

V51: Der Operationsverstärker

Simon Schulte
simon.schulte@udo.edu

Tim Sedlaczek
tim.sedlaczek@udo.edu

Durchführung: 11.07.2018

Abgabe: 14.09.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

1 Theorie

In diesem Versuch werden verschiedene Schaltungen mit Hilfe des Operationsverstärkers realisiert. Zunächst wird auf die physikalischen Eigenschaften eingegangen, woraufhin verschiedene Schaltungen skizziert und schließlich realisiert werden.

1.1 Eigenschaften des Operationsverstärkers

Ein Operationsverstärker ist ein Differenzverstärker, welcher mit einem/r konstanten Betriebsstrom/-spannung gekoppelt ist. Die wichtigste elektrische Eigenschaft des Operationsverstärkers ist die Proportionalität der Ausgangsspannung U_A zur Differenz der Eingangsspannungen U_P und U_N :

$$U_A = V(U_P - U_N), \quad (1)$$

wobei V die Leerlaufverstärkung bezeichnet. Diese Beziehung gilt in einem Spannungsbereich $-U_B < U_A < U_B$, der durch die Betriebsspannung U_B bestimmt ist. Ausserhalb dieses Bereichs läuft die Ausgangsspannung in eine Sättigung.

Aus dem Zusammenhang für U_A ergibt sich, dass für eine positive Spannung bei U_N und $U_P < U_N$ die Ausgangsspannung negativ wird. Daher nennt man den negativen Eingang auch den invertierenden Eingang und den positiven Eingang auch den nicht invertierenden.

Die Grundsaltung eines Operationsverstärkers ist in Abbildung 1 dargestellt.

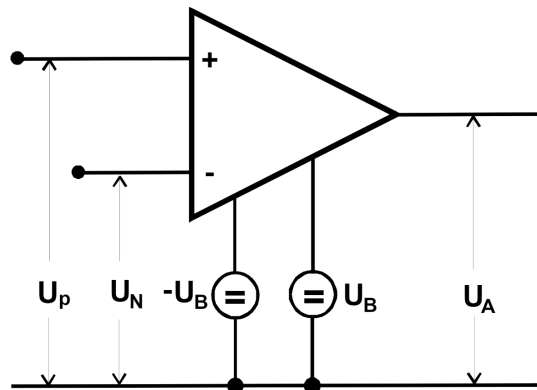


Abbildung 1: Schaltbild eines Operationsverstärkers mit Ausgangsspannung U_A und Eingangsspannungen U_P und U_N [TuD18].

Neben der meist frequenzabhängigen Leerlaufverstärkung V besitzt der Operationsverstärker weitere Kenngrößen, wie die Eingangswiderstände, $r_{e,P}$ und $r_{e,N}$, sowie einen Ausgangswiderstand r_a . Um Rechnungen zu vereinfachen gilt für einen idealen Operationsverstärker

$$V = \infty, \quad r_e = \infty, \quad r_a = 0. \quad (2)$$

Aufgrund dieser Annahmen eines idealen Operationsverstärkers lassen sich die Schaltungen mit einem Operationsverstärker relativ einfach nach Knoten- und Maschenregel

berechnen. Dabei spielt nur die äußere Beschaltung des OPVs eine Rolle.

Im Gegensatz dazu müssen zur theoretischen Beschreibung eines realen Operationsverstärkers zusätzliche Kenngrößen in Betracht gezogen werden. Die Gleichtaktverstärkung

$$V_{\text{Gl}} = \frac{\Delta U_{\text{A}}}{\Delta U_{\text{Gl}}} \quad (3)$$

berücksichtigt geringe Asymmetrien der beiden Verstärkungs Kanäle. Dabei bezeichnen ΔU_{A} die Differenz der Ausgangsspannung zu 0 und ΔU_{Gl} den Unterschied der eigentlich gleichen Eingangsspannungen. Die auf Grund endlicher Eingangswiderstände r_{e} auftretenden Eingangsströme werden mit I_{P} und I_{N} , deren Mittelwert,

$$I_{\text{B}} = \frac{1}{2} (I_{\text{P}} + I_{\text{N}}) , \quad (4)$$

als Eingangsruhestrom und die Differenz

$$I_{\text{O}} = I_{\text{P}} - I_{\text{N}} , \quad (5)$$

als Offsetstrom bezeichnet. Ähnlich zum Offsetstrom, verschwindet auch die Spannung häufig nicht. Für die Offsetspannung U_{O} gilt daher bei $U_{\text{A}} = 0$

$$U_{\text{O}} = U_{\text{P}} - U_{\text{N}} . \quad (6)$$

Sie ist abhängig von Temperatur, Zeit und Betriebsspannungen. Die totale Ableitung wird mit Offsetspannungsdrift bezeichnet.

2 Schaltungsbeispiele

Im Folgenden werden einige Schaltbeispiele für Operationsverstärker dargestellt.

2.1 Arten von Operationsverstärkern

2.1.1 Rückgekoppelter Linearverstärker

Der relativ kleine Arbeitsbereich des Operationsverstärkers ist in der Anwendung oft nicht praktikabel. Um diesen Bereich zu verbreitern, wird die Verstärkung reduziert, indem ein Teil der Ausgangsspannung auf den invertierenden Eingang gegeben wird. (Gegenkopplung). Der Anteil der zurückgeführten Spannung kann dabei mit Hilfe der Widerstände R_1 und R_{N} bestimmt werden, die in Abbildung 2 dargestellt sind.

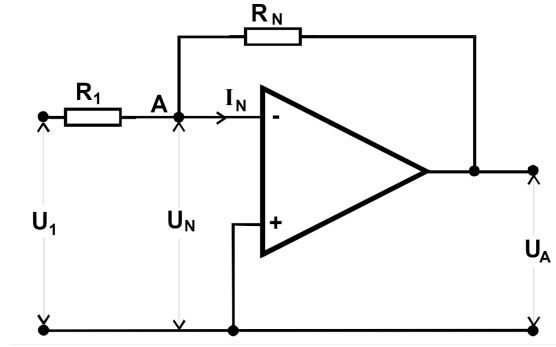


Abbildung 2: Gegengekoppelter Linearverstärker [TuD18].

Bei der Annahme eines idealen Verstärkers ergibt sich über die Kirchhoffschen Regeln ein Verstärkungsfaktor von:

$$V' = -\frac{R_N}{R_1} \quad (7)$$

Für den Fall $R_N/R_1 \ll V$ gilt dies auch für den realen OPV. Der Geringe Eingangswiderstand $r_e \approx R_1$ wirkt sich bei hochohmigen Spannungsquellen möglicherweise nachteilig auf Spannungsmessungen aus. Im nächsten Abschnitt wird daher ein Linearverstärker vorgestellt, der diesen Nachteil umgeht.

2.1.2 Elektrometerverstärker

Wie in Abbildung 3 deutlich wird, wird auch bei diesem Verstärker ein Teil der Ausgangsspannung U_A zum invertierenden Eingang zurückgeführt. Dabei sind die Widerstände R_1 und R_N auf eine andere Art und Weise verschaltet, sodass der Eingangswiderstand in der Größenordnung des Gleichakteingangswiderstandes ($r_{Gl} \approx 10 \text{ G}\Omega$) liegt, hier tritt das eventuelle Problem des zu geringen Eingangswiderstandes also nicht auf. Stattdessen kann hier ein Eingangsruhestrom I_B für Probleme sorgen, indem er am Innenwiderstand einer Spannungsquelle einen Spannungsabfall hervorruft. Die Verstärkung V' des Elektrometerverstärkers beträgt

$$V' = \frac{U_A}{U_1} = \frac{R_N + R_1}{R_1}.$$

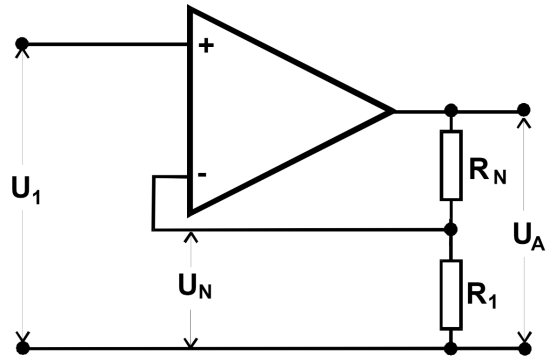


Abbildung 3: Schaltbild eines Elektrometerverstärkers [TuD18].

2.1.3 OP mit geringem Eingangswiderstand R_e (Ampèremeter)

Im Gegensatz zum grossen Eingangswiderstand R_e eines Elektrometerverstärkers lässt sich, wie in Abbildung 4 dargestellt, ein Linearverstärker mit besonders geringem Eingangswiderstand konstruieren. Somit können zum Beispiel Ströme in einem Ampèremeter gemessen werden, wobei der dazu nötige Spannungsabfall ΔU besonders gering ist.

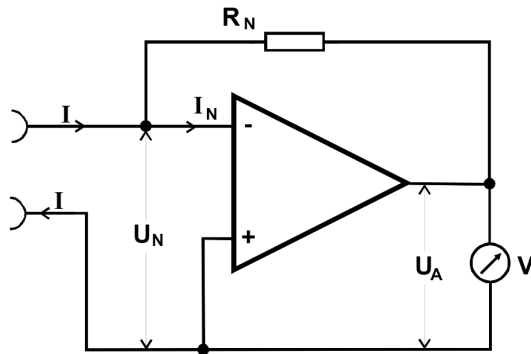


Abbildung 4: Schaltbild eines Elektrometerverstärkers [TuD18].

2.2 Umkehr-Integrator und -Differentiator

Mit Hilfe eines zusätzlichen Kondensators mit Kapazität C in der Schaltung eines Linearverstärkers lässt sich entweder ein Integrations- oder eine Differentiationsglied bauen. Für die Ausgangsspannungen $U_{A,I}$ des Integrators und $U_{A,D}$ des Differentiators gilt dann

$$U_{A,I} = -\frac{1}{RC} \int U_1(t) dt,$$

und

$$U_{A,D} = -RC \frac{dU_1}{dt}.$$

Dabei bezeichnet R den Widerstand. Integrator und Differentiator besitzen also Tief- und Hochpass Eigenschaften und unterscheiden sich nur durch die Positionen des Widerstandes und des Kondensators. Die entsprechenden Schaltungen sind in Abbildung 5 dargestellt.

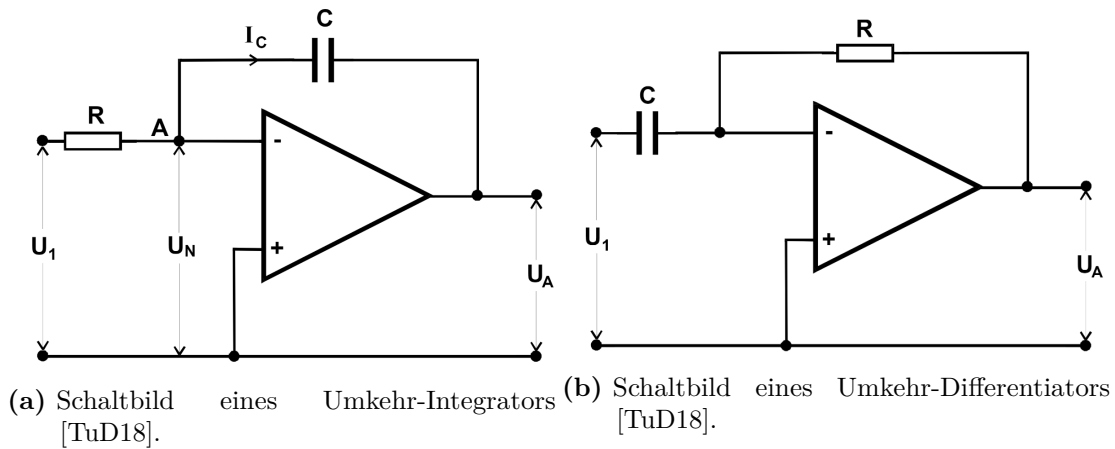


Abbildung 5: Linearverstärker mit Kondensator.

2.3 Logarithmierer und Exponentialgenerator

Neben Differential- und Integral-Operationen können auch Exponentierung und Logarithmierung mit Hilfe des Operationsverstärkers umgesetzt werden. Dabei wird statt eines Kondensators eine Diode eingebaut. Dabei gilt für die entsprechenden Ausgangssignale $U_{A,E}$ und $U_{A,L}$

$$U_{A,L} = RI_0 \exp\left(\frac{e_0}{k_B T} U_e\right),$$

und

$$U_{A,E} = \frac{k_B T}{e_0} \ln \frac{U_e}{RI_0},$$

mit der absoluten Temperatur T , der Boltzmannkonstante k_B und der Elementarladung e_0 . Abbildung 6 zeigt die Schaltungen.

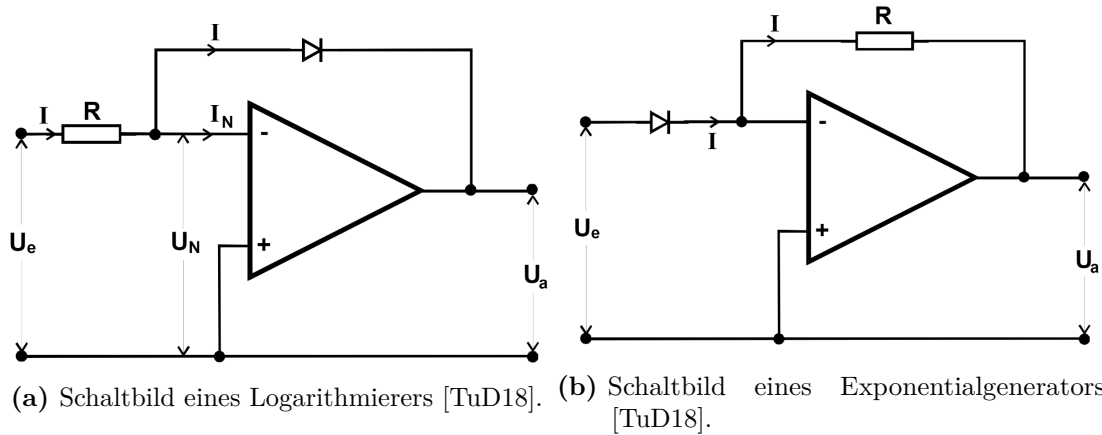


Abbildung 6: Linearverstärker mit Diode.

2.4 Schmitt-Trigger

Der Operationsverstärker kann als Schalter genutzt werden. Statt, wie bisher einen Teil der Ausgangsspannung auf invertierenden Eingang zu geben (Gegenkopplung), wird dieser Anteil auf den nicht-invertierenden Eingang gegeben (Mitkopplung). Damit wird das eigene Ausgangssignal verstärkt und der Operationsverstärker erreicht schnell die Sättigungsspannung U_B .

$$U_A = \begin{cases} +U_B & : U_1 > \frac{R_1}{R_P} U_B \\ -U_B & : U_1 < -\frac{R_1}{R_P} U_B, \end{cases} \quad (8)$$

mit der Betriebsspannung U_B . Der Schmitt-Trigger besitzt also im Gegensatz zu anderen Schaltern nicht nur eine Schaltschwelle, sondern zwei: Eine obere Einschaltchwelle und eine untere Abschaltschwelle. Mit dieser Eigenschaft eignet sich der Schmitt-Trigger besonders gut zur bereinigung von digitalen Signalen. Die entsprechende Schaltung ist in Abbildung 7 dargestellt.

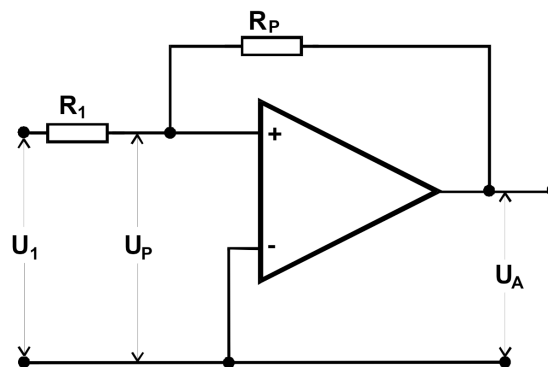


Abbildung 7: Schaltbild eines Operationsverstärkers, der als Schmitt-Trigger genutzt wird.

2.5 Signalgenerator

Schließlich können mit Hilfe eines Operationsverstärkers verschiedene Signalspannungen erzeugt werden. Dazu wird jeweils eine Mehrzahl von OPVs miteinander verschaltet.

2.5.1 Erzeugung von Dreieck- und Rechteckspannungen

Durch Kombination eines Schmitt-Triggers mit einem Integrationsglied lassen sich Dreiecks- und Rechtecksspannungen erzeugen. Damit wird die Integration genutzt, um den Schmitt-Trigger zu schalten und somit das Vorzeichen des Signals zu ändern. Je nach Ausgang der in Abbildung 8 dargestellten Schaltung erhält man die gewünschte Spannungsform.

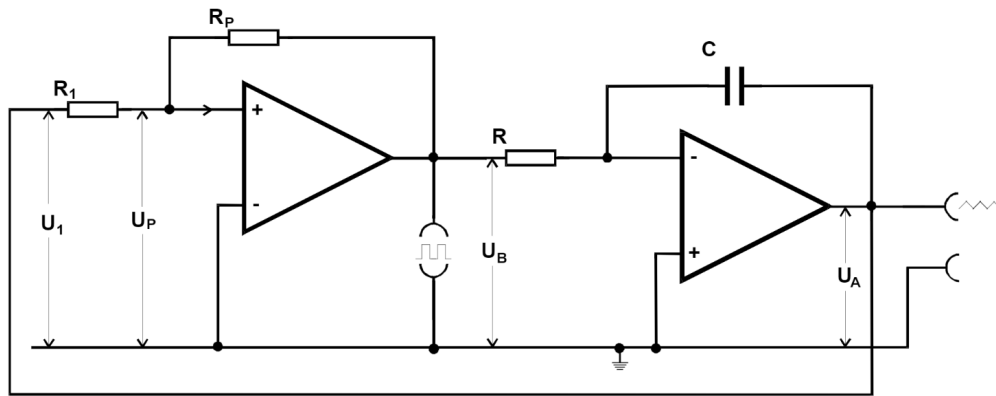


Abbildung 8: Schaltbild zur Erzeugung von Dreieck- und Rechteckspannungen: Es wird ein OP als Integrationsglied mit einem Schmitt-Trigger verschaltet [TuD18].

2.5.2 Erzeugung von Sinusschwingungen

Durch Kombination zweier Integratoren mit einem Umkehrverstärker lassen sich gedämpfte Sinusschwingungen erzeugen. Die Schaltung kann durch eine Differentialgleichung 2. Ordnung beschrieben werden und liefert die Lösung

$$U_A(t) = U_0 \exp\left(\frac{\eta t}{20RC}\right) \sin\left(\frac{t}{RC}\right). \quad (9)$$

Dabei ist $-1 < \eta < 1$ durch das Potentiometer P einzustellen. Die Schwingungsdauer beträgt dabei $T = 2\pi RC$, die Abklingzeit $\tau = 20RC/|\eta|$. Damit sollte die Amplitude für $\eta = 0$ konstant bleiben. Das Schaltbild zu einem Sinusgenerator ist in Abbildung 9 dargestellt.

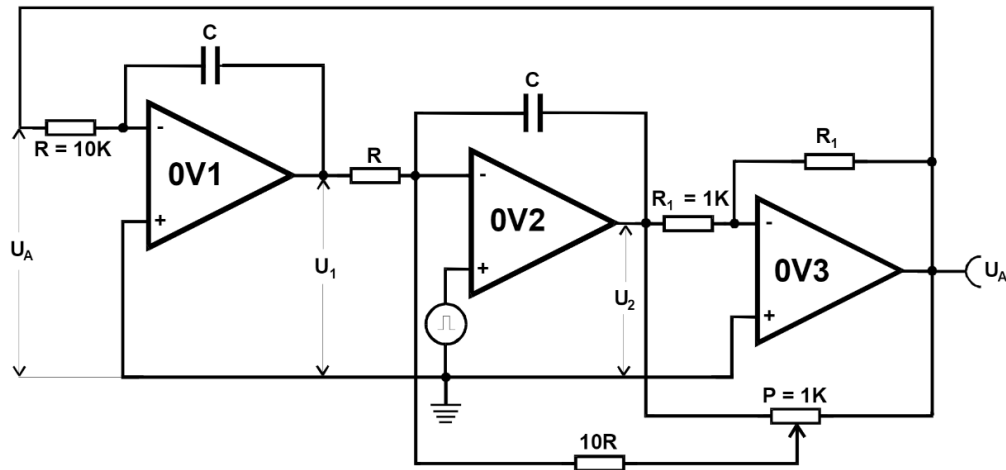


Abbildung 9: Schaltbild eines Sinusgenerators. Es werden zwei Integrationsglieder und ein Umkehrverstärker verbaut [TuD18].

3 Durchführung

Mit Hilfe der Schaltung 2 wird zunächst der Frequenzgang eines gegengekoppelten Verstärkers bei vier verschiedenen Verstärkungsgraden V' und über mehrere Zehnerpotenzen untersucht.

Als nächstes wird ein Umkehr-Integrator 5a zur Überprüfung der Beziehung $U_a \approx \frac{1}{\nu}$ (der Tiefpass Eigenschaft) aufgebaut. Außerdem werden verschiedene Signalformen eines Funktionsgenerators auf den Integrator gegeben und die Ausgangssignale an einem Oszilloskop beobachtet.

Daraufhin wird ein Umkehr-Differentiator nach Schaltung 5b verwendet und wie beim Umkehr-Integrator verfahren.

Danach wird ein Schmitt-Trigger wie in Abbildung 7 aufgebaut. Auf den Eingang wird ein Sinus-Signal gegeben. Das Ausgangssignal wird erneut an einem Oszilloskop beobachtet und die Spannungsschwelle vermessen.

Als Letztes werden gedämpfte Schwingungen untersucht. Zur Realisierung einer gedämpften Schwingung wird die Schaltung nach Abbildung 9 verwendet. Zur Erzeugung der Schwingung wird vor dem OPV 2 ein Rechteckgenerator mit eingebaut. An einem Potentiometer wird dann $\eta = -1$ für eine gedämpfte Schwingung eingestellt.

4 Auswertung

4.1 Fehlerrechnung

Für die Fehlerrechnung sowie den mathematischen Teil der Auswertung wird auf PYTHON zurückgegriffen:

Regressionen sowie deren Fehler wurden durch die NUMPY [Oli07] Funktion CURVE-FIT durchgeführt. Grafiken wurden mit MATPLOTLIB [Hun07] erstellt. Fehlerfortpflanzung wird durch die Bibliothek UNCERTAINTIES [Leb] automatisiert.

4.2 Gegengekoppelter Linearverstärker

Bei dem gegengekoppelten Linearverstärker werden die Werte aus Tabelle 2 gemessen. Die Graphen dazu sind in den Abbildungen 10 bis 13 zu sehen. Für die maximal gemessene Ausgangsspannung wird jeweils der Wert $\frac{V'}{\sqrt{2}}$ berechnet und als Konstante eingezeichnet. Die Bandbreite ist bis zu dem Schnittpunkt der beiden Kurven definiert. Die Grenzfrequenz ν'_g wird an den Graphen abgelesen bzw. mit den Messwerten abgeschätzt. Sie stehen zusammen mit den Widerstandsverhältnissen der einzelnen Schaltungen in Tabelle 1. Außerdem ist in der Tabelle das Verstärkungs-Bandbreite-Produkt aufgelistet .

Tabelle 1: Die Widerstandsverhältnisse der Schaltungen.

Schaltung	Widerstandsverhältnis	Grenzfrequenz	V-B-Produkt
1	$V' = 469 \Omega / 468 \Omega \approx 1$	$\nu'_g \approx 1150 \text{ kHz}$	$\nu'_g \cdot V' \approx 1152 \text{ kHz}$
2	$V' = 996 \Omega / 468 \Omega \approx 2$	$\nu'_g \approx 775 \text{ kHz}$	$\nu'_g \cdot V' \approx 1649 \text{ kHz}$
3	$V' = 10 \text{ k}\Omega / 468 \Omega \approx 21$	$\nu'_g \approx 112 \text{ kHz}$	$\nu'_g \cdot V' \approx 2393 \text{ kHz}$
4	$V' = 33,1 \text{ k}\Omega / 468 \Omega \approx 71$	$\nu'_g \approx 40 \text{ kHz}$	$\nu'_g \cdot V' \approx 2829 \text{ kHz}$

Tabelle 2: Die gemessenen Spannungen für den gegengekoppelten Linearverstärker.

Schaltung: 1		2		3		4	
ν in Hz	U_A in mV	ν in Hz	U_A in mV	ν in Hz	U_A in mV	ν in Hz	U_A in mV
0.4	259.5	0.4	255.5	0.4	255.5	0.4	245
16.4	259.5	20	255.5	16.4	251.5	16.4	225
32.4	259.5	40	255.5	32.4	239	32.4	183
48.35	259.5	80	254.5	48.4	230	48.4	148.5
64.35	259.5	120	248	66.4	213	64	120.5
80.3	259.5	160	251	82.4	203	80	103.5
96.3	259.5	200	243	96.4	191	96	88.5
112	259.5	240	239	112	181	112	78.5
128	258	280	234	128	167	128	72.5
144	256.5	320	234	144	155	144	64.5
160	256.5	360	223	160	146.5	160	60.5
176	256.5	400	221	176	136.5	176	55.5
192	256.5	500	211	192	128.5	192	53.5
208	256.5	550	207	208	121.5	208	48
224	255	600	200	224	116.5	224	45
240	255	650	195	240	109.5	240	44
256	255	700	187	256	104.5	256	40
272	252	750	183	272	99.5	272	39
288	252	800	177	288	94.5	288	39
304	250.5	850	170	304	90.5	304	36
320	250.5	900	165	320	88.5	320	34
336	249	950	161	336	84.5	336	32
352	249	1000	156	352	80.5	352	32
368	244.5			368	76.5	368	32
384	244.5			384	76.5	384	32
400	244.5			400	72.5	400	32
1181	182						
1750	143.5						
1930	136						
1000	195.5						
900	204.5						
800	211						
2000	133						

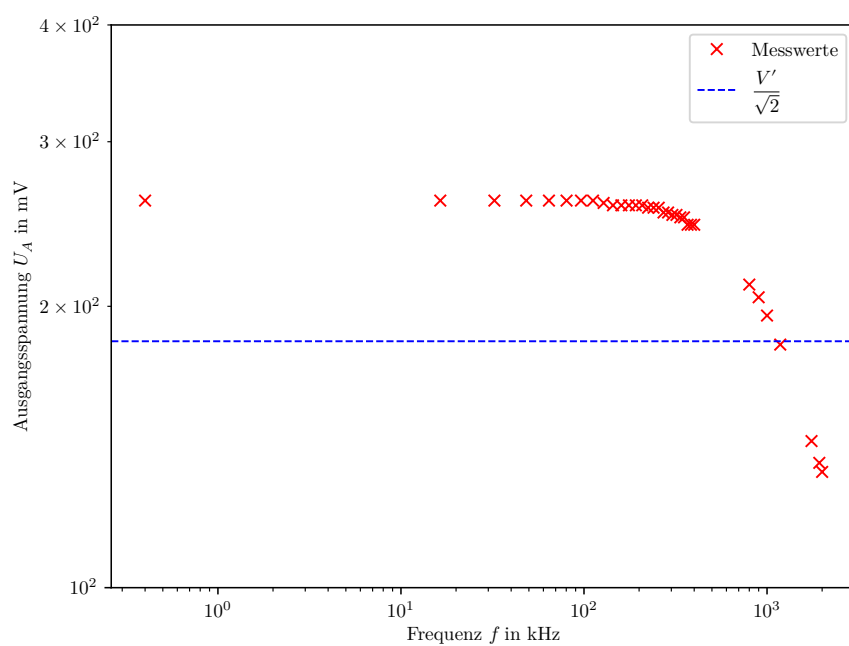


Abbildung 10: Messwerte mit Schaltung 1.

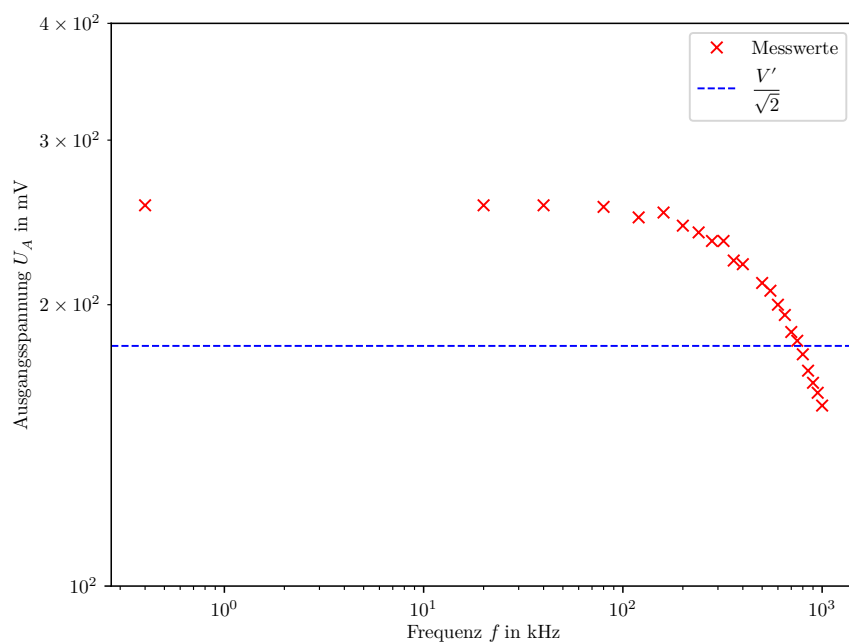


Abbildung 11: Messwerte mit Schaltung 2.

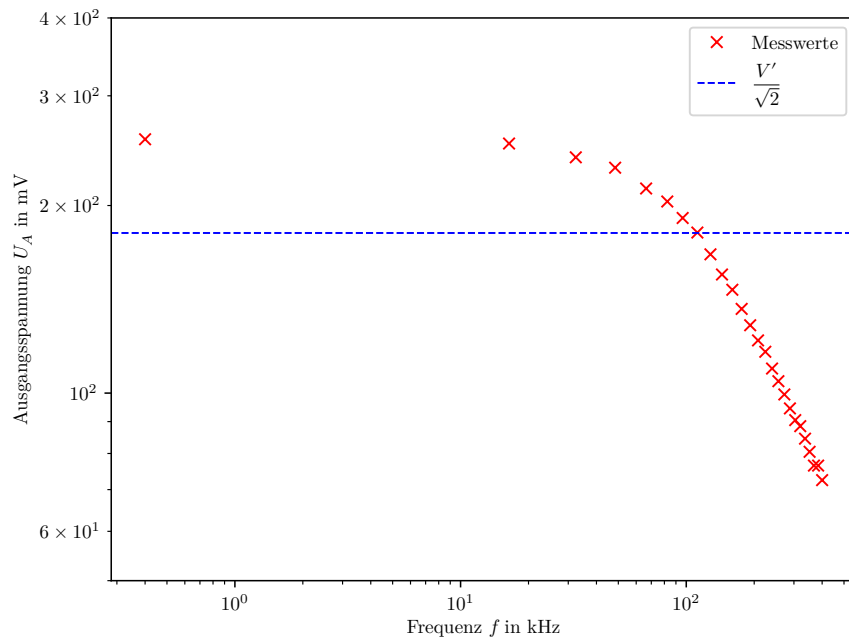


Abbildung 12: Messwerte mit Schaltung 3.

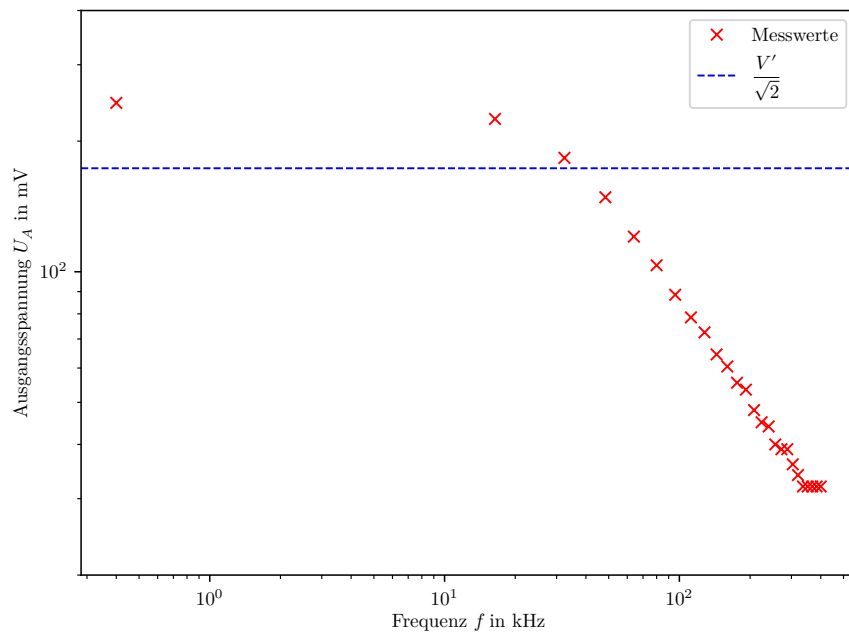


Abbildung 13: Messwerte mit Schaltung 4.

4.3 Differentiator und Integrator

Diese beiden Schaltungen haben aufgrund eines technischen Defektes nicht funktioniert. In dem Signal waren unschöne ungewollte Schwingungen zu sehen, die aussahen wie die bei einer Fouriertransformierten. Dadurch war eine Aufnahme des Frequenzverhaltens unmöglich.

4.4 Schmitt-Trigger

In Abbildung 14 ist eine Bildschirmaufnahme des Eingangs- und des Ausgangssignals des Schmitt-Triggers zu sehen. Dabei ist das grüne Signal das Eingangssignal und das gelbe Signal das Ausgangssignal.

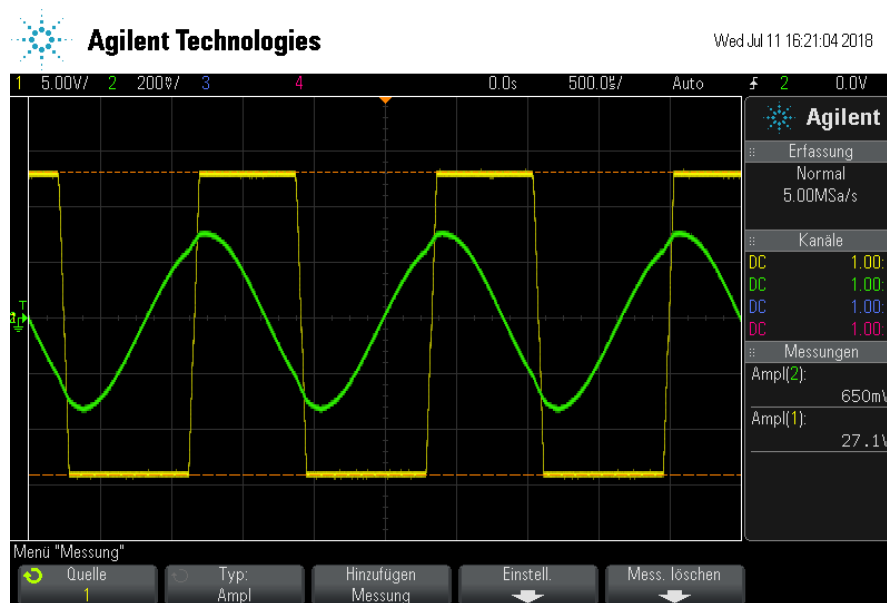


Abbildung 14: Bildschirmaufnahme Schmitt-Trigger.

Die gemessenen Scheitelspannungen sind:

$$U_{e,\text{ein}} = (278 \pm 5) \text{ mV}$$
$$U_{e,\text{aus}} = (-249 \pm 5) \text{ mV}.$$

Als Ausgangsspannung werden

$$U_B = (13,0 \pm 0,1) \text{ V}$$
$$-U_B = (-14,0 \pm 0,1) \text{ V}$$

gemessen und die verwendeten Widerstände betragen:

$$R_1 = (470 \pm 4) \Omega$$
$$R_P = (33,1 \pm 0,2) \text{ k}\Omega.$$

Mit diesen Werten ergeben sich nach den Formeln (8) theoretische Werte für die Scheitelspannungen:

$$U_{e,\text{ein}} = (199 \pm 3) \text{ V}$$

$$U_{e,\text{aus}} = (-185 \pm 2) \text{ V}.$$

4.5 Oszillator Schaltung

Für diese Schaltung war aus dem gleichen Grund, wie bei den Differentiator- und Integratorschaltungen, keine Messung möglich. Die Werte haben wir daher von dem Betreuer erhalten. Sie sind in Abbildung 15 dargestellt.

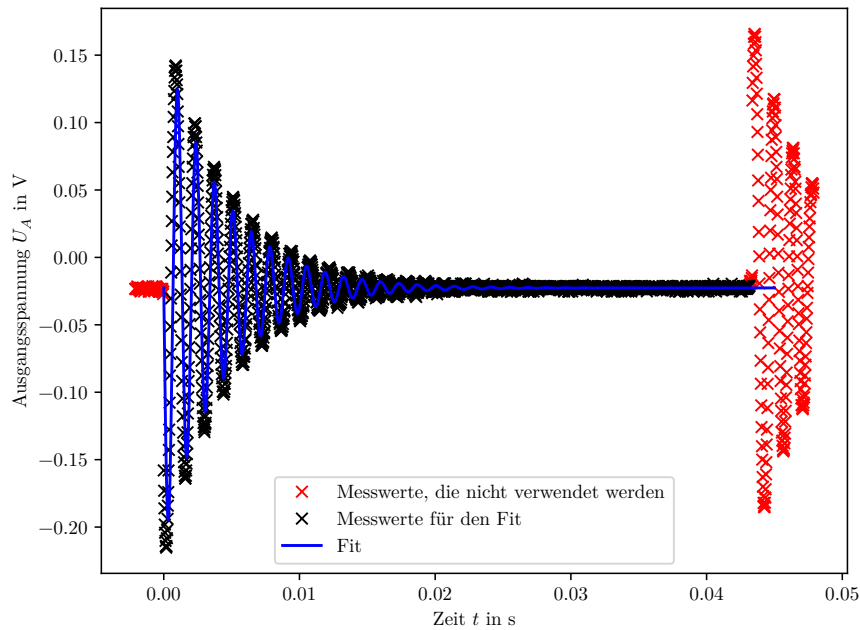


Abbildung 15: Werte und Fit zu der Oszillator Schaltung.

Es werden alle Werte aussortiert, die vor der ersten Anregung und nach der zweiten Anregung durch die Rechteckspannung liegen. Die restlichen Werte werden anschließend nach einer Funktion

$$f(t) = a \cdot \exp\left(\frac{bt}{20 \cdot c}\right) \cdot \sin\left(\frac{t}{c}\right) + d$$

gefittet. Als Startwerte für den Fit dienen dabei:

$$a = 200 \text{ mV}$$

$$b = -1$$

$$c = 224 \text{ ns}$$

$$d = -20 \text{ mV}.$$

Bei dem Fit ergeben sich folgende Parameter:

$$\begin{aligned}a &= (186 \pm 4) \text{ mV} \\b &= -1,00 \pm 0,03 \\c &= (216,5 \pm 0,2) \text{ ns} \\d &= (-22,6 \pm 0,4) \text{ mV}.\end{aligned}$$

Die verwendeten Bauteile haben die Werte:

$$\begin{aligned}R &= 9,96 \text{ k}\Omega \\C_1 &= 21,5 \text{ nF} \\C_2 &= 23,6 \text{ nF} \\10R &= 99,6 \text{ k}\Omega \\R_1 &= 996 \Omega\end{aligned}$$

Da die Werte der Kapazitäten eine etwas größere Differenz besitzen, werden diese beiden Werte gemittelt. Der Mittelwert ist: $C = (22,6 \pm 1,0) \text{ nF}$. Damit wird jetzt der Theoriewert für die Konstante c des Fits berechnet. Nach Formel (9) folgt:

$$c = R \cdot C = (225 \pm 10) \text{ ns}.$$

5 Diskussion

Auffällig ist, dass bei den gegengekoppelten Linearverstärkerschaltungen die maximale Ausgangsspannung immer gleich war und etwa der Eingangsspannung entsprach. Außerdem ist das Verstärkung-Bandbreite-Produkt nicht konstant. Das erste Problem (möglicherweise damit auch das Zweite) ließ sich am Ende dadurch lösen, dass man den Widerstand, welcher zu dem OPV parallel geschaltet wird, "direkt" in die Schaltung auf dem Entwicklerboard einbaut und nicht "indirekt" über Verkabelungen anschließt. Dadurch hat die Schmitt-Trigger Schaltung später gut funktioniert. Allerdings war die Zeit zu knapp um die ersten Messreihen zu wiederholen. Die Differentiator- und Integrator-schaltungen haben leider aus genannten Gründen nicht funktioniert. Der Schmitt-Trigger hat gut funktioniert und seine Aufgabe erfüllt. Die Scheitelspannungen liegen allerdings etwas höher als erwartet. Eventuell sind dafür die unter der idealen Annahme vernachlässigten Eigenschaften eines realen OPVs verantwortlich oder es hing ebenfalls mit dem defekten Entwicklerboard zusammen. Die Daten zu der Oszillatorschaltung verhalten sich weitestgehend wie erwartet. Bei dem Fit ergeben sich sinnvolle Werte, die mit den Theoriewerten übereinstimmen.

Literatur

- [Hun07] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [JOP+] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u.a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [Leb] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [Oli07] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [TuD18] Tu-Dortmund. *Versuch 51: Schaltungen mit Operationsverstärkern*. 10. Sep. 2018. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V51.pdf>.