

# **V602: Röntgenemission und -absorption**

Simon Schulte  
simon.schulte@udo.edu

Tim Sedlaczek  
tim.sedlaczek@udo.edu

Durchführung: 30.05.2017

Abgabe: 06.06.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>1</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>1</b>
<b>3 Durchführung</b>	<b>4</b>
3.1 Versuchsaufbau . . . . .	4
3.2 Versuchsablauf . . . . .	4
<b>4 Auswertung</b>	<b>6</b>
<b>5 Diskussion</b>	<b>12</b>
<b>Literatur</b>	<b>14</b>

## 1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird das Emissionsspektrum einer Kupfer-Röntgenröhre und verschiedene Absorptionsspektren untersucht.

## 2 Theorie

Röntgenstrahlung besteht aus elektromagnetischen Wellen im Energiebereich von mehreren keV. Sie wird erzeugt, indem Elektronen eine entsprechend große Beschleunigungsspannung durchlaufen und anschließend auf die Anode treffen. Im Coulombfeld des Anodenmaterials werden die Elektronen abgebremst. Dabei geben diese dann einen Teil ihrer Energie in Form von Röntgenstrahlung ab. Da die Elektronen dabei einen beliebigen Teil ihrer Energie abgeben können ist dieses Spektrum kontinuierlich. Es wird allgemein als Bremsspektrum bezeichnet. Die maximale Energie, der Röntgenstrahlung, entspricht dabei der kinetischen Energie der Elektronen. Da sich die Strahlungsenergie antiproportional zur Wellenlänge verhält, äußert sich dies in einer minimalen Wellenlänge:

$$\lambda_{\min} = \frac{h \cdot c}{e_0 U}. \quad (1)$$

Dabei ist  $E_{\text{kin}} = e_0 U$  die kinetische Energie der Elektronen und  $E = h \cdot \nu$ , mit der Frequenz  $\nu$ , die Energie der Strahlung. In Abbildung 1 ist ein solches Bremsspektrum schematisch dargestellt.

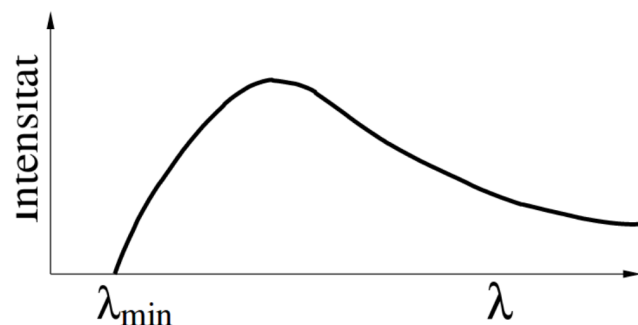


Abbildung 1: Schema des Bremsspektrums. [TuD17]

Für das sogenannte charakteristische Spektrum geben die Elektronen ihre Energie an eines der inneren Hüllenelektronen des Anodenmaterials ab. Diese werden dadurch ionisiert und ein äußeres Elektron rückt dafür nach. Bei dem abfallen auf das energetisch günstigere Niveau gibt es dann den Wert der Energiedifferenz in Form von Röntgenstrahlung ab:

$$h\nu = E_m - E_n. \quad (2)$$

Das charakteristische Spektrum zeichnet sich deshalb durch scharfe, diskrete Peaks aus. Für diese Peaks werden verschiedene Bezeichnungen verwendet, die darauf basieren, von

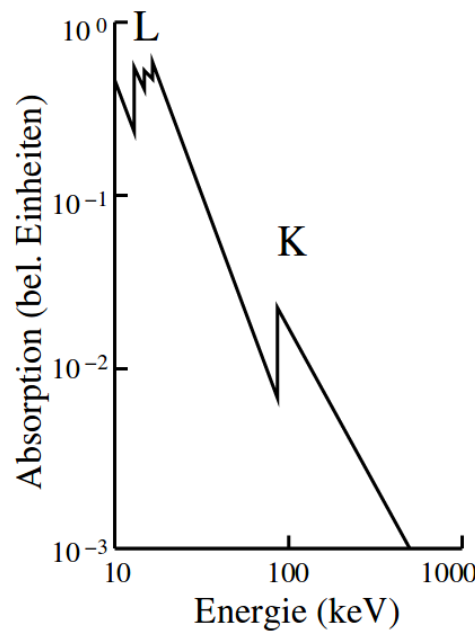
welchem Zustand in welchen anderen Zustand der Übergang stattfindet. Z.B. werden die Bezeichnungen  $K_\alpha$ ,  $K_\beta$ ,  $L_\alpha$ ,  $L_\beta$  usw. verwendet. Der Buchstabe steht dabei jeweils für den energetisch günstigeren Zustand, auf den das Elektron herabfällt. Sie sind von  $K$  aus aufwärts alphabetisch nummeriert. Die griechischen Indizes stehen für den Ursprung des Elektrons. So bedeutet der  $K_\alpha$  Übergang, dass ein Elektron aus der  $L$ -Schale in die  $K$ -Schale wandert, und der  $K_\beta$  Übergang, dass ein Elektron aus der  $M$ -Schale in die  $K$ -Schale wandert.

Die Bindungsenergie der Elektronen im Anodenmaterial wird durch innere Elektronen geschwächt. Daher ergibt sich für diese:

$$E_n = -R_\infty z_{eff}^2 \cdot \frac{1}{n^2}. \quad (3)$$

Dabei ist  $z_{eff} = z - \sigma$  die effektive Kernladungszahl, mit der Abschirmkonstante  $\sigma$ , und  $R_\infty = 13,6 \text{ eV}$  die Rydbergenergie. Der Index  $n$  nimmt von  $K = 1$  aus aufsteigend ganze Zahlen an. Die Spektren treten parallel auf, weshalb sich das Emissionsspektrum aus beiden zusammensetzt.

Das Absorptionsspektrum von Röntgenstrahlung ist ebenfalls sehr materialabhängig. Allgemein nimmt das Absorptionsvermögen eines Absorbers mit zunehmender Energie ab. Es steigt jedoch abrupt, wenn die Strahlung die Ionisierungsenergie einer weiter innen gelegenen Schale erreicht. Dadurch werden sich dort befindliche Elektronen ionisiert. Die Absorptionskanten werden nach der Schale benannt, aus der das entsprechende Elektron stammt. Ein Schema des Absorptionsvermögens ist in Abbildung 2 dargestellt.



**Abbildung 2:** K- und L-Absorptionskante. [TuD17]

Die Position der Kanten ist mit

$$h\nu_{abs} = E_n - E_\infty \quad (4)$$

gegeben.

Theoretisch setzen sich die Kanten aus mehreren leicht versetzten Linien zusammen. Das liegt daran, dass die Bindungsenergie, aufgrund des Spins und des Bahndrehimpulses, innerhalb einer Schale leicht variiert. Mehrere Kanten sind jedoch praktisch nur bei den  $L$ -Kanten zu beobachten. Dabei ist dann die Sommerfeld'sche Feinstrukturformel

$$E_{n,j} = -R_\infty \left( z_{eff,1}^2 \cdot \frac{1}{n^2} + \alpha^2 z_{eff,2}^4 \cdot \frac{1}{n^3} \left( \frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right) \quad (5)$$

für die Bindungsenergien zu beachten. Das  $\alpha$  steht für die Sommerfeld'sche Feinstrukturkonstante und  $j$  für den Gesamtdrehimpuls des Elektrons. Für die zweite effektive Kernladungszahl  $z_{eff,2}$  wird eine neue Abschirmkonstante  $\sigma_L$  benötigt. Diese berechnet sich nach:

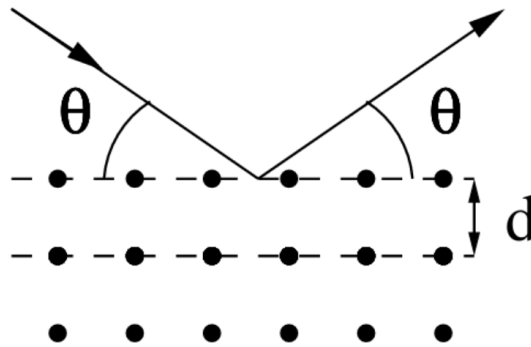
$$\sigma_L = Z - \left( \frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E_L}{R_\infty}} - \frac{5\Delta E_L}{R_\infty} \right)^{\frac{1}{2}} \left( 1 + \frac{19}{32} \alpha^2 \frac{\Delta E_L}{R_\infty} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (6)$$

Hierbei ist  $\Delta E_L = E_{L_{II}} - E_{L_{III}}$  die Energiedifferenz zwischen der  $L_{II}$  und der  $L_{III}$  Kante und  $Z$  die Ordnungszahl des Absorbers.

Bei diesem Versuch wird für die Messung der Spektren ein Effekt ausgenutzt, der Bragg'sche Reflexion genannt wird. Hierbei wird die Röntgenstrahlung an den verschiedenen Gitterebenen eines LiF-Kristalls reflektiert. Durch den dabei entstehenden Gangunterschied interferieren die Röntgenwellen. Nach

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (7)$$

lässt sich dann aus dem Glanzwinkel  $\theta$  und der Gitterkonstante  $d$  die Wellenlänge der Röntgenstrahlung bestimmen. In Abbildung 3 ist dies schematisch dargestellt.



**Abbildung 3:** Schema der Bragg'schen Reflexion. [TuD17]

## 3 Durchführung

### 3.1 Versuchsaufbau

In Abbildung 4 ist der Aufbau der Apparatur dargestellt. Die Röntgenröhre (2) erzeugt

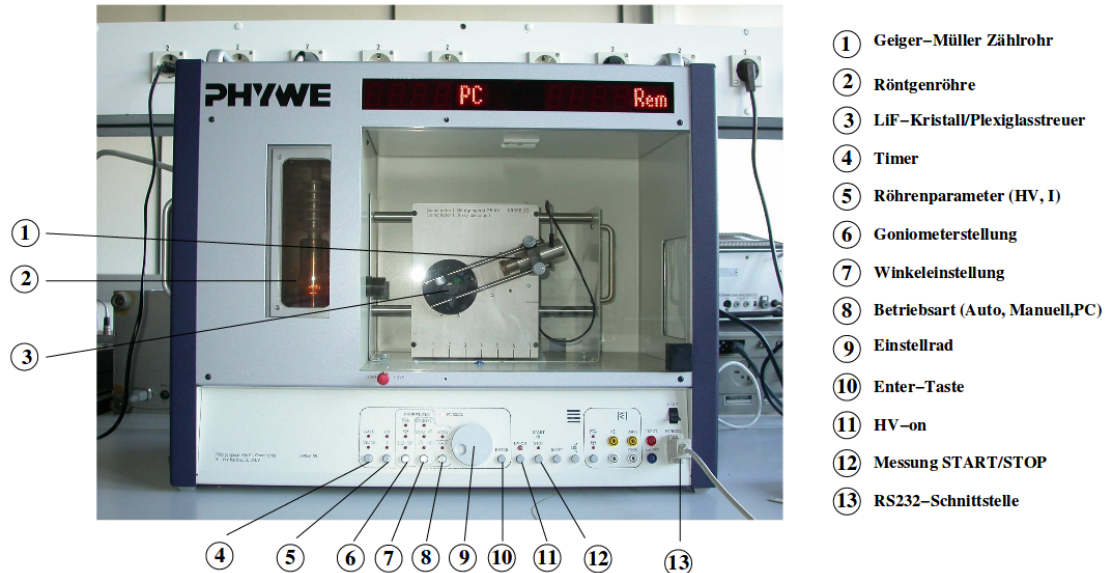


Abbildung 4: Aufbau der Apparatur. [TuD17]

Röntgenstrahlung. Diese wird am Kristall (3) reflektiert und am Geiger-Müller-Zählrohr (1) wird die Intensität gemessen. Für die Messung der Absorptionsspektren lässt sich am Geiger-Müller-Zählrohr ein entsprechender Absorber befestigen. Die Schalter an der unteren Seite der Apparatur (4-13) werden für den Versuch nicht benötigt, da die Apparatur mit einem Computer gesteuert wird.

### 3.2 Versuchsablauf

Zu Beginn wird die Bragg'sche Bedingung überprüft, indem der Kristall auf einen Winkel von  $14^\circ$  fest eingestellt wird und dann die Intensität für Zählrohrwinkel  $\alpha_{GM}$  von  $26^\circ$  bis  $30^\circ$  in  $0,2^\circ$ -Schritten gemessen wird. Im Idealfall sollte das Maximum der Intensität bei  $28^\circ$  liegen.

Für alle weiteren Messungen wird der 2:1 Koppelmodus verwendet. Das bedeutet, dass der Zählrohrwinkel immer den doppelten Winkel des Kristalls annimmt. Dadurch wird die Intensität immer am Interferenzmaximum gemessen. Nun wird das Emissionsspektrum der Röntgenröhre gemessen. Hierzu wird die Intensität bei einem Kristallwinkel von  $4^\circ$  bis  $26^\circ$  in  $0,2^\circ$ -Schritten gemessen. Als Integrationszeit pro Winkel wird  $\Delta t = 5\text{ s}$  verwendet.

Für die Messung der Absorptionsspektren wird jeweils ein Absorber am Zählrohr befestigt.

Vor der Messung wird nach Literaturwerten jeweils der theoretische Winkel der Absorptionskante, die beobachtet werden soll, bestimmt. Dieser Wert wird auf eine ganze Zahl gerundet und die Intensität im Bereich von  $\pm 2^\circ$  um den Wert herum in  $0,1^\circ$ -Schritten gemessen. Dabei wird eine Integrationszeit von  $\Delta t = 20$  s verwendet. Es werden die  $K$ -Kanten von 4 leichten Elementen ( $30 \leq Z \leq 50$ ) vermessen und die  $L_{II}$ - und  $L_{III}$ -Kanten eines schweren Elements. Bei dem schweren Element wird die Intensität im Bereich von  $\pm 3^\circ$  um die beiden Kanten gemessen. Die Schrittweite sowie die Integrationszeit bleiben dabei gleich. Die verwendeten Elemente und Winkelbereiche stehen in Tabelle 1.

**Tabelle 1:** Verwendete Elemente und Winkel.

Element	Z	Winkelbereich von $\theta$ in $^\circ$
Germanium (Ge)	32	$14^\circ$ bis $18^\circ$
Zirkonium (Zr)	40	$8^\circ$ bis $12^\circ$
Zink (Zn)	30	$17^\circ$ bis $21^\circ$
Brom (Br)	35	$11^\circ$ bis $15^\circ$
Bismut (Bi)	83	$8^\circ$ bis $16^\circ$

## 4 Auswertung

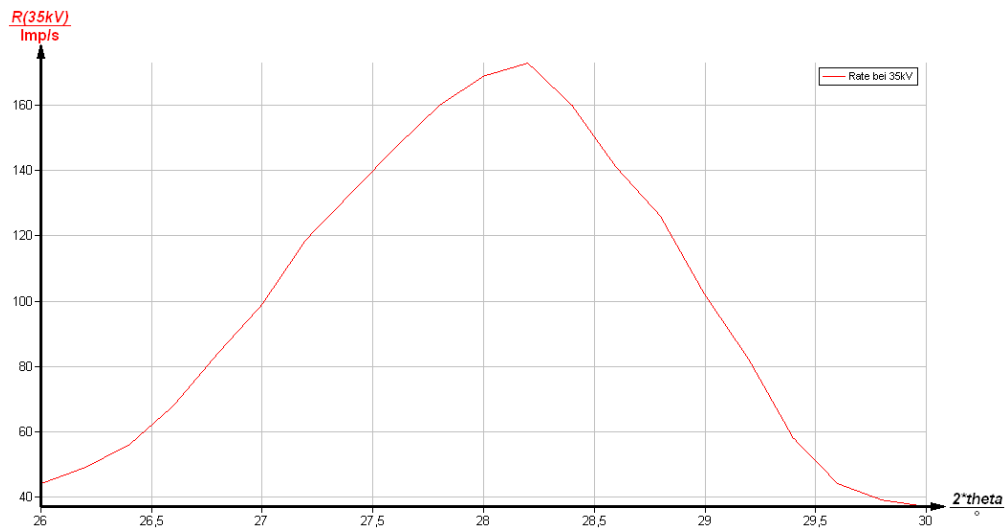


Abbildung 5: Überprüfung der Bragg Bedingung.

Das Maximum des Graphen in Abbildung 5 liegt bei etwa  $14,1^\circ$ .

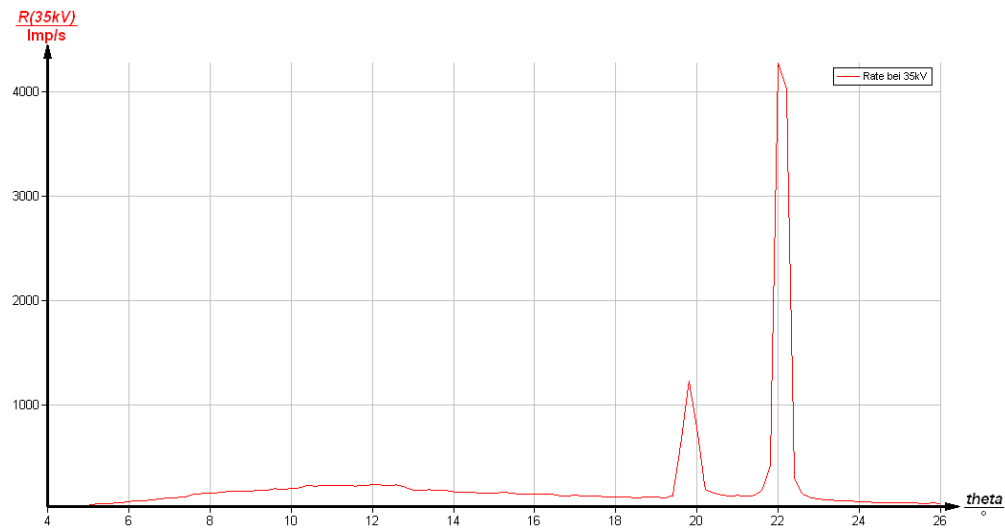


Abbildung 6: Das Emissionsspektrum von Kupfer.

Abbildung 6 zeigt das Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre. Es beginnt bei  $5^\circ$  und endet bei  $26^\circ$ . Die  $K_{\alpha}$  und  $K_{\beta}$  Linien sind in den beiden Bergen enthalten. Dabei liegt  $K_{\alpha}$  bei  $22^\circ$  und  $K_{\beta}$  bei  $19,8^\circ$ . Das Maximum von  $K_{\alpha}$  entspricht einem Wert von  $4273,0 \frac{\text{Impulse}}{\text{s}}$  und das Maximum von  $K_{\beta}$  entspricht einem Wert von  $1228 \frac{\text{Impulse}}{\text{s}}$ . Durch Gleichung (1) wird außerdem  $E_{max}$  und der Sollwert bestimmt. Dabei ergibt sich für den



Sollwert

$$e_0 U = 35\,000\text{ eV}$$

und für  $E_{max}$  ergibt sich mit Formel (8)

$$E = \frac{hc}{2d \sin \theta} \quad (8)$$

ein Wert von

$$E_{max} = 32\,001\text{ eV}.$$

Die Abweichung beträgt dabei etwa 8,6 %. Außerdem werden die Halbwertsbreiten berechnet. Dafür werden die Winkel gesucht, an denen genau die Hälfte des Maximums zu finden ist. Für die Energien wird die Formel

$$E = \frac{hc}{2d \sin \theta} \quad (9)$$

benutzt. Dann ergibt sich Tabelle 2.

**Tabelle 2:** Die berechneten Werte für die Energiedifferenzen.

Wert	Winkel $\theta$ [°]	Energie [eV]	Energiedifferenz $\delta E$ [eV]
$K_{\beta 1}$	19.4	9619	/
$K_{\beta 2}$	20.2	9253	366
$K_{\alpha 1}$	21.6	8679	/
$K_{\alpha 2}$	22.4	8385	294

Dabei bezeichnet  $K_{\beta 1}$  den Anfang des  $\beta$ -Bergs und  $K_{\beta 2}$  das Ende des  $\beta$ -Bergs. Das gleiche gilt für  $K_{\alpha 1}$  und  $K_{\alpha 2}$ . Die Energiedifferenzen aus Tabelle 2 sind auch die Halbwertsbreiten für  $K_{\alpha}$ - und  $K_{\beta}$ - Linien. Dabei beträgt die Energie an den Maxima:

$$E_{K_{\beta}} = 9432\text{ eV}$$

$$E_{K_{\alpha}} = 8529\text{ eV}.$$

Es wird außerdem nach der Aussage des Auflösungsvermögens gefragt. Das Auflösungsvermögen ist der grundsätzliche Abstand zweier Strukturen, ab dem erkennbar ist, dass es sich um zwei von diesen handelt. Außerdem sollen die Abschirmkonstanten  $\sigma$  bestimmt werden. Dafür werden die Formeln

$$\sigma_1 = z_{Cu} - \sqrt{\frac{E_{K_{\beta}}}{R_{\infty}}} \quad (10)$$

und

$$\sigma_2 = z_{Cu} - \sqrt{\frac{4(E_{K_{\alpha}} - E_{K_{\beta}})}{R_{\infty}}} \quad (11)$$

genutzt. Dann ergibt sich für die beiden Werte:

$$\sigma_{\beta} = 2,66$$

$$\sigma_{\alpha} = 12,70.$$

Im Folgenden sind die Graphen für die Absorptionsspektren von Brom, Germanium, Zink und Zirkonium zu sehen.

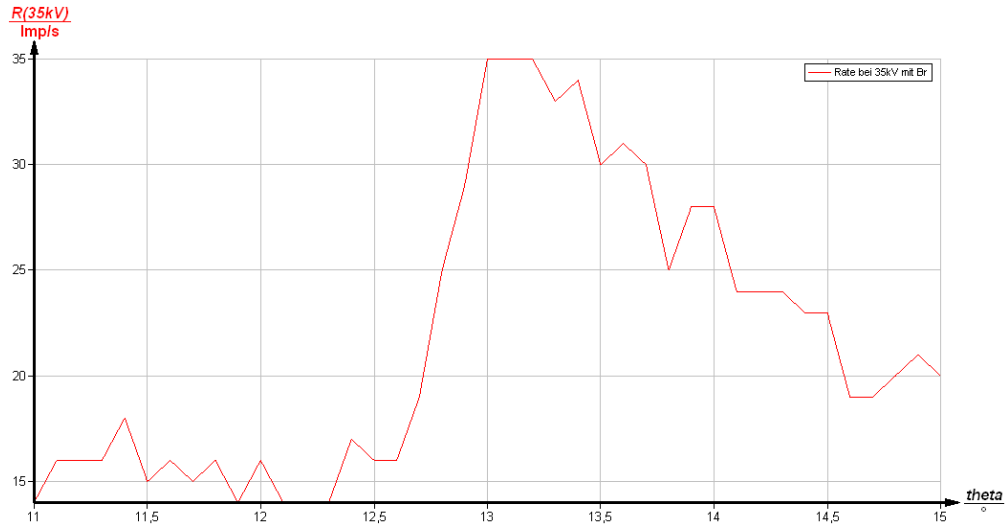


Abbildung 7: Das Absorptionsspektrum von Brom.

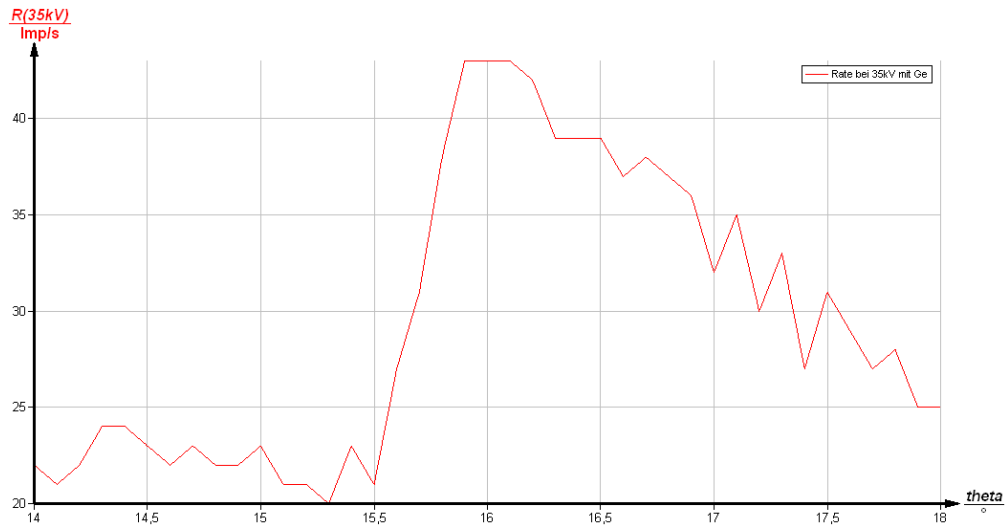


Abbildung 8: Das Absorptionsspektrum von Germanium.

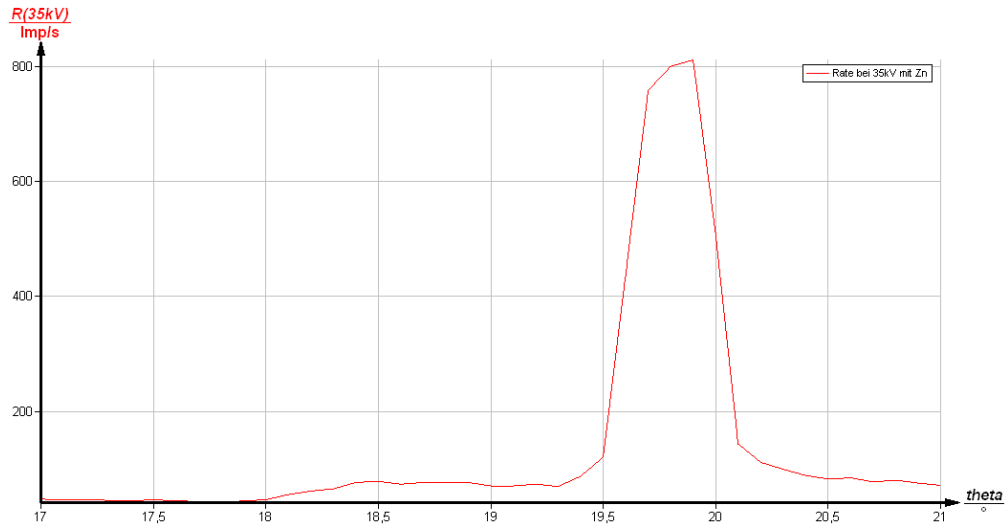


Abbildung 9: Das Absorptionsspektrum von Zink.

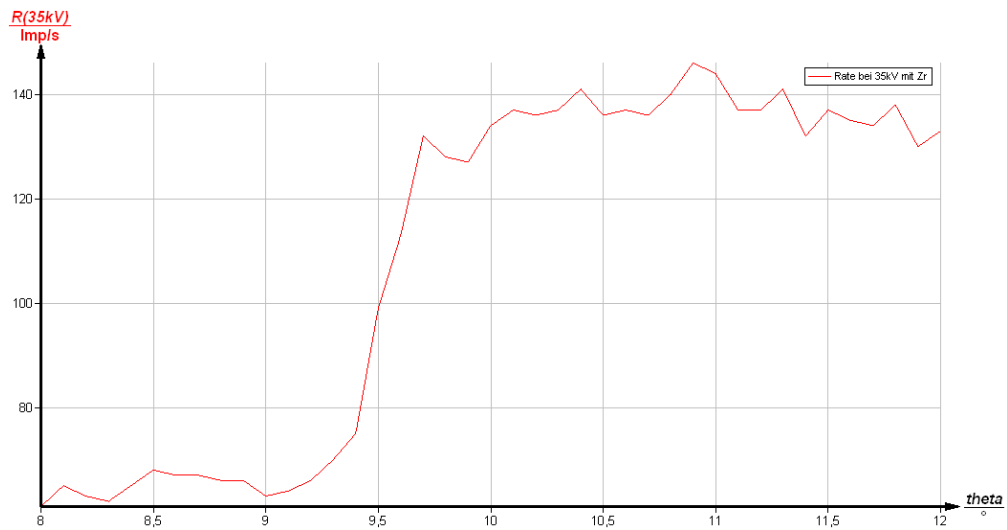


Abbildung 10: Das Absorptionsspektrum von Zirkonium.

Das sind sogenannte leichte Absorber. Auch hier wird wieder  $\sigma$  bestimmt. Dafür wird die Formel

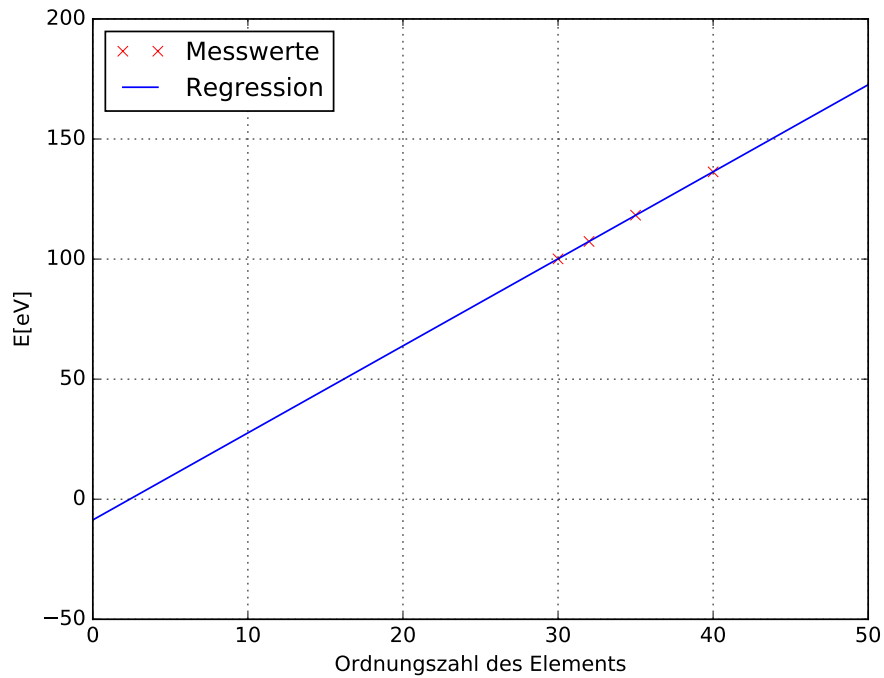
$$\sigma = z - \sqrt{\frac{E_k}{R_\infty} - \frac{\alpha^4 z^4}{4}} \quad (12)$$

genutzt. Das  $\alpha$  in dieser Formel ist dabei stets  $\alpha = \frac{1}{137}$ . Das ist die Sommerfeld'sche Feinstrukturkonstante. Tabelle 3 zeigt die errechneten Werte.

**Tabelle 3:** Die berechneten Werte für die Abschirmkonstanten und Energien der leichten Absorber.

Ordnungszahl	Element	Winkel $\theta$ [°]	Energie [eV]	Abschirmkonstante $\sigma$
29	Kupfer	22.0	9297	3.03
30	Zink	19.9	10017	3.06
32	Germanium	16.0	11522	3.13
35	Brom	13.2	13992	3.24
40	Zirkonium	10.9	18584	3.50

Der Zusammenhang zwischen der Energie und der Ordnungszahl wird dabei auch in Abbildung 11 dargestellt



**Abbildung 11:** Der Zusammenhang zwischen der Ordnungszahl und der Energie eines Elements.

Dabei ergibt sich:

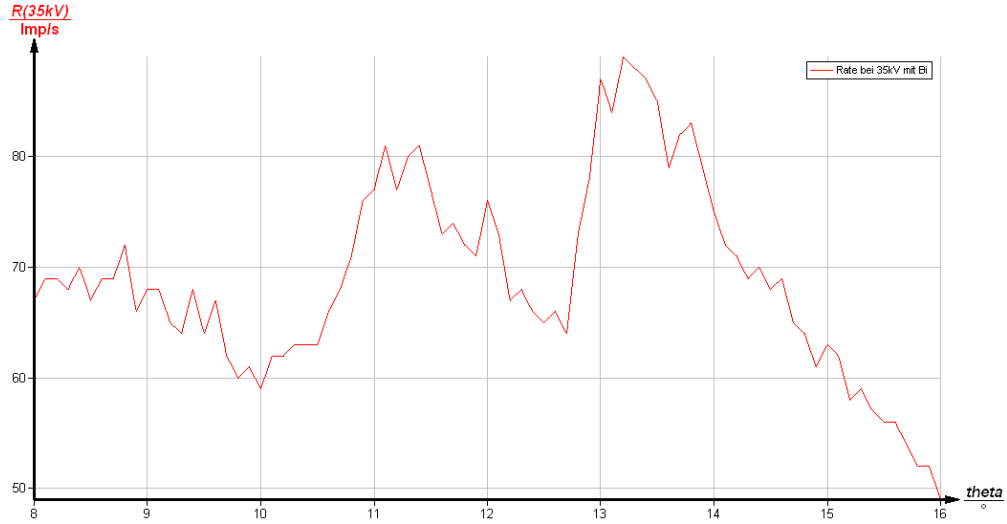
$$a = (3,63 \pm 0,01) \sqrt{\text{eV}}$$

$$b = (-8,64 \pm 0,24) \sqrt{\text{eV}}$$

Dabei soll  $a$  quadriert gleich der Rydberg-Energie  $R_\infty$  sein.

$$a^2 \approx 13.10$$

Als nächstes werden schwere Absorber betrachtet.



**Abbildung 12:** Das Absorptionsspektrum von Bismut.

Abbildung 12 zeigt das Absorptionsspektrum von Bismut. Dabei liegen die L-Kanten bei den Winkeln

$$\theta_{L1} = 11,1^\circ$$

$$\theta_{L2} = 13,2^\circ$$

Die dazu berechneten Energien und die dazu gehörige Energiedifferenz lauten

$$E_{L1} = 16\,596\,\text{eV}$$

$$E_{L2} = 13\,992\,\text{eV}$$

$$\Delta E_L = 2604\,\text{eV}.$$

Mit Formel (6) wird nun noch die Abschirmkonstante von Bismut berechnet. Für diese ergibt sich

$$\sigma_L = 4,15.$$

Dabei ist der Literaturwert

$$\sigma_{\text{Lit}} = 4,19.$$

## 5 Diskussion

Als erstes wurde die Bragg-Bedingung überprüft. Dabei sollte das Maximum eigentlich bei einem Winkel von etwa  $28^\circ$  liegen. Gemessen wurde ein Wert von  $28.2^\circ$ . Das ist eine Abweichung von unter 1 %. Es ist davon auszugehen, dass somit die Bedingung bestätigt wurde. Als nächstes werden die leichten Absorber betrachtet. Tabelle 4 zeigt die Literaturwerte [wis17] für die Abschirmkonstanten.

**Tabelle 4:** Die Literaturwerte für die Abschirmkonstanten und Energien leichter Absorber.

Ordnungszahl	Element	Winkel $\theta$ [°]	Energie [eV]	Abschirmkonstante $\sigma$
29	Kupfer	20.1	8980	3.30
30	Zink	18.6	9650	3.56
32	Germanium	16.1	11100	3.56
35	Brom	13.2	18980	3.85
40	Zirkonium	9.9	17990	4.10

Tabelle 5 zeigt die von uns errechneten Werte. Dabei werden die Abschirmkonstanten betrachtet.

**Tabelle 5:** Die berechneten Werte für die Abschirmkonstanten und Energien der leichten Absorber.

Ordnungszahl	Element	Winkel $\theta$ [°]	Energie [eV]	Abschirmkonstante $\sigma$
29	Kupfer	22.0	9297	3.03
30	Zink	19.9	10017	3.06
32	Germanium	16.0	11522	3.13
35	Brom	13.2	13992	3.24
40	Zirkonium	10.9	18584	3.50

Für Kupfer ergibt sich ein Fehler von 8,0 %, für Zink ein Fehler von 14,0 %, für Germanium ein Fehler von 12,1 %, für Brom ein Fehler von 15,8 % und für Zirkonium ein Fehler von 14,6 %. Die Werte liegen alle in der richtigen Größenordnung, aber weichen dennoch deutlich voneinander ab. Der Grund liegt wahrscheinlich darin, dass man zur Bestimmung von eine Näherung verwendet. Bei der Betrachtung der Energien ergeben sich jeweils Fehler von 3,4 % für Kupfer, 3,7 % für Zink, 3,7 % für Germanium, 26,2 % für Brom und ein Fehler von 3,2 % für Zirkonium. Sowohl bei der Energie  $E$  als auch bei der Abschirmkonstanten  $\sigma$  ergeben sich bei Brom die größten Fehler. Die Abweichungen der Energien sind außerdem geringer, als die der Abschirmkonstanten. Als nächstes werden die Abweichungen der Winkel bestimmt. Für Zink ergibt sich hierbei ein Fehler von 6,5 %, für Germanium ein Fehler von 0,6 %, für Brom ein Fehler von 0 % und für Zirkonium

ein Fehler von 9,2%. Die Abweichungen der Winkel sind ebenfalls relativ gering. Bei der Untersuchung der Rydberg-Energie ergibt sich ein Fehler von 3,7%. Der Plot in Abbildung 11 trägt die Ordnungszahl gegen die Wurzel der Energie auf. Dabei wird die Wurzel der Energie verwendet, damit der fit linear wird. Insgesamt ist diese Linearität auch deutlich zu erkennen. Bei dem schweren Absorber Bismut ist die L-Kante relativ gut zu erkennen. Der Wert von  $\sigma_L = 4.15$  weicht um 1% vom Literaturwert  $\sigma_{Lit} = 4.19$  ab. Insgesamt ist die Hauptfehlerquelle in diesem Versuch auf genutzte Näherungen zurückzuführen. Dennoch liegen alle bestimmten Werte in der richtigen Größenordnung.

## Literatur

- [Hun07] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [J+] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u.a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [Leb] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [Oli07] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [TuD17] Tu-Dortmund. *Versuch 602: Röntgenemission und -absorption*. 1. Juni 2017. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/RoentgenAbs.pdf>.
- [wis17] wissen.science-andfun.de. *Wellenlängen und Anregungsenergien von K- und L-Absorptionskanten*. 1. Juni 2017. URL: <https://wissen.science-and-fun.de/tabellen-fur-spektroskopiker/wellenlaengen-und-anregungsenergien-von-k-und-l-absorptionskanten/>.