V47: Molwärme von Kupfer

Simon Schulte
simon.schulte@udo.edu

Tim Sedlaczek
tim.sedlaczek@udo.edu

Durchführung: 23.04.2018
Abgabe: 27.04.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

1 Theorie

Ziel des Versuchs ist die Untersuchung der Temperaturabhängigkeit der Molwärme C_V von Kupfer, sowie die Bestimmung der materialspezifischen Größe θ_D. Dazu wird die Molwärme bei verschiedenen Temperaturen gemessen und mit der Theorie verglichen. Dabei ergeben sich drei verschiedene theoretische Modelle.

1.1 Die klassische Theorie der Molwärme

Betrachtet man das System des Festkörpers innerhalb der klassischen Physik, so verteilt sich die Wärmenergie, die einem Festkörper zugeführt wird, gleichmäßig auf alle drei Freiheitsgrade des Atoms. Pro Freiheitsgrad besitzt jedes Atom im Mittel die Energie $\frac{1}{2}k_\mathrm{B}T$, sodass sich für alle Feiheitsgrade und die beiden Energieformen eine mittlere Energie von

$$\langle E\rangle = 2\cdot 3\cdot \frac{1}{2}k_\mathrm{B}T \tag{1}$$

pro Atom ergibt. Dabei ist k_B die Bolzmann-Konstante und T die Temperatur. Für ein Mol an Atomen im Festkörper ergibt sich über die passende thermodynamische Relation die material- und temperaturunabhängige Größe C zu:

$$C_\mathrm{V} = \left(\frac{\partial}{\partial T}U\cdot N_\mathrm{L}\right)_\mathrm{V} = 3R \tag{2}$$

Experimentelle Erfahrungen zeigen allerdings sehr wohl eine Material- und Temperaturabhängigkeit. Der Wert $3R$ gilt nur für sehr hohe Temperaturen als gute Näherung.

1.2 Die Theorie nach Einstein

Das Modell nach Einstein berücksichtigt die Quantelung der Schwingungsenergie. So wird hier angenommen, dass Energie zwischen den einzelnen Atomen im Festkörper nur in Vielfachen von $\hbar\omega$ ausgetauscht werden kann. ω ist dabei die als einheitlich angenommene bei den Schwingern im Kristall vorliegende Frequenz. Die Wahrscheinlichkeit, dass nun ein Oszillator bei gegebener Temperatur T im Gleichgewicht mit der Umgebung die Energie $n\hbar\omega$ besitzt, folgt dabei der Boltzmann-Verteilung:

$$W(n) = e^{-\frac{n\hbar\omega}{k_\mathrm{B}T}}. \tag{3}$$

Die Summation über alle Energien gewichtet mit ihrer Wahrscheinlichkeit ergibt eine mittlere Energie pro Atom von:

$$U_\mathrm{Einstein} = \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/k_\mathrm{B}T}-1}. \tag{4}$$

Diese liegt unterhalb der klassisch vorhergesagten Energie. Damit ergibt sich für die Molwärme:

$$C_\mathrm{V} = 3R\frac{1}{T^2}\frac{\hbar^2\omega^2}{k_\mathrm{B}^2}\frac{e^{\frac{\hbar\omega}{k_\mathrm{B}T}}}{(e^{\frac{\hbar\omega}{k_\mathrm{B}T}}-1)^2}. \tag{5}$$

Allerdings weicht vor allem der Verlauf im Bereich tiefer Temperaturen stark ab vom Verlauf der experimentellen Kurve.

1.3 Die Theorie nach Debye

Die Abweichung der Einsteintheorie im Bereich tiefer Temperaturen lässt sich dadurch erklären, dass dort von einer singulären Frequenz ausgegangen wird. Das Modell nach Debye berücksichtigt nun, dass die Frequenzen der Eigenschwingungen der Atome im Festkörper nicht mehr einheitlich sind, sondern nach einer sogenannten Spektralverteilung $Z(\omega)$ verteilt sind. Das Modell berücksichtigt allerdings nicht die Frequenz- sowie die Richtungsabhängigkeit der Phasengeschwindigkeit einer elastischen Welle im Kristall und die Rolle der Leitungselektronen, welche allerdings erst bei sehr niedrigen Temperaturen nennenswert wird. Ein Kristall von endlichen Ausmessungen aus N_L Atomen besitzt nur $3N_\mathrm{L}$ viele verschiedene Schwingungsfrequenzen. Daher muss das Integral über die Spektralverteilung auf diesen Wert konvergieren. Dies ist nur möglich, wenn es eine endliche Grenzfrequenz ω_D gibt. Es gilt also:

$$\int_0^{\omega_\mathrm{D}} Z(\omega) d\omega = 3N_\mathrm{L}. \tag{6}$$

Aus

$$\omega_D^3 = \frac{18\pi^2 N_L}{L^3} \frac{1}{\frac{1}{{v_l}^3} + \frac{2}{{v_{tr}}^3}} \tag{7}$$

folgt

$$Z(\omega)\mathrm{d}\omega = \frac{9N_L}{{\omega_D}^3}\,\omega^2 \mathrm{d}\omega$$

und daraus

$$C_\mathrm{VDe} = 9R\left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^4\,\mathrm{e}^x}{(\mathrm{e}^x - 1)^2}\,\mathrm{d}x. \tag{8}$$

Dabei ist θ_D die Debye-Temperatur, welche materialabhängig ist. Aus (8) wird ersichtlich, dass für die Grenzfälle kleiner und großer Temperaturen

$$\lim_{T\to\infty} C_\mathrm{VDe} = 3R \tag{9}$$

$$\lim_{T\to 0} C_\mathrm{VDe} \propto T^3 \tag{10}$$

gilt. Die T^3-Abhängigkeit beschreibt den Grenzfall kleiner Temperaturen besser als das Einstein-Modell, ist aber aufgrund der getroffenen Annahme immer noch eine Näherung. Auch die Leitungselektronen tragen zur Molwärme bei, allerdings ist ihr Beitrag erst bei tiefen Temperaturen relevant und proportional zu T.

2 Durchführung

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 1 dargestellt. Die zu untersuchende Kupferprobe befindet sich dabei in einem Zylinder innerhalb des Rezipienten und ist von einem Dewar-Gefäß zur Wärmeisolation umgeben. Damit verbunden sind die Pt-100 Widerstände zur Temperaturmessung, sowie eine Heizwicklung für die Probe und eine für den Kupferzylinder. Zur Vorbereitung der Messung wird zunächst der Rezipient über das Ventil zur Vakuumpumpe evakuiert und mit Helium gefüllt. Helium dient dabei als Medium für den Wärmeaustausch. Das gesamte Innere des Dewar-Gefäßes kann dann durch Befüllen mit flüssigem Stickstoff auf etwa 80 K abgekühlt werden. Nachdem eine Abkühlung auf diesen Temperaturbereich erfolgt ist, wird der Rezipient erneut evakuiert und mit der Messung begonnen. Danach wird die Probe in 7 °C-Schritten erwärmt. Es werden immer die benötigte Zeitdauer, die Änderung der Temperatur des Zylinders und der Probe, die Heizspannung und der Heizstrom aufgenommen. Um Wärmestrahlung zu vermeiden werden außerdem der Zylinder und die Probe auf möglichst der gleichen Temperatur gehalten. Es werden Werte bis ca. 300 K aufgenommen.

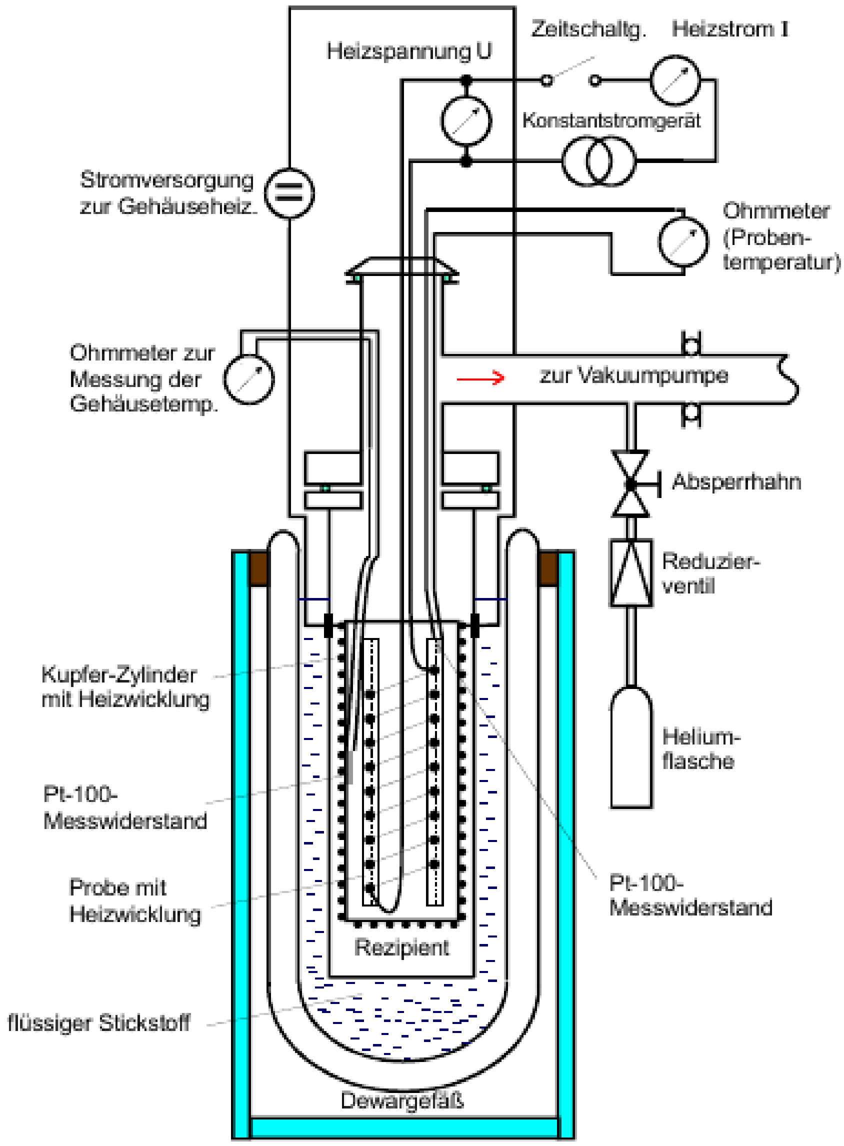

Abbildung 1: Schematischer Aufbau der verwendeten Messapparatur.[**V47**]