wooclap

1

Bij een willekeurige $y = f(x)$ zal de beste benadering voor $\int_a^b f(x)\,dx$ bereikt worden via

Answer submitted

- $\frac{b-a}{2} f(\frac{a+b}{2})$
- $(b-a)\frac{f(a)+f(b)}{2}$
- $\frac{b-a}{2} f(a+b)$

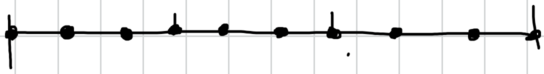
trapeziumregel

2

Hoeveel evaluatiepunten worden gebruikt bij een uitgebreide 3/8ste regel bij numerieke integratie? (n is een natuurlijk getal)

Answer submitted

- $3\,n$
- $1+4\,n$
- $4\,n$
- $1+3\,n$



p 40 oef 5 bepaal de gewichten w1 en w2 zodat de benadering van de integraal van 0 tot 1 1/(sqrt(x))f(x)dx door … exact is voor de polynomen van graad 0 en 1

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} f(x)\,dx \approx w_1 f(0) + w_2 f(1)$$

exact voor $f(x) = x^0 \Rightarrow \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx = w_1 + w_2$

exact voor $f(x) = x^1 \Rightarrow \int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x}}\,dx = w_1 . 0 + w_2\, 1$

$$\begin{cases} w_1 + w_2 = \left[\frac{\sqrt{x}}{1/2}\right]_0^1 \\ w_2 = \left[\frac{x^{3/2}}{3/2}\right]_0^1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} w_1 + w_2 = 2 \\ w_2 = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} w_1 = \frac{4}{3} \\ w_2 = \frac{2}{3} \end{cases}$$

6 $f'(x) \approx \frac{1}{2h}\left(f(x+h) - f(x-h)\right)$

$$f(x+h) = f(x) + h f'(x) + \frac{h^2}{2!} f''(x) + \frac{h^3}{3!} f'''(x) + \dots$$

$$f(x-h) = f(x) - h f'(x) + \frac{h^2}{2!} f''(x) - \frac{h^3}{3!} f'''(x) + \dots$$

$$\Rightarrow \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

$$= \frac{1}{2h}\left(2h f'(x) + \frac{2}{6} h^3 f'''(x) + \dots\right.$$

$$= f'(x) + \underbrace{\frac{h^2}{6} f'''(x) + \dots}_{\text{fout}}$$

$\downarrow h^4$

③ $\int_0^1 e^{-\frac{x^2}{2}}\,dx$

* trapeziumregel

$$(b-a)\,\frac{f(a)+f(b)}{2}$$

$$= 1 \cdot \frac{1+\frac{1}{\sqrt{e}}}{2} = 0{,}80326.$$

* paraboolregel

$$\left(\frac{b-a}{2}\right)\frac{f(x_0)+4f(x_1)+f(x_2)}{3}$$

$x_0 = a \quad x_2 = b$

$x_1 = \frac{b-a}{2} + a$

$$\frac{1}{6}\left(1 + \frac{4}{e^{1/8}} + \frac{1}{\sqrt{e}}\right) = 0{,}856086\ldots$$

$= \frac{1}{2}$

* 3/8 regel

$$\frac{3h}{8}\left(f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)\right)$$

$h = \frac{b-a}{3}$

$h = \frac{1}{3}$

$$= \frac{1}{8}\left(1 + \frac{3}{e^{1/18}} + \frac{3}{e^{4/18}} + \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$$

$x_1 = \frac{1}{3}$

$\approx 0{,}8558$

$x_2 = \frac{2}{3}$