$

eens met een extra punt

0	1			
		-1		
$\frac{\pi}{2}$	0		0	
		-1		2
π	-1		2	
		1		
$\frac{3\pi}{2}$	0			

$$y = 1 - \frac{2\pi}{x} + 2\,\frac{s(s-1)(s-2)}{3!}$$

$$y = 1 - \frac{2\pi}{x} + \frac{1}{3}\,\frac{2x}{\pi}\left(\frac{2x}{\pi} - 1\right)\left(\frac{2x}{\pi} - 2\right)$$

3^{de} graad (4 punten)

oef 4

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 5 \qquad 27 + 18 + 9 + 5 = 59$$

$$(0, 5) \quad (1, 11) \quad (3, 59)$$

$$L_2(x) = 5\frac{(x-1)(x-3)}{(0-1)(0-3)} + 11\frac{(x-0)(x-3)}{(1-0)(1-3)} + 59\frac{(x-0)(x-1)}{(3-0)(3-1)}$$

$$= \frac{5}{3}(x^2 - 4x + 3) - \frac{11}{2}(x^2 - 3x) + \frac{59}{6}(x^2 - x)$$

$$= \frac{1}{6}(10 - 33 + 59)x^2 + \frac{x}{6}(-40 + 99 - 59) + 5$$

$$= 6x^2 + 5$$

verschil tussen f e L_2 is het grootste bij ...

$$(f(x) - L_2(x))' = 0$$

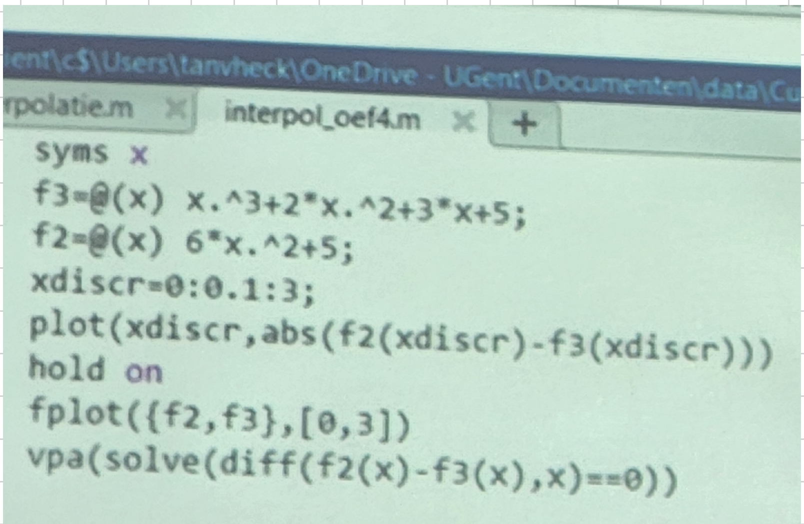
$$(x^3 - 4x^2 + 3x)' = 0$$

$$3x^2 - 8x + 3 = 0 \qquad D = 64 - 36 = 28$$

$$x = \frac{8 \pm 2\sqrt{7}}{6}$$

x		$\frac{8-2\sqrt{7}}{6}$		$\frac{8+2\sqrt{7}}{6}$	
V'	+	0	−	0	+
	↗	max	↘	min	↗

eens checken met matlab



```
ient\c$\Users\tanvheck\OneDrive - UGent\Documenten\data\Cu
rpolatie.m   interpol_oef4.m   +
syms x
f3=@(x) x.^3+2*x.^2+3*x+5;
f2=@(x) 6*x.^2+5;
xdiscr=0:0.1:3;
plot(xdiscr,abs(f2(xdiscr)-f3(xdiscr)))
hold on
fplot({f2,f3},[0,3])
vpa(solve(diff(f2(x)-f3(x),x)==0))
```