V406: Beugung am Spalt

Simon Schulte simon.schulte@udo.edu

Tim Sedlaczek tim.sedlaczek@udo.edu

Durchführung: 09.05.2017 Abgabe: 16.05.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Zielsetzung	1
2	Theorie	1
3	Durchführung3.1 Versuchsaufbau3.2 Versuchsablauf	
4	Auswertung4.1 Intensitätsverteilung am Einzelspalt4.2 Intensitätsverteilung am ersten Doppelspalt4.3 Intensitätsverteilung am zweiten Doppelspalt4.4 Vergleich von Einzel- und Doppelspalt	7 9
5	Diskussion	13

1 Zielsetzung

Ziel des Versuchs ist die Untersuchung von Lichtbeugung an einem Einzelspalt und zwei Doppelspalten.

2 Theorie

Die Beugung des Lichts beschreibt die Abweichung der Lichtausbreitung von den Gesetzen der geometrischen Optik. Nach dem Huygensschen Prinzip und dem Interferenzprinzip von Fresnel werden von jedem Punkt einer Wellenfläche Elementarwellen ausgesendet. Diese breiten sich kugelwellenartig aus. Dabei interferieren sie miteinander. Abbildung

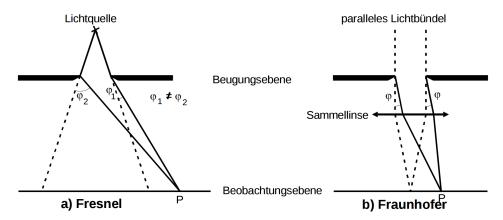


Abbildung 1: Die Fesnelsche und Franhofersche Beugung an einem Einfachspalt. [TuD17]

1 zeigt die Fresnelsche und Fraunhofersche Beugung an einem Einzelspalt. In diesem Versuch wird lediglich die Fraunhofersche Beugung betrachtet, da man diese mathematisch einfacher beschreiben kann. Hierbei wird von einem parallel ankommenden Strahl ausgegangen. Die getrichelten Linien stellen den Verlauf der geometrischen Optik dar. Bei der Fraunhoferschen Beugung werden die Lichtstrahlen aber teilweise um den Winkel ϕ gebeugt. Dadurch interferieren sie im Punkt P. Dieser Effekt hängt mit dem Huygensschen Prinzip und dem Interferenzprinzip von Fresnel zusammen. Um nun die Amplitude eines Einzelspalts zu bestimmen, muss über alle Strahlenbündel, welche um den Winkel ϕ ausgelenkt werden, summiert werden. Eine hier betrachtete Welle wird durch

$$A(z,t) \, = \, A_0 \exp \left(i \left(\omega t - 2 \pi \frac{z}{\lambda} \right) \right) \tag{1}$$

beschrieben. Diese hat den Phasenunterschied:

$$\delta = \frac{2\pi x \sin(\phi)}{\lambda}.\tag{2}$$

In Abbildung 2 wird genau dies skizziert. Die Strahlenbündel vom Laser sind sehr klein.

Richtung der einfallenden Lichtwelle

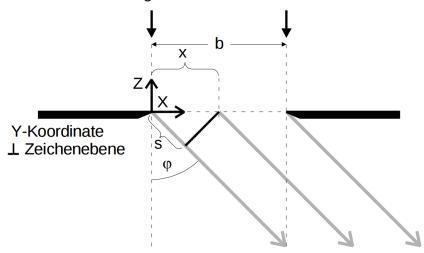


Abbildung 2: Eine Skizze zur Ableitung einer Phasenbeziehung zwischen 2 Teilstrahlen bei der Fraunhoferschen Beugung am Spalt. [TuD17]

Daher integriert man über die Spaltbreite D. Dadurch ergibt sich

$$B(z,t,\phi) \, = \, A_0 \exp \left(i \left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} \right) \right) \cdot \exp \left(\frac{\pi i b \sin(\phi)}{\lambda} \right) \cdot \frac{\lambda}{\pi \sin(\phi)} \sin \left(\frac{\pi b \sin \phi}{\lambda} \right) \tag{3}$$

für die Amplitude vom den in ϕ -Richtung abgelenkten Strahlen. Da sich die Amplitude nicht direkt messen lässt, wird zur Überprüfung ebenfalls die zeitlich gemittelte Intensität $I(\phi)$ bestimmt. Dabei ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = A_0 b^2 \left(\frac{\lambda}{\pi b \sin(\phi)}\right)^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi b \sin(\phi)}{\lambda}\right).$$
 (4)

Ein Doppelspalt kann physikalisch auch als Überlagerung zweier Einzelspalte gesehen werden. Abbildung 3 zeigt eine Beugung am Doppelspalt, an der dies gut erkennbar ist. Dann ergibt sich für die Intensitätsverteilung eines Doppelspalts

$$I(\phi) \propto B(\phi)^2 = 4\cos^2\left(\frac{\pi s\sin(\phi)}{\lambda}\right) \cdot \left(\frac{\lambda}{\pi b\sin(\phi)}\right)^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi b\sin(\phi)}{\lambda}\right).$$
 (5)

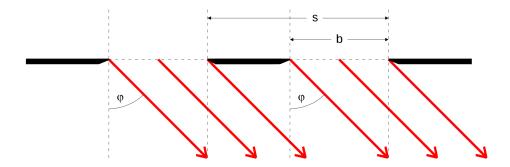


Abbildung 3: Die Beugung am Doppelspalt. [TuD17]

3 Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

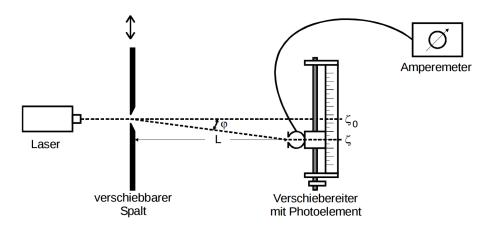


Abbildung 4: Der Versuchsaufbau zur Ausmessung einer Beugungsfigur. [TuD17]

In Abbildung 4 zu sehen ist der in dem Versuch verwendete Versuchsaufbau. Ein Laser sendet Lichtwellen mit einer Wellenlänge von 635 nm aus. Dies ist notwendig, da Lichtbeugung nur auftritt, wenn der Spalt, an dem es gebeugt wird, ungefähr der Größenordnung der Wellenlänge λ entspricht. Die Lichtwellen gehen durch einen Spalt, welcher in dem Versuch drei mal variiert wird. Dann kommen die Lichtwellen nach einer Strecke von L=124 cm an einem Verschiebereiter mit Photoelement an. Dieser misst die Intensität der einlaufenden Welle und schickt die Information an ein Amperemeter, an welchem man dann den Diodenstrom ablesen kann.

3.2 Versuchsablauf

Als erstes werden die Spaltbreiten b und die Gitterkonstanten s, der jeweils verwendeten Spalten, den Herstellerangeben entnommen. Die Spaltbreite beträgt für den Einfachspalt

$$b_{Einfachspalt} = 0.075 \,\mathrm{mm}.$$
 (6)

Für den ersten verwendeten Doppelspalt sind

$$b_{Doppelspalt1} = 0.1 \,\mathrm{mm} \tag{7}$$

$$s_{Doppelspalt1} = 0.4 \,\mathrm{mm}$$
 (8)

angegeben.

Für den zweiten verwendeten Doppelspalt sind

$$b_{Doppelsnalt2} = 0.15 \,\mathrm{mm} \tag{9}$$

$$s_{Doppelspalt2} = 0.25 \,\mathrm{mm} \tag{10}$$

angegeben.

Danach wird gemessen, was für einen Diodenstrom das Amperemeter registriert, wenn der Laser noch nicht eingeschaltet ist. Dies nennt man Dunkelmessung und dieser Wert wird dann von den anderen Werten abgezogen, da die Lichtwellen, die sich im Raum befinden und auf das Amperemeter treffen die Messung verfälschen. Die Dunkelmessung ergab einen Wert von

$$A_{Dunkel} = 1{,}15\,\mathrm{nA}.\tag{11}$$

Zwischen den Messungen, für den Einzelspalt und den ersten Doppelspalt, wurde die Dunkelmessung wiederholt. Dabei ergab sich ein Wert von

$$A_{Dunkel_2} = 1.25 \,\mathrm{nA}. \tag{12}$$

Danach werden 93 Werte im Bereich von 1 mm bis 50 mm am Verschiebereiter mit Photoelement für den Diodenstrom aufgenommen. Dazu wird ein Einfachspalt verwendet. Als nächstes werden 56 Werte zwischen 14,25 mm und 40,25 mm für den Diodenstrom aufgenommen. Dazu wird der erste Doppelspalt verwendet. Als letztes werden 50 Werte im Bereich von 11,25 mm bis 40,75 mm für den Diodenstrom aufgenommen. Dazu wird der zweite Doppelspalt verwendet.

4 Auswertung

4.1 Intensitätsverteilung am Einzelspalt

Bei der Messung am Einzelspalt wurden die in Tabelle 4 stehenden Werte gemessen. Von diesen Werten wird zuerst der Dunkelstrom A_{Dunkel} (11) abgezogen und dann mit Python eine Kurvenanpassung an Formel (4) durchgeführt. Die Wellenlänge des Lasers ist dabei mit

$$\lambda = 635 \,\mathrm{nm} \tag{13}$$

angegeben. Für ϕ wird näherungsweise

$$\phi = \frac{x - x_0}{L} \tag{14}$$

angenommen. Wobei x_0 die Position des Hauptmaximums darstellt. Während L der Abstand zwischen Spalt und Photodiode ist. Dieser beträgt in unserem Fall

$$L = 124 \,\mathrm{cm}.\tag{15}$$

Die fehlenden drei Parameter A_0 , b und x_0 werden also bei dem Fit bestimmt:

$$A_0 = (170 \pm 1) \,\mu\text{A}? \tag{16}$$

$$b = (75,7 \pm 0,3) \,\mu\text{m} \tag{17}$$

$$x_0 = (26,38 \pm 0,02) \,\mathrm{mm} \tag{18}$$

In Abbildung 5 ist der Verlauf der Messwerte, sowie des Fits, zu sehen.

Tabelle 1: Gemessener Diodenstrom bei der jeweiligen Position der Photodiode (ohne Abzug des Dunkelstroms).

Position x in mm	Diodenstrom I in nA	x	I	x	I
$26,\!25$	990	38,00	38	21,00	360
$27,\!25$	980	38,50	45	20,75	330
27,50	960	39,00	52	$20,\!25$	300
27,75	930	40,00	60	20,00	240
28,00	900	41,00	60	19,50	180
28,50	850	42,00	53	19,00	140
28,75	820	$42,\!50$	47	18,50	100
29,00	790	43,00	40	$18,\!25$	85
$29,\!25$	760	44,00	27	18,00	71
$29,\!50$	710	45,00	16	17,50	52
29,75	680	46,00	10	$17,\!25$	44
30,00	640	47,00	10	16,75	36
$30,\!25$	600	49,00	18	16,00	32
30,50	560	$49,\!50$	20	$15,\!00$	40
30,75	520	50,00	22	$14,\!50$	46
31,00	480	$25,\!25$	940	14,00	52
$31,\!25$	440	$25,\!00$	920	$13,\!50$	57
31,50	400	24,75	900	$12,\!50$	62
31,75	360	$24,\!50$	870	$11,\!50$	59
$32,\!25$	300	24,00	810	$10,\!50$	49
$32,\!50$	260	23,75	790	10,00	42
33,00	200	$23,\!50$	740	$9,\!50$	35
$33,\!50$	150	$23,\!25$	710	8,50	22
34,00	110	$23,\!00$	670	7,50	12
$34,\!25$	100	22,75	640	$6,\!50$	8
$34,\!50$	80	$22,\!50$	600	$5,\!50$	10
35,00	56	$22,\!25$	560	3,50	19
$35,\!25$	47	$22,\!00$	520	3,00	21
35,75	34	21,75	480	$2,\!50$	22
$36,\!50$	26	$21,\!50$	440	2,00	23
37,50	32	$21,\!25$	400	1,00	21

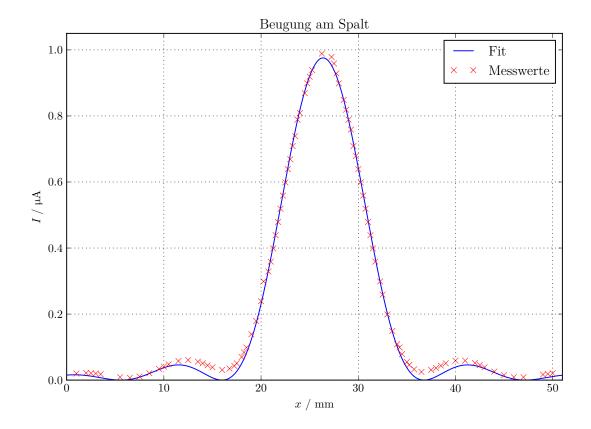


Abbildung 5: Graph der Messwerte und der Ausgleichsfunktion (Einzelspalt).

4.2 Intensitätsverteilung am ersten Doppelspalt

Bei der Messung am ersten Doppelspalt wurden die in Tabelle 2 stehenden Werte gemessen. Von diesen Werten wird zuerst der Dunkelstrom A_{Dunkel_2} (12) abgezogen und danach wie für den Einzelspalt mit Python ein Fit an Formel (5) durchgeführt. Dabei wird statt dem Faktor 4 erneut A_0 verwendet, da es sonst zu Problemen kommt und die Ausgleichsfunktion nicht wirklich passt. Der Laser und der Abstand zwischen Spalt und Photodiode bleiben unverändert. Als Parameter ergeben sich:

$$A_0 = (2.3 \pm 0.1) \,\mu\text{A} \tag{19}$$

$$b = (100 \pm 6) \,\mu\text{m} \tag{20}$$

$$x_0 = (27,06 \pm 0,02) \,\mathrm{mm}$$
 (21)

$$s = (486 \pm 5) \,\mu\text{m} \tag{22}$$

Die Messwerte und die Ausgleichsfunktion sind in Abbildung 6 dargestellt.

Tabelle 2: Gemessener Diodenstrom bei der jeweiligen Position der Photodiode (ohne Abzug des Dunkelstroms).

Position x in mm	Diodenstrom I in nA	x	I
26,25	810	38,25	110
26,75	1680	$39,\!25$	52
$27,\!25$	1800	39,75	68
27,75	800	40,25	38
$28,\!25$	1300	25,75	1600
28,75	1650	$25,\!25$	1600
$29,\!25$	740	24,75	670
$29,\!50$	560	24,25	940
30,00	1000	23,75	1100
$30,\!25$	1100	$23,\!25$	440
30,75	520	23,00	300
$31,\!25$	320	$22,\!50$	500
31,50	420	$22,\!25$	530
31,75	480	21,75	240
$32,\!25$	260	$21,\!25$	100
32,75	110	21,00	130
$33,\!25$	120	20,75	140
33,75	69	$20,\!25$	73
$34,\!25$	45	19,75	27
$35,\!00$	56	$19,\!25$	45
35,75	40	18,75	37
$36,\!25$	94	$18,\!25$	33
36,75	90	17,75	84
$37,\!25$	48	$17,\!25$	87
37,75	90	16,75	48
$38,\!25$	110	$16,\!25$	100
$39,\!25$	52	15,75	110
39,75	68	$15,\!25$	50

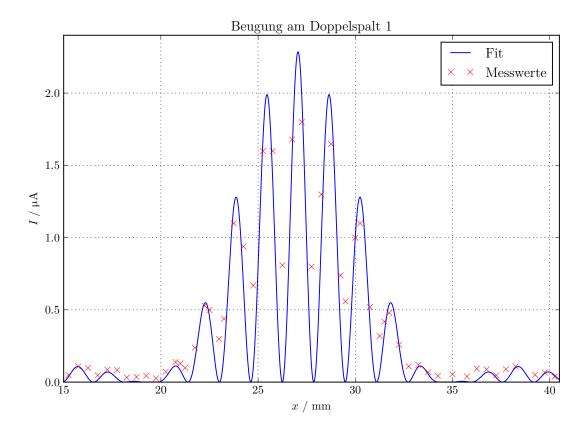


Abbildung 6: Graph der Messwerte und der Ausgleichsfunktion (Doppelspalt Nr.1).

4.3 Intensitätsverteilung am zweiten Doppelspalt

Beim zweiten Doppelspalt wurden die in Tabelle 3 stehenden Werte gemessen. Erneut wird von diesen zuerst der Dunkelstrom A_{Dunkel_2} (12) abgezogen. Mit der Anpassung an Formel (5) ergeben sich bei gleichem Laser und gleichem Abstand die folgenden Parameter:

$$A_0 = (2.98 \pm 0.07) \,\mu\text{A} \tag{23}$$

$$b = (152 \pm 3) \,\mu\text{m} \tag{24}$$

$$x_0 = (27,62 \pm 0,02) \,\mathrm{mm}$$
 (25)

$$s = (238 \pm 3) \,\mu\text{m}$$
 (26)

Die Messwerte und die Ausgleichsfunktion sind in Abbildung 7 dargestellt.

Tabelle 3: Gemessener Diodenstrom bei der jeweiligen Position der Photodiode (ohne Abzug des Dunkelstroms).

Position x in mm	Diodenstrom I in nA	x	I
26,25	500	25,75	360
26,75	1400	$25,\!25$	700
$27,\!25$	2500	24,75	800
27,75	2800	$24,\!25$	500
$28,\!25$	2000	23,75	210
28,75	800	$23,\!25$	44
$29,\!25$	290	22,75	12
29,75	520	$22,\!25$	21
$30,\!25$	780	21,75	60
30,75	670	$21,\!25$	110
$31,\!25$	350	20,75	110
31,75	100	$20,\!25$	62
$32,\!25$	32	19,75	28
32,75	30	$19,\!25$	29
$33,\!25$	64	18,75	37
33,75	120	$18,\!25$	30
$34,\!25$	140	17,75	20
34,75	100	$17,\!25$	11
$35,\!25$	42	16,75	8
35,75	16	$16,\!25$	18
36,75	32	$15,\!25$	52
37,75	19	$14,\!25$	26
38,75	14	$13,\!25$	7,4
39,75	48	$12,\!25$	13
40,75	44	$11,\!25$	18

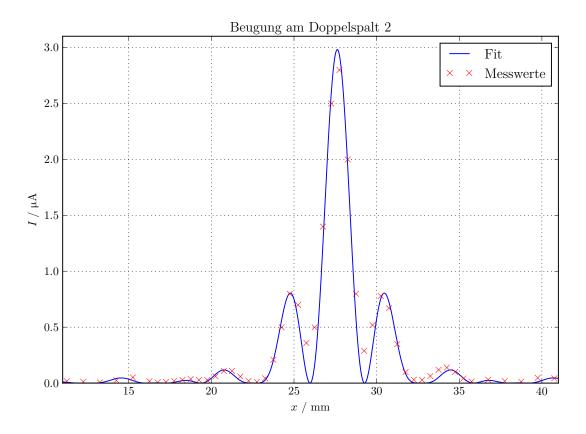
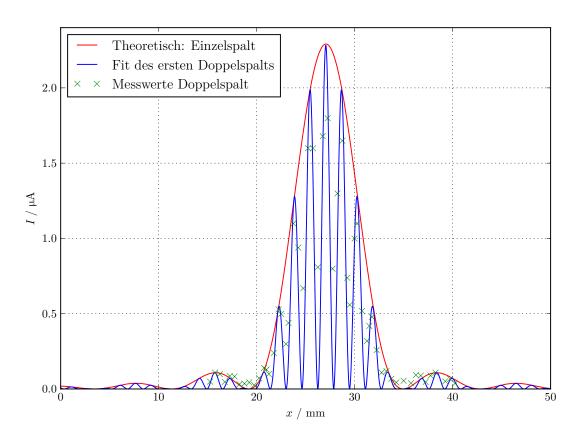


Abbildung 7: Graph der Messwerte und der Ausgleichsfunktion (Doppelspalt Nr.2).

4.4 Vergleich von Einzel- und Doppelspalt

Für den Vergleich von Einzel- und Doppelspalt wird, unter Verwendung der gleichen Parameter b und x_0 mit Formel (4) und eines angepassten Wertes der Maximalintensität, die theoretische Kurve eines entsprechenden Einzelspalts in den Graphen des ersten Doppelspalts aufgetragen. Das Ergebniss ist in Abbildung 8 dargestellt.



 ${\bf Abbildung~8:~Graph~der~Messwerte~und~der~Ausgleichsfunktion~(Doppelspalt~Nr.1)} \\ {\bf und~theoretischer~Verlauf~eines~entsprechenden~Einzelspalts.}$

5 Diskussion

Bei dem Versuch gab es folgende Ergebnisse:

Tabelle 4: Gemessener Diodenstrom bei der jeweiligen Position der Photodiode (ohne Abzug des Dunkelstroms).

Gemessen:	Herstellerangeben:	Abweichung in $\%$
$b_{\rm Einzel} = (75,7 \pm 0,3) \mu{\rm m}$	$b_{\mathrm{Einzel}} = 75\mathrm{\mu m}$	0,9
$b_{\mathrm{Doppel_1}} = (100 \pm 6)\mathrm{\mu m}$	$b_{\text{Doppel}_1} = 100 \mu \text{m}$	0
$s_{\mathrm{Doppel_1}} = (486 \pm 5)\mathrm{\mu m}$	$s_{\text{Doppel}_1} = 400\mu\text{m}$	$21,\!5$
$b_{\mathrm{Doppel_2}} = (152 \pm 3)\mathrm{\mu m}$	$b_{\text{Doppel}_2} = 150 \mu \text{m}$	1,3
$s_{\rm Doppel_2} = (238 \pm 3)\mu{\rm m}$	$s_{\text{Doppel}_2} = 250\mu\text{m}$	4,8

Insgesamt liegen die gemessenen Spaltbreiten und Gitterkonstanten sehr nah an den Herstellerangaben. Lediglich die Gitterkonstante beim ersten Doppelspalt weicht etwas stärker davon ab. Mit dem Aufbau lassen sich also gut die Maße von Spalten und Gittern bestimmen. Dabei ist das Ergebnis genauer, wenn der Spalt sehr schmal ist, da das Beugungsmuster dann breiter ist und dann die Position der Messung genauer ist. Beim Vergleich von Einzel- und Doppelspalt ist gut zu sehen, dass der Verlauf des Einzelspalts die Einhüllende der Amplituden des Doppelspalts darstellt.

Literatur

[TuD17] Tu-Dortmund. Versuch 406: Beugung am Spalt. 15. Mai 2017. URL: http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V406.pdf.