

V355: Gekoppelte Schwingkreise

Simon Schulte
simon.schulte@udo.edu

Tim Sedlaczek
tim.sedlaczek@udo.edu

Durchführung: 31.1.2017

Abgabe: 07.02.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
2	Durchführung	5
2.1	Versuchsaufbau	5
2.2	Versuchsdurchführung	6
3	Auswertung	8

1 Theorie

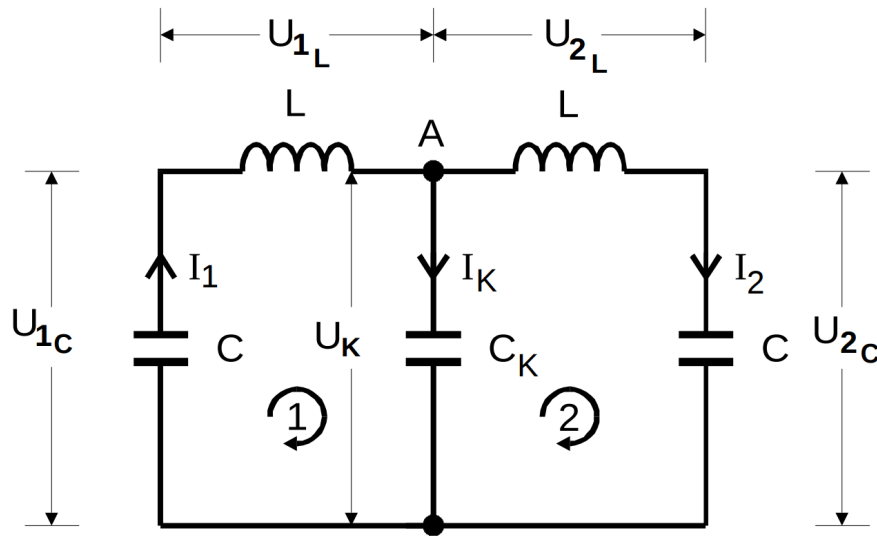


Abbildung 1: Der Versuchsaufbau von zwei gekoppelten Schwingkreisen [anleitung].

In diesem Versuch werden gekoppelte Schwingkreise im Hinblick auf Energietausch und auf ihre Fundamentalschwingungen untersucht. In Abbildung 1 zu sehen ist das Schaltbild zweier kapazitiv gekoppelter Schwingkreise. In diesem Schaltkreis werden Induktivitäten L und Kapazitäten C verwendet. C_K charakterisiert dabei den Kopplungskondensator. Mit Hilfe der Kirchhofschen Regeln lassen sich dann 2 Schwingungsgleichungen aufstellen. Die Maschenregel ist in der Abbildung visualisiert für die beiden Maschen 1 und 2. Die beiden Schwingungsgleichungen lauten:

$$L \frac{d^2 I_1}{dt^2} + \frac{1}{C} I_1 + \frac{1}{C_K} (I_1 - I_2) = 0 \quad (1)$$

$$L \frac{d^2 I_2}{dt^2} + \frac{1}{C} I_2 - \frac{1}{C_K} (I_1 - I_2) = 0. \quad (2)$$

Wenn man Gleichung (1) und Gleichung (2) subtrahiert folgt:

$$L \frac{d^2}{dt^2} (I_1 + I_2) + \frac{1}{C} (I_1 + I_2) = 0 \quad (3)$$

$$L \frac{d^2}{dt^2} (I_1 - I_2) + \left(\frac{1}{C} + \frac{2}{C_K} \right) (I_1 - I_2) = 0. \quad (4)$$

Die Subtraktion wird durchgeführt, damit die beiden Differentialgleichungen nicht mehr voneinander abhängig sind. Nun ist es möglich beide unabhängig voneinander zu lösen. Als Lösung für Gleichung 3 folgt eine harmonische Schwingung, welche als gleichphasig bezeichnet wird. Beide Schwingkreise schwingen dabei so, als wäre keine Kopplung

vorhanden. Es verhält sich dann als zwei Schwingkreise, die mit gleicher Amplitude und Phase anfangen zu oszillieren. Die Schwingungsfrequenz dieser ist definiert durch:

$$\nu_+ = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (5)$$

Bei einer gegenphasigen Schwingung beginnt die Oszillation mit gleicher Amplitude und einer entgegengesetzten Phase. Die Schwingungsfrequenz dieser ist definiert durch:

$$\nu_- = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(\frac{1}{C} + \frac{2}{C_K})^{-1}}}. \quad (6)$$

ν_+ und ν_- sind die Frequenzen zu den Fundamentalschwingungen des gekoppelten Systems, wobei die folgende Ungleichung gilt:

$$\nu_- > \nu_+ \quad (7)$$

Die erste Masche aus Abbildung 1 hat zum Zeitpunkt $t = 0$ einen Strom von ungleich 0. Dann hat die Amplitude der ersten Schwingung genau dann ein Maximum, wenn die Amplitude der zweiten Schwingung gleich 0 ist. Es ergibt sich dann aus den Gleichungen 3 und 4:

$$I_1(t) = I_{1_0} \cos(\frac{1}{2}(\omega_+ + \omega_-)t) \cos(\frac{1}{2}(\omega_+ - \omega_-)t) \quad (8)$$

$$I_2(t) = I_{1_0} \sin(\frac{1}{2}(\omega_+ + \omega_-)t) \sin(\frac{1}{2}(\omega_+ - \omega_-)t). \quad (9)$$

Im Verlauf der Zeit wird I_2 größer und I_1 kleiner, bis zu dem Zeitpunkt, an dem die Ausgangslage umgekehrt wurde. Außerdem wird die Annahme getroffen, dass $C_K \gg C$ gilt und damit auch:

$$\frac{1}{2}(\omega_+ + \omega_-) \approx \omega_+ \quad (10)$$

$$\omega_- \omega_+ \ll \omega_+. \quad (11)$$

In Abbildung 2 zu sehen ist dann der Amplitudenverlauf zweier Schwingungen, wenn eine Schwebung eintritt, wie durch die vorherigen Gleichungen beschrieben. Dabei wird die Frequenz $\nu_- - \nu_+$ als Schwebungsfrequenz bezeichnet. Die Schwebungsfrequenz ist die Frequenz, mit der die Gesamtenergie des Systems zwischen den Schwingkreisen oszilliert.

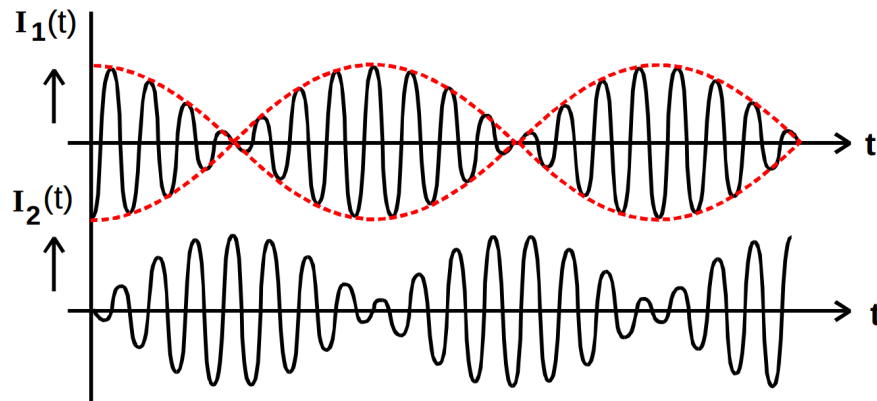


Abbildung 2: Der Amplitudenverlauf von zwei Schwingungen überlagert mit einer Schwebung

2 Durchführung

2.1 Versuchsaufbau

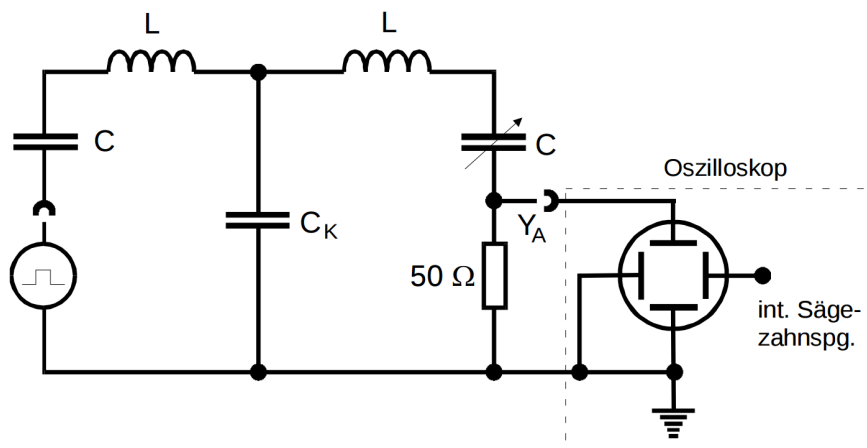


Abbildung 3: Der zur Untersuchung des Schwebungsphänomens und der Fundamentalschwingungen verwendete Versuchsaufbau. Für die Messung der Fundamentalschwingungen wurden kleine Änderungen an dem Schaltkreis vorgenommen.

In Abbildung 3 zu sehen ist der genutzte Versuchsaufbau zur Untersuchung des Schwebungsphänomens und, mit leichten Abwandlungen, zur Ermittlung der Fundamentalschwingungen. Dabei wird mit einer Rechteckspannung Masche 1 angeregt. Über den Kopplungskondensator C_K gelangt dann die Schwingung in die zweite Masche des gekoppelten Schwingkreises. Dort wird über den Ohmschen Widerstand beim Oszilloskop die Schwebung sichtbar gemacht. Danach werden die Fundamentalschwingungen bestimmt.

Dazu wird die Rechteckspannung mit einer Sinusspannung ersetzt.

2.2 Versuchsdurchführung

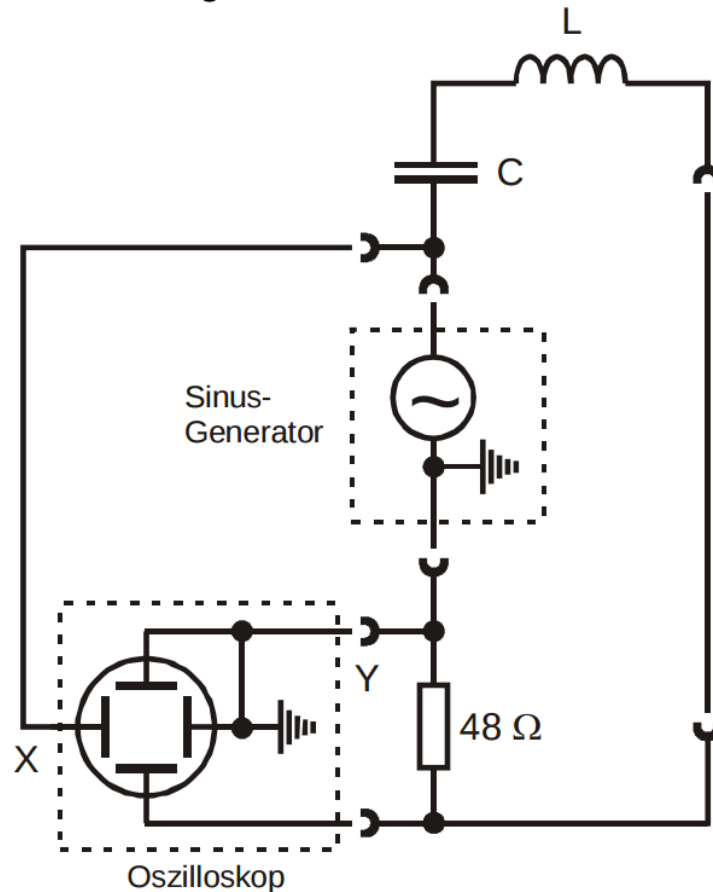


Abbildung 4: Versuchsaufbau zur Justierung des einstellbaren Kondensators

In Abbildung 4 zu sehen ist die Schaltskizze zur Justierung des einstellbaren Kondensators von Masche 2 aus Abbildung 3. Justiert wird dabei der Schwingkreis aus Abbildung 3 auf die Resonanzfrequenz des anderen Schwingkreises. Dafür sucht man mit Hilfe von Lissajous-Figuren, die auf dem Oszilloskop zu sehen sind, die Frequenz, bei der die Phase zwischen Generatorspannung und Schwingkreisstrom in Masche 1 gleich $\frac{\pi}{2}$ ist. Danach wird der Vorgang für Masche 2 wiederholt, mit dem Unterschied, dass nun die zuvor bestimmte Resonanzfrequenz durch den verstellbaren Kondensator eingestellt wird.

Nach der Justierung wird dann als erstes das Verhältnis zwischen Schwingungsfrequenz und Schwebungsfrequenz bestimmt. Dafür wird die Anzahl der Schwingungsmaxima innerhalb einer Schwebungsperiode für $2 \leq C_K \leq 12 nF$, für den Kopplungskondensator, gemessen.

Danach werden die beiden Fundamentalschwingungen ν_- und ν_+ bestimmt. Auch hier wird die Kapazität des Kopplungskondensators zwischen $2 \leq C_K \leq 12 \text{ nF}$ variiert. Es werden zur Messung Sinusspannung und Schwingkreisstrom im Oszilloskop gegeneinander aufgetragen. Dann wird mit Hilfe von Lissajous-Figuren genau die Frequenz gesucht, bei der die jeweilige Phase 0, für ν_+ , oder π , für ν_- wird.

Als letztes werden erneut, abhängig von $2 \leq C_K \leq 12 \text{ nF}$, die beiden Fundamentalschwingungen bestimmt. Dafür wird allerdings jetzt der Sweep genutzt. Beim Sweep wird in einer Sekunde das Frequenzspektrum einer beliebigen Anfangsfrequenz bis zu einer, ebenfalls beliebigen, Endfrequenz auf dem Oszilloskop sichtbar gemacht. Primär sichtbar sind dann zwei große Peaks, die die Frequenzen ν_+ und ν_- darstellen.

Es wurde Schaltung 2 genutzt mit den folgenden Bauteilwerten:

$$L = 23,954 \text{ mH} \tag{12}$$

$$C = 0,7932 \text{ nF} \tag{13}$$

$$C_{sp} = 0,028 \text{ nF} \tag{14}$$

$$R = 48 \Omega \tag{15}$$

Dabei gibt C_{sp} die Spuleneigene Kapazität an.

3 Auswertung