

# **V503: Der Millikan-Öltröpfchenversuch**

Simon Schulte  
simon.schulte@udo.edu

Tim Sedlaczek  
tim.sedlaczek@udo.edu

Durchführung: 16.05.2017

Abgabe: 23.05.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>1</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>1</b>
<b>3 Durchführung</b>	<b>2</b>
3.1 Versuchsaufbau . . . . .	2
3.2 Versuchsablauf . . . . .	3
<b>4 Auswertung</b>	<b>4</b>
4.1 Bestimmung der Tröpfchenladung $q$ . . . . .	4
4.2 Bestimmung der Avogadro-Konstante . . . . .	8
<b>5 Diskussion</b>	<b>10</b>
<b>Literatur</b>	<b>10</b>

## 1 Zielsetzung

Bei dem Millikan-Öltröpfchenversuch wird anhand der Bewegungen eines geladenen Öltröpfchens im Feld eines Plattenkondensators die Elementarladung bestimmt.

Bei dem regulären Verfahren wird dazu die Geschwindigkeit des Tröpfchens, für einen abgeschalteten Kondensator und für die zwei verschiedenen Möglichkeiten der Polarisierung des Kondensators, bei bekannten Spannungen gemessen. Hier wird jedoch ein leicht verändertes Verfahren verwendet.

## 2 Theorie

Beim einsprühen des Öls in die Apparatur werden die Öltröpfchen durch Reibung geladen. Zwischen den Kondensatorplatten erfahren sie dann mehrere Kräfte:

Die Gewichtskraft

$$\vec{F}_g = m \cdot \vec{g}, \quad (1)$$

die Stokesche Reibung

$$\vec{F}_R = -6\pi r \eta_L \vec{v} \quad (2)$$

und, bei eingeschaltetem Kondensator, die elektrische Kraft

$$\vec{F}_{el} = q \cdot \vec{E}. \quad (3)$$

$g$  ist dabei die Schwerebeschleunigung,  $r$  der Radius des Tröpfchens,  $\eta_L$  die Viskosität der Luft und  $E$  die elektrische Feldstärke im Kondensator.

Bei einem Kräftegleichgewicht bewegen sich die Tröpfchen mit konstanter Geschwindigkeit  $v$ . Zunächst wird das Gleichgewicht bei abgeschaltetem Kondensator betrachtet. Dabei sind die Gewichtskraft und die Stokesche Reibung betragsweise gleich groß. Durch umschreiben der Masse  $m$  in ein Produkt aus Dichte  $\rho$  und Volumen  $\frac{4\pi}{3}r^3$  folgt:

$$\frac{4\pi}{3}r^3\rho g = 6\pi\eta_L r v_0. \quad (4)$$

Daraus folgt der Tröpfchenradius

$$r = \sqrt{\frac{9\eta_L v_0}{2g\rho}}. \quad (5)$$

Zur Bestimmung der Ladung wird der Kondensator eingeschaltet und eine ausreichend große Spannung angelegt, sodass das Tröpfchen in der Luft schwebt. In diesem Fall sind die elektrische Kraft und die Gewichtskraft im Gleichgewicht:

$$\frac{4\pi}{3}r^3\rho g = q \cdot E = q \cdot \frac{U}{d} \quad (6)$$

Daraus folgt die Ladung des Tröpfchens

$$q = \frac{4\pi}{3}r^3\rho g \frac{d}{U} \quad (7)$$

Da die Stokesche Reibung so wie sie bisher verwendet wurde nur für Tröpfchen gilt, die größer sind als die mittlere freie Weglänge in Luft, muss die Viskosität der Luft korrigiert werden:

$$\eta_{eff} = \eta_L \left( \frac{1}{1 + \frac{B}{pr}} \right). \quad (8)$$

Hierbei ist  $B = 6,17 \cdot 10^{-3}$  Torr cm und  $p$  der Luftdruck. Daraus ergibt sich die korrigierte Ladung

$$q_{Korr} = q_0 \left( 1 + \frac{B}{pr} \right)^{-\frac{3}{2}}. \quad (9)$$

### 3 Durchführung

#### 3.1 Versuchsaufbau



Abbildung 1: Der Versuchsaufbau. [TuD17]

In Abbildung 1 ist der Aufbau der Apparatur für den Millikanversuch dargestellt. An den Buchsen 1 und 2 kann die tatsächlich am Kondensator anliegende Spannung und der thermische/elektrische Widerstand der Luft gemessen werden. Über den Widerstand wird dann während des Versuchs die Temperatur im Innern des Kondensators bestimmt. Für den Fall, dass die Öltröpfchen nicht hinreichend geladen sein sollten, ist ein Alphastrahler in die Apparatur integriert. Dieser ist von der Kammer abgeschirmt. Um die Abschirmung kurzzeitig zu entfernen kann der Hebel 4 in die "On" Stellung gelegt werden. Mit dem Mikroskop wird das Innere der Kammer aufgenommen und auf einem Bildschirm angezeigt. Das Bild kann an dem Mikroskop auf die Tröpfchenebene und auf die Skala fokussiert werden. Damit die Tröpfchen nicht seitlich abdriften muss

die Apparatur möglichst gerade ausgerichtet sein. Die Libelle 9 zeigt dabei die Neigung an.

### **3.2 Versuchsablauf**

Zu Beginn der Messung wird an der Oberseite, der Millikan Kammer, Öl zerstäubt. An dem Bildschirm können dann die Tröpfchen beobachtet werden.

Für die Messung wird ein relativ langsames Tröpfchen gewählt. Durch einschalten des Kondensators wird geprüft ob das Tröpfchen geladen ist. Wenn sich ein Tröpfchen entsprechend für die Messung eignet wird die Zeit gestoppt, die es bei abgeschaltetem Kondensator benötigt, um 0,5 mm zurückzulegen. Anschließend wird mit dem Generator eine Spannung eingestellt, die so groß ist, dass das Tröpfchen in der Luft ruht. Die eingestellte Spannung wird dann zusammen mit der aktuellen Temperatur in der Kammer notiert.

Wenn keine passenden Tröpfchen auf dem Bild zu sehen sind kann durch Pusten dafür gesorgt werden, dass neue Öltröpfchen vor das Mikroskop gelangen. Sollte dies nicht weiter helfen wird neues Öl in der Kammer zerstäubt. Die Messung der Fallzeit, der Spannung und der Temperatur wird für 25 Tröpfchen durchgeführt.

## 4 Auswertung

Die in der Auswertung verwendeten Mittelwerte mehrfach gemessener Größen sind gemäß der Gleichung

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (10)$$

bestimmt. Die Standardabweichung des Mittelwertes ergibt sich dabei zu

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (11)$$

Resultiert eine Größe über eine Gleichung aus zwei oder mehr anderen fehlerbehafteten Größen, so berechnet sich der Gesamtfehler nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung zu

$$\Delta f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n\right)^2}. \quad (12)$$

Alle in der Auswertung angegebenen Größen sind stets auf die erste signifikante Stelle des Fehlers gerundet. Setzt sich eine Größe über mehrere Schritte aus anderen Größen zusammen, so wird erst am Ende gerundet, um Fehler zu vermeiden. Zur Auswertung wird das Programm Python verwendet.

### 4.1 Bestimmung der Tröpfchenladung $q$

Zur Bestimmung der Elementarladung  $e_0$  werden insgesamt 25 Tröpfchen beobachtet. Die Tabelle 1 zeigt die aufgenommenen Messwerte. Die in den jeweiligen Zeiten zurückgelegte Strecke beträgt jeweils 0,5 mm. Es wird die Zeit  $t_0$ , aus der sich die Geschwindigkeit  $v_0$  ergibt, die Temperatur  $T$ , die sich aus dem Thermowiderstand ergibt und die Spannung, bei der sich das jeweilige Tröpfchen nicht mehr bewegt hat, angegeben.

**Tabelle 1:** Die Messwerte der 25 Tröpfchen.

Nr.	$t_0$ [s]	$U$ [V]	$T$ [°C]
1	37.724	17.6	26
2	14.577	55.5	26
3	16.949	26.3	27
4	18.593	27.2	27
5	26.293	157.6	28
6	11.280	225.0	29
7	27.460	127.0	29
8	17.560	180.0	29.5
9	48.204	16.0	30
10	11.264	50.0	30
11	16.524	81.0	30
12	22.679	72.0	30.5
13	24.099	69.0	31
14	30.833	92.0	31
15	14.606	102.0	31
16	40.480	57.0	31.5
17	33.192	49.0	31.5
18	21.125	84.0	32
19	13.440	179.0	32
20	12.866	144.0	32
21	12.301	121.0	32
22	12.633	153.0	32
23	16.055	77.0	32
24	13.559	88.0	32
25	15.533	183.0	32

Nun werden mit Hilfe der Gleichungen (7) und (5), Radius und Ladung der Tröpfchen ermittelt. Zur Bestimmung der temperaturabhängigen Viskosität  $\eta_L$  von Luft, die im relevanten Temperaturbereich zwischen 26 °C und 32 °C annähernd linear verläuft, werden die Werte aus dem in [TuD17] gegebenen Graphen abgelesen. Die Bestimmung der Temperatur aus dem gemessenen Thermistorwiderstand der Apparatur erfolgt mit Hilfe einer Widerstandstabelle, die sich auf einem der Versuchsgeräte befand. Tabelle 2 listet die Radien und Ladungen der Tröpfchen auf. Bei der angegebenen Ladung  $q_k$  handelt es sich um die nach Cunningham korrigierte Ladung. Der Zusammenhang zwischen korrigierter Ladung  $q_k$  erfolgt aus den Gleichungen (8) und (9).

**Tabelle 2:** Ergebnisse der Berechnung zur Bestimmung der Ladung eines Öltröpfchens.

Nr.	$\eta_L$	$r$	$q$	$\Delta q$	$q_k$	$\Delta q_k$
	$[10^{-5} \text{ N s/m}^2]$	$[10^{-7} \text{ m}]$	$[10^{-19} \text{ C}]$	$[10^{-22} \text{ C}]$	$[10^{-19} \text{ C}]$	$[10^{-22} \text{ C}]$
1	1,853	3,56	7,15	4,78	5,26	3,52
2	1,853	5,73	9,44	6,32	7,74	5,18
3	1,858	5,32	15,9	10,7	12,9	8,63
4	1,858	5,08	13,4	8,98	10,8	7,20
5	1,862	4,28	1,38	0,92	1,07	0,71
6	1,867	6,54	3,46	2,31	2,90	1,94
7	1,867	4,19	1,61	1,08	1,24	0,83
8	1,869	5,24	2,23	1,49	1,80	1,20
9	1,872	3,17	5,53	3,70	3,93	2,63
10	1,872	6,56	15,6	10,5	13,2	8,80
11	1,872	5,41	5,44	3,64	4,42	2,95
12	1,874	4,62	3,81	2,55	2,99	2,00
13	1,876	4,48	3,64	2,43	2,84	1,90
14	1,876	3,96	1,88	1,26	1,43	0,95
15	1,876	5,76	5,21	3,49	4,28	2,87
16	1,878	3,46	2,02	1,36	1,48	1,00
17	1,878	3,82	3,17	2,12	2,38	1,59
18	1,881	4,80	3,65	2,45	2,89	1,94
19	1,881	6,02	3,38	2,26	2,80	1,87
20	1,881	6,15	4,48	3,00	3,73	2,49
21	1,881	6,29	5,71	3,82	4,76	3,19
22	1,881	6,20	4,34	2,90	3,61	2,42
23	1,881	5,50	6,02	4,03	4,90	3,28
24	1,881	5,99	6,79	4,54	5,61	3,75
25	1,881	6,00	2,66	1,78	2,17	1,45



Ein Blick auf die errechneten Werte für  $q_k$  und  $q$  zeigt, dass diese zum größten Teil von einer ganzen Zahl abweichen. Da solche Werte für die weitere Auswertung nicht zu gebrauchen sind, werden im Folgenden nur die Werte verwendet, die einen relativen Fehler  $\leq 20\%$  haben. Damit scheiden alle Tröpfchen außer 2, 3, 5, 6, 7, 14, 17, 19, und 20 aus. 3 zeigt die einzelnen Elementarladungen dieser Tröpfchen und die Faktoren, durch die jeweils geteilt werden musste.

**Tabelle 3:** Faktoren und daraus resultierende Elementarladungen.

Nr.	Faktor für $q$	$e$	Faktor für $q_k$	$e_k$
		$[10^{-19} \text{ C}]$		$[10^{-19} \text{ C}]$
2	6	1,57	5	1,55
3	10	1,60	8	1,61
5	1	1,38	1	1,07
6	2	1,73	2	1,45
7	1	1,61	1	1,24
14	1	1,89	1	1,43
17	2	1,60	1	2,38
19	2	1,69	2	1,40
20	3	1,50	2	1,86

Jetzt geht es nun darum, aus den übrigen Ladungen per Mittelwert die Elementarladung  $\epsilon_0$  zu bestimmen.

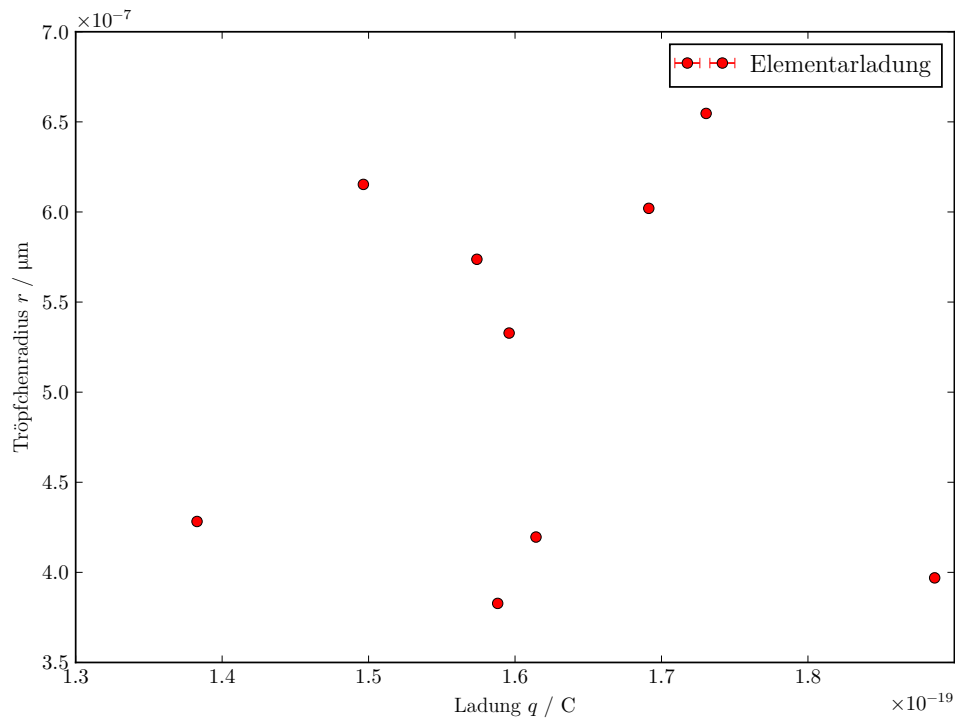
Der Theorie nach sollten sich die Messpunkte in diskreten, horizontal gelegenen Abschnitten ("Balken") aufhalten, da es nur möglich ist die Elementarladung oder ganzzahlige Vielfache dieser zu messen. Eine kontinuierliche Verteilung der Messwerte widerspräche der Theorie. Daher werden in Abbildung 2 die gültigen Messpunkte des durchgeführten Versuchs aufgetragen. Das Problem ist nur, dass keine "Balken" zu erkennen sind.

Aufgrund der Tatsache, dass die Ladung quantisiert ist und nur als Vielfache der Elementarladung  $\epsilon_0$  auftreten kann, werden nun die in 2 stehenden Ladungen durch die Elementarladung geteilt. Hierzu wird die in SciPy enthaltene Elementarladung verwendet. Als Mittel der betrachteten Tröpfchen ergibt sich dann für die nicht korrigierten Ladungen ein Wert von

$$\epsilon_0 = (1,62 \pm 0,05) \cdot 10^{-19} \text{ C}. \quad (13)$$

Dieser Wert liegt sehr nah am Literaturwert  $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  [ler17]. Abbildung 3 zeigt nun die Punkte der korrigierten Ladung, die ebenso wie die errechneten nicht korrigierten Ladungen keine Balken darstellen. Für die Elementarladung der korrigierten Ladungen ergibt sich analog wie zuvor eine Elementarladung von

$$\epsilon_0 = (1,55 \pm 0,12) \cdot 10^{-19} \text{ C}. \quad (14)$$



**Abbildung 2:** Darstellung der unkorrigierten Ladungen der untersuchten Tröpfchen in Abhängigkeit des Tröpfchenradius.

Auch dieser Wert liegt nah am Literaturwert.

## 4.2 Bestimmung der Avogadro-Konstante

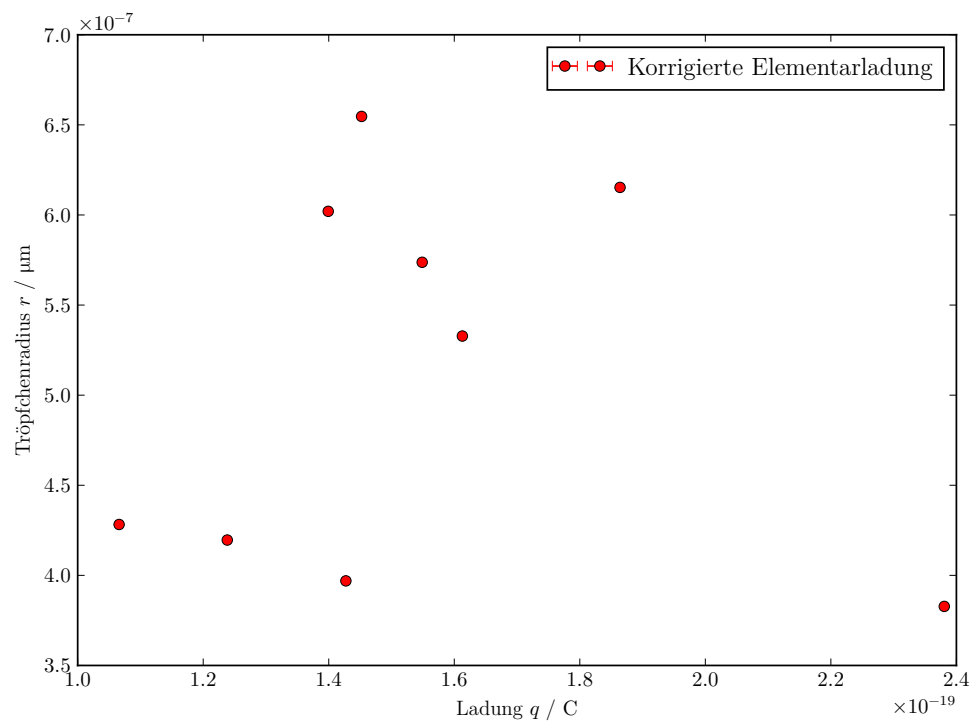
In einem letzten Schritt soll noch von der errechneten Elementarladung mit Hilfe der Faraday-Konstante auf die Avogadro-Konstante geschlossen werden. Die benötigte Faraday-Konstante hat den Wert  $F = 96\,485,337 \text{ C/mol}$  [che17b] und ist die Ladung eines Mols einfach geladener Ionen. Dividiert durch die Elementarladung  $e_0$  ergibt sich die Anzahl an Teilchen in einem Mol: die Avogadro-Konstante  $N_A$ . Es folgt für die nicht korrigierte Elementarladung

$$N_A = \frac{F}{e} = \frac{96\,485,337 \text{ C/mol}}{1,62 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 5,96 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}. \quad (15)$$

Damit liegt verständlicherweise auch dieser errechnete Wert nah am bekannten Literaturwert von  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}/\text{mol}$  [che17a].

Für die korrigierte Elementarladung folgt

$$N_A = \frac{F}{e} = \frac{96\,485,337 \text{ C/mol}}{1,55 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 6,22 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}. \quad (16)$$



**Abbildung 3:** Darstellung der korrigierten Ladung der untersuchten Tröpfchen in Abhängigkeit des Tröpfchenradius mit eingezeichneten Vielfachen der errechneten Elementarladung.

Auch dieser Wert für die Avogadro-Konstante liegt nahe am Literaturwert.

## 5 Diskussion

Der Versuch erweist sich in der Durchführung als schwierig. Messungen können häufig nicht zu Ende geführt werden oder müssen gar ganz verworfen werden. Der dadurch entstehende Mehraufwand an Zeit ist groß. Außerdem konnten lediglich 10 der 25 gemessenen Tröpfchen berücksichtigt werden, wenn man alle Tröpfchen mit einem relativen Fehler  $\leq 20\%$  betrachtet. Es ergibt sich damit ein Wert mit einer relativen Abweichung von ca.  $1,2\%$ , für die nicht korrigierte Ladung, und eine relative Abweichung von ca.  $1\%$ , für die korrigierte Ladung, vom Literaturwert. Die gut errechnete Elementarladung führt dann auch zu einer Avogadro-Konstante, die nahe am Literaturwert liegt. Insgesamt sind die Ergebnisse mit einer Abweichung von jeweils etwa  $1\%$  vom jeweiligen Literaturwert sehr gut.

## Literatur

- [che17a] chemie.de. *Avogadro-Konstante*. 23. Mai 2017. URL: <http://www.chemie.de/lexikon/Avogadro-Konstante.html>.
- [che17b] chemie.de. *Faraday-Konstante*. 23. Mai 2017. URL: <http://www.chemie.de/lexikon/Faraday-Konstante.html>.
- [ler17] lernhilfe.de. *Elementarladung*. 23. Mai 2017. URL: <https://www.lernhelfer.de/schuelerlexikon/physik/artikel/elementarladung>.
- [spe17] spektrum.de. *Normaldruck*. 23. Mai 2017. URL: <http://www.spektrum.de/lexikon/physik/normaldruck/10415>.
- [TuD17] Tu-Dortmund. *Versuch 503: Der Millikan-Öltröpfchenversuch*. 23. Mai 2017. URL: <http://129.217.224.2/HOME PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/Millikan.pdf>.