

V704: Absorption von Gamma- und Beta-Strahlung

Simon Schulte
simon.schulte@udo.edu

Tim Sedlaczek
tim.sedlaczek@udo.edu

Durchführung: 25.04.2017
Abgabe: 02.05.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	1
2 Theorie	1
2.1 Entstehung und Wechselwirkung von γ -Strahlung	1
2.2 Entstehung und Wechselwirkung von β -Strahlung	2
3 Durchführung	5
3.1 Versuchsaufbau	5
3.2 Versuchsablauf	5
4 Auswertung	5
4.1 Fehlerrechnung	5
4.2 Bestimmung des Absorptionskoeffizienten von Zink und Eisen sowie der Größe N_0 der verwendeten radioaktiven γ -Strahlungsquelle	6
4.3 Vergleich der gemessenen Absorptionskoeffizienten mit den theoretischen Überlegungen	10
4.4 Bestimmung der Maximalenergie E_{\max} eines β -Strahlers	10
5 Diskussion	12
Literatur	14

1 Zielsetzung

Ziel des Versuches ist die Untersuchung des Absorptionsverhaltens von β - und γ -Strahlung.

2 Theorie

Bei der Betrachtung der Absorption von γ - und β -Strahlung spielen mehrere Begrifflichkeiten eine Rolle. Im Bezug auf γ -Strahlung sind der Wirkungsquerschnitt σ und der Absorptionskoeffizient μ entscheidend. Bei β -Strahlung wird das Absorptionsverhalten mit der Reichweite beschrieben.

Der Wirkungsquerschnitt beschreibt sozusagen die Größe der Angriffsfläche eines Teilchens, im Absorbermaterial, in welcher es zwischen Strahlung und Teilchen zu Wechselwirkungen kommt. Im Idealfall ergibt sich ein exponentielles Absorptionsgesetz:

$$N(D) = N_0 e^{-n\sigma D} \quad (1)$$

Es gibt die Anzahl der, nach einer Schichtdicke D , noch messbaren Ereignisse einer Ursprungsmenge von N_0 an. Dabei beschreibt der Exponent ($n\sigma D$) die Wahrscheinlichkeit, dass es zur Wechselwirkung zwischen einem Strahlungsteilchen und einem Teilchen des Materials kommt. n ist die Teilchenkonzentration im Absorbermaterial. Sie berechnet sich nach

$$n = \frac{zN_A}{V_{\text{mol}}} = \frac{zN_A\rho}{M}. \quad (2)$$

N_A ist die Avogadro-Konstante und z die Ordnungszahl. V_{mol} ist das Molvolumen, welches den Quotienten aus Dichte ρ und molarer Masse M darstellt.

$$\mu = n \cdot \sigma \quad (3)$$

wird auch als Absorptionskoeffizient bezeichnet.

2.1 Entstehung und Wechselwirkung von γ -Strahlung

γ -Strahlung entsteht bei energetischen Übergängen von Atomkernen. Wie die Hüllenelektronen können diese unterschiedliche diskrete Energieniveaus annehmen. Aus der bei einem Übergang in ein tieferes Niveau abgegebenen Energie kann sich dann ein Photon/ γ -Quant bilden. γ -Strahlung besitzt die gleichen Eigenschaften, wie elektromagnetische Wellen und aufgrund der diskreten Energieniveaus auch ein scharfes Linienspektrum. Für γ -Strahlung spielen hauptsächlich drei Arten von Wechselwirkungen eine Rolle.

Der Photo-Effekt beschreibt die Wechselwirkung zwischen einem γ -Quant und einem inneren Hüllenelektron eines Absorberteilchens. Dabei wird die volle Energie des γ -Quants bei der Ionisierung des Elektrons verbraucht, welches anschließend die überschüssige Energie des γ -Quants in Form von kinetischer Energie erhält. Die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Effekt auftritt ist bei schweren Materialien am größten.

Der Compton-Effekt beschreibt die Wechselwirkung zwischen einem γ -Quant und einem freien bzw. schwach gebundenen (äußere Hülle) Elektron. Dieser Effekt ähnelt einem elastischen Stoß. Die Energie des γ -Quants wird zu einem Teil zu kinetischer Energie des Elektrons. Dabei erfährt das γ -Quant eine Richtungsänderung. Nach Klein und Nishina berechnet sich der Wirkungsquerschnitt für diesen Effekt nach:

$$\sigma_{\text{com}} = 2\pi r_e^2 \left(\frac{1+\epsilon}{\epsilon^2} \left[\frac{2(1+\epsilon)}{1+2\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} \ln(1+2\epsilon) \right] + \frac{1}{2\epsilon} \ln(1+2\epsilon) - \frac{1+3\epsilon}{(1+2\epsilon)^2} \right) \quad (4)$$

mit

$$\epsilon = \frac{E_\gamma}{m_0 c^2} \quad (m_0 \text{ ist die Ruhemasse des Elektrons}) \quad (5)$$

und

$$r_e = \frac{e_0^2}{4\pi\epsilon_0 m_0 c^2} \quad (\text{klassischer Elektronenradius}). \quad (6)$$

Zu dem dritten Effekt, der Paarbildung, kommt es erst dann, wenn die Bedingung

$$E_\gamma > 2m_0 c^2 \quad (7)$$

erfüllt ist. Dann bilden sich im Coulomb-Feld eines Absorberteilchens ein Elektron und ein Positron. σ_p ist dabei proportional zu z^2 .

Für Germanium ($z = 32$) sind in Abbildung 2 die Verläufe der einzelnen Koeffizienten, sowie die Überlagerung, in Abhängigkeit von der Energie des γ -Quants dargestellt.

2.2 Entstehung und Wechselwirkung von β -Strahlung

β -Strahlung entsteht beim Zerfall eines instabilen Atomkerns. Dabei ist zwischen zwei Arten von β -Zerfällen zu unterscheiden. Dem β^- - und dem β^+ -Zerfall.

Beim β^- -Zerfall wird aus einem Neutron ein Proton und es entstehen ein Elektron (β^- -Teilchen) und ein Antineutrino.

Beim β^+ -Zerfall wird aus einem Proton ein Neutron und es entstehen ein Positron (β^+ -Teilchen) und ein Neutrino.

Da bei diesen Zerfällen nicht nur ein Teilchen entsteht und sich die Energie kontinuierlich auf beide Teilchen verteilt ergibt sich für β -Strahlung ein kontinuierliches Spektrum. Die maximale Energie, die das β -Teilchen erhält entspricht dabei der bei der Kernumwandlung freigesetzten Energiemenge. Wegen der geringen Masse der β -Teilchen treten viele verschiedene Arten von Wechselwirkungen auf.

Die drei wesentlichen sind dabei die Rutherford-Streuung (elastische Streuung an Atomkernen), inelastische Streuung an Atomkernen bzw. am Coulomb-Feld des Kerns, bei der Bremsstrahlung entsteht, und inelastische Streuung an Hüllenelektronen.

Trotz der umfangreichen Wechselwirkungsmöglichkeiten zeigt sich, für dünne Schichten von Absorbermaterial, ein exponentielles Absorptionsverhalten, wie in (1). Erst bei größeren Schichtdicken, die im Bereich der maximalen Reichweite liegen, zeigen sich stärkere Abweichungen. In Abbildung 1 ist der Verlauf einer Absorptionskurve eines natürlichen β -Strahlers dargestellt. Die Strahlungsintensität ist dabei logarithmiert und

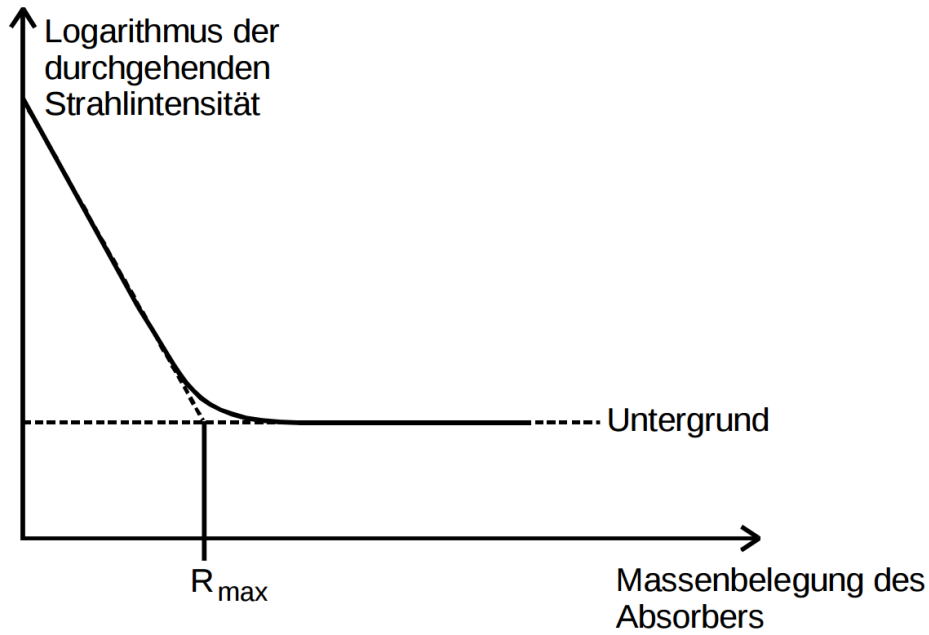


Abbildung 1: Absorptionsverhalten eines β -Strahlers [TuD17].

in Abhängigkeit von der Massenbelegung dargestellt. Diese Massenbelegung berechnet sich nach

$$R = \rho D \quad (8)$$

und hat die Einheit g/cm^2 . Oberhalb der maximalen Reichweite R_{\max} zeigt sich ein Bereich, in dem eine konstante Intensität gemessen wird. Sie besteht nicht mehr aus β -Strahlung, sondern aus anderen durch die Absorption entstandenen Strahlungs-Effekten, wie der Bremsstrahlung.

Über die maximale Reichweite lässt sich auf die maximale Energie der β -Teilchen schließen. Dazu wird folgende Formel verwendet:

$$E_{\max} = 1,92 \frac{\text{MeV cm}^2}{\text{g}} \sqrt{R_{\max}^2 + 0,22 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2} R_{\max}} \quad (9)$$

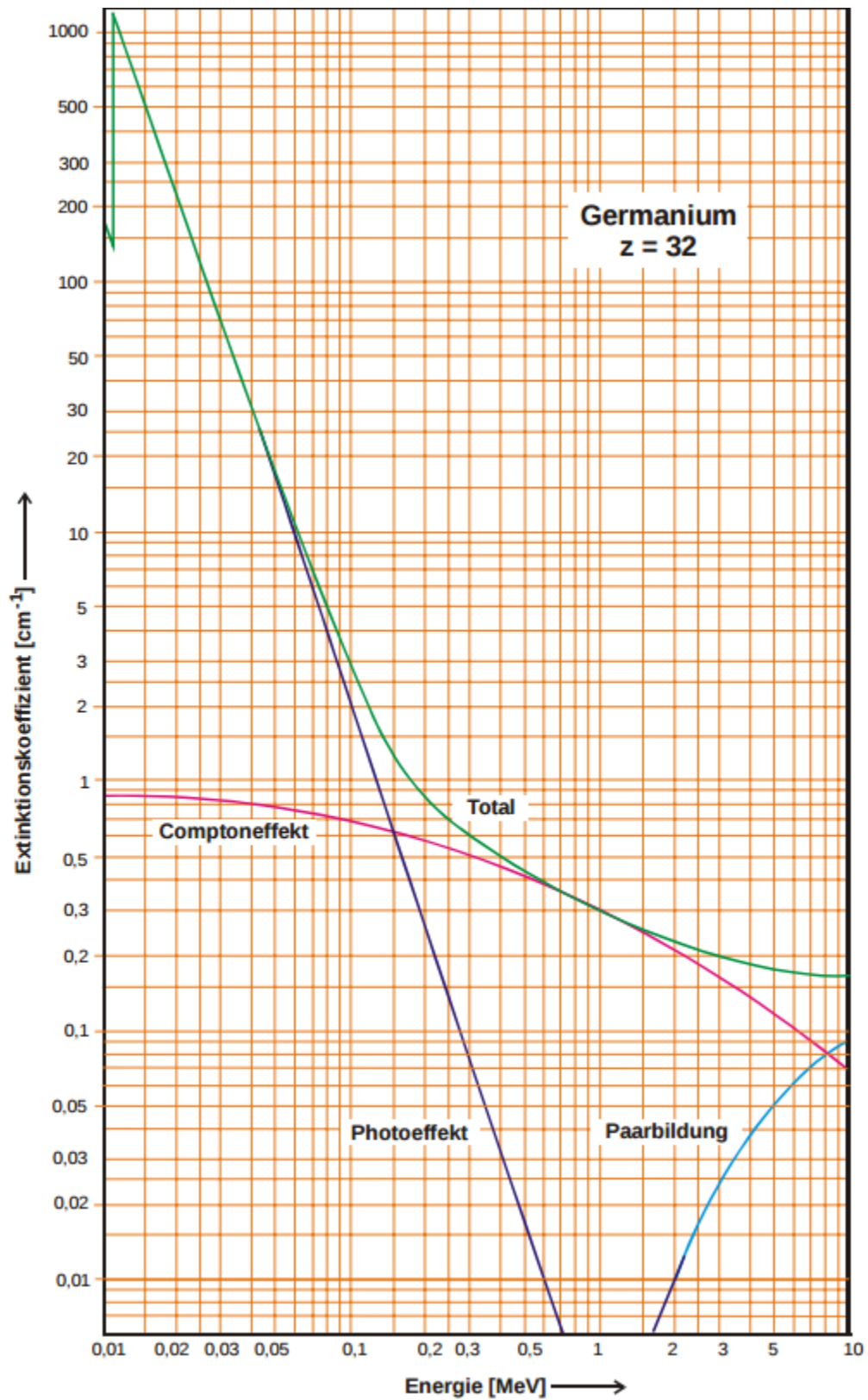


Abbildung 2: Die Absorptionskoeffizienten bei Germanium. Es wird jeweils der dominierende Effekt dargestellt [TuD17].

3 Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

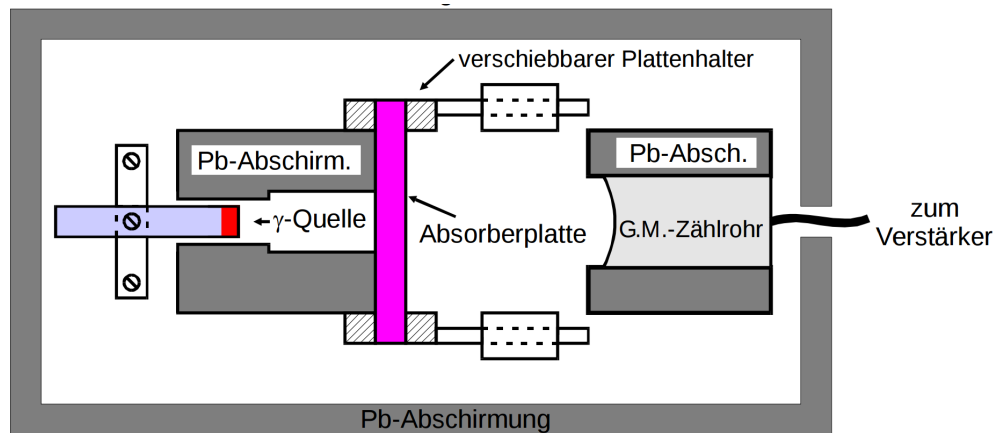


Abbildung 3: Schematischer Versuchsaufbau [TuD17].

Bei diesem Versuch wird eine Messapparatur, wie sie in Abbildung 3 zu sehen ist, verwendet. Sie besteht aus einem Geiger-Müller-Zählrohr und einer Abschirmung aus Blei. Diese dient einerseits dem Strahlenschutz. Andererseits wird die Messung, auf diese Weise, möglichst frei von äußeren Einflüssen gehalten. Des Weiteren besitzt die Apparatur eine Halterung für die Probe und eine Halterung für die Absorberplatten.

3.2 Versuchsablauf

Zu Beginn wird eine Nullmessung durchgeführt, bei der, ohne Strahlungsquelle, die Anzahl an Ereignissen in 1000 s gemessen wird. Währenddessen sollen die Maße der zur Verfügung stehenden Dämmmaterialien aufgenommen werden. Anschließend wird eine Quelle an der Apparatur befestigt und, in zehn Schritten, Dämmmaterial zwischen Quelle und Zählrohr platziert. Mit jeder Änderung der Dicke des Dämmmaterials wird erneut die Anzahl an registrierten Ereignissen gemessen. Da die Zählrate mit dicker werdender Abschirmung immer kleiner wird, muss die Dauer der Messung entsprechend angepasst werden, um den Fehler der Messungen im Bereich von 1 % zu halten.

4 Auswertung

4.1 Fehlerrechnung

Die in der Auswertung verwendeten Mittelwerte mehrfach gemessener Größen sind gemäß der Gleichung

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (10)$$

bestimmt. Die Standardabweichung des Mittelwertes ergibt sich dabei zu

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (11)$$

Resultiert eine Größe über eine Gleichung aus zwei oder mehr anderen fehlerbehafteten Größen, so berechnet sich der Gesamtfehler nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung zu

$$\Delta f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n\right)^2}. \quad (12)$$

Alle in der Auswertung angegebenen Größen sind stets auf die erste signifikante Stelle des Fehlers gerundet. Setzt sich eine Größe über mehrere Schritte aus anderen Größen zusammen, so wird erst am Ende gerundet, um Fehler zu vermeiden. Zur Auswertung wird das Programm Python verwendet.

4.2 Bestimmung des Absorptionskoeffizienten von Zink und Eisen sowie der Größe N_0 der verwendeten radioaktiven γ -Strahlungsquelle

Zunächst wird der Nulleffekt ausgemessen, den das verwendete Zählrohr detektiert. Bei Abwesenheit einer radioaktiven Strahlungsquelle registriert das Gerät 1000 Zerfälle in 1000 s. Daraus ergibt sich ein Korrekturwert von

$$N_u = \frac{\text{Zerfälle}}{\text{Zeit}} = \frac{1000}{1000 \text{ s}} \approx (1,00 \pm 0,03) \frac{1}{\text{s}} \quad (13)$$

für die im Versuch gemessenen Strahlungsintensität ohne einen Strahler. Danach wurde eine Nullmessung durchgeführt mit dem verwendeten Strahler. Diese ergab einen Wert von

$$N_0 = \frac{\text{Zerfälle}}{\text{Zeit}} = \frac{8599}{60 \text{ s}} \approx (143,0 \pm 1,6) \frac{1}{\text{s}} \quad (14)$$

für die im Versuch gemessene Strahlungsintensität mit einem Strahler. Es folgt die Untersuchung der Absorption von γ -Strahlung durch Zink. Dazu wird ein ^{137}Cs -Strahler verwendet. Die aufgenommenen Messwerte sind in Tabelle 1 aufgeführt. Dabei bezeichnet D die Schichtdicke, t die Messzeit und N die Anzahl der vom Zählrohr registrierten Zerfälle.

D/cm	N/t	\sqrt{Z}/Z
0,2	7515/60	0,01
0,4	9293/85	0,01
0,6	11603/110	0,01
0,8	12216/135	0,01
1,0	13462/160	0,01
1,2	13833/185	0,01
1,4	14457/210	0,01
1,6	14010/235	0,01
1,8	14758/260	0,01
2,0	14227/285	0,01

Tabelle 1: Die Dicke der Zn-Absorber D und zugehörige Zählrate N mit relativem Fehler von N . Dabei ist $N = Z/t$.

Die lineare Ausgleichsrechnung ergibt die Geradengleichung

$$y(x) = (-51,0 \pm 1,2) x + (4,93 \pm 0,01). \quad (15)$$

Die angegebenen Unsicherheiten resultieren dabei aus den Unsicherheiten der linearen Ausgleichsrechnung. Dadurch folgt für die Zinkproben das exponentielle Absorptionsgesetz

$$N(d) = N_0 e^{-\mu d} = (143 \pm 1) \frac{1}{\text{s}} e^{-(51,0 \pm 1,2) \frac{1}{\text{m}} d}. \quad (16)$$

Damit ergeben sich für Zink

$$\boxed{\mu = (51,0 \pm 1,2) \frac{1}{\text{m}}} \quad \text{und} \quad \boxed{N_0 = (143 \pm 1) \frac{1}{\text{s}}} \quad (17)$$

Der Graph in Abbildung 4 zeigt die Größe N/t aufgetragen gegen die Absorberschichtdicke D in einem halblogarithmischen Diagramm.

Die Auswertung der Messreihe mit Eisen statt Zink erfolgt analog. Tabelle 2 listet die im Versuch aufgenommenen Werte auf. Die lineare Ausgleichsrechnung ergibt die Geradengleichung

$$y(x) = (-54,0 \pm 0,8) x + (4,92 \pm 0,02). \quad (18)$$

D/cm	$N - N_0 \cdot s$	\sqrt{Z}/Z
0,5	6545/60	0,01
1,0	7215/85	0,01
1,5	6896/110	0,01
2,0	6540/135	0,01
2,5	5865/160	0,01
3,0	5814/195	0,01
3,5	5590/230	0,01
4,0	4917/270	0,01
4,5	5058/340	0,01
5,0	5187/420	0,01

Tabelle 2: Die Dicke der Fe-Absorber D und zugehörige Zählrate N mit relativem Fehler vom N . $N = Z/t$.

Das Absorptionsgesetz für die Eisenproben lautet somit

$$N(d) = N_0 e^{-\mu d} = (143 \pm 1) \frac{1}{\text{s}} e^{-(54,0 \pm 0,8) \frac{1}{\text{m}} d}. \quad (19)$$

Als Resultat folgt

$$\boxed{\mu = (54,0 \pm 0,8) \frac{1}{\text{m}}} \quad \text{und} \quad \boxed{N_0 = (143 \pm 1) \frac{1}{\text{s}}} \quad (20)$$

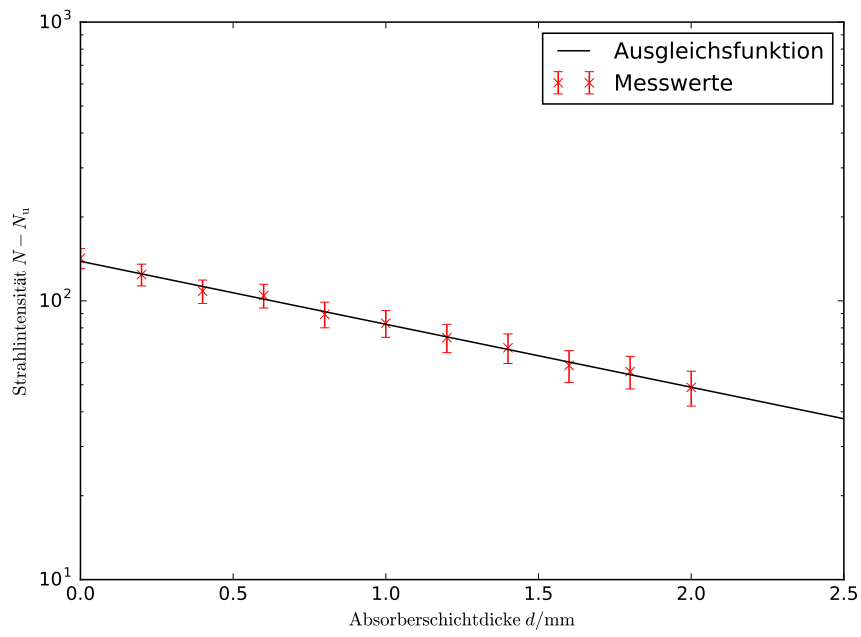


Abbildung 4: Strahlintensität $N - N_0/t$ halblogarithmisch aufgetragen gegen die Absorberschichtdicke D von Zink.

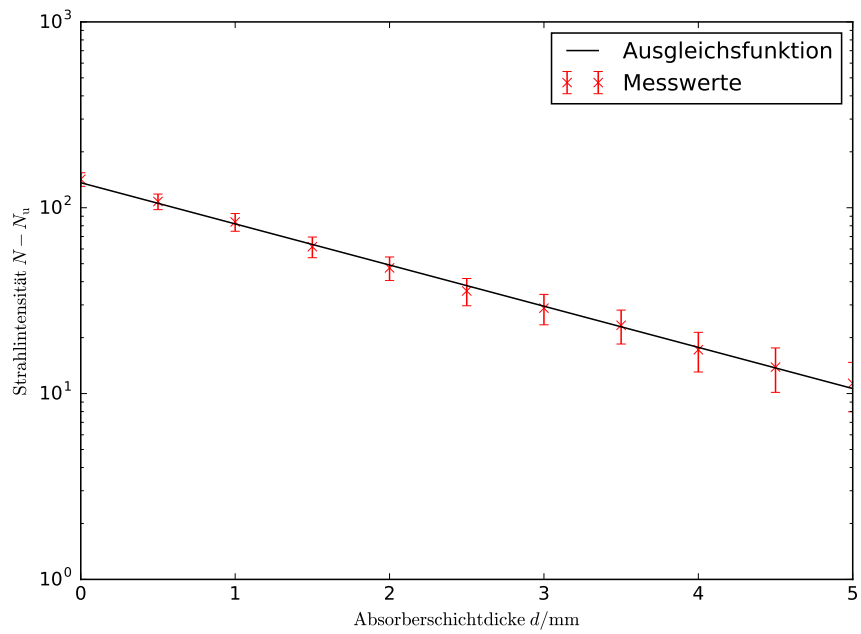


Abbildung 5: Strahlintensität $N - N_u$ halblogarithmisch aufgetragen gegen die Absorberschichtdicke D von Eisen.

4.3 Vergleich der gemessenen Absorptionskoeffizienten mit den theoretischen Überlegungen

Um eine Aussage über die im ersten Versuchsteil ablaufenden Absorptionsmechanismen machen zu können, werden die experimentell bestimmten Absorptionskoeffizienten mit den theoretisch berechneten Koeffizienten verglichen, die aus Überlegungen zur Compton-Streuung folgen. Dabei werden die Gleichungen (4) und (3) aus dem Theorieteil verwendet, wobei für die Berechnung der Wirkungsquerschnitte σ_{com} der für den ^{137}Cs -Strahler charakteristische Wert $\varepsilon = 1,295$ benutzt wird. Tabelle 3 führt die wesentlichen Größen und errechneten Werte für Zink und Eisen auf. Dabei bezeichnet z die Kernladungszahl, M die molare Masse und ρ die Dichte des jeweiligen Stoffes.

Tabelle 3: Theoretische Werte für die Absorptionskoeffizienten von Zink und Eisen.

Absorber	σ_{com}	z	$M \left[\frac{\text{g}}{\text{mol}} \right]$	$\rho \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$	$\mu_{\text{com}} \left[\frac{1}{\text{m}} \right]$	$\mu_{\text{berechnet}} \left[\frac{1}{\text{m}} \right]$
Zink	2.57e-29	30	65.4	7.130	51	51
Eisen	2.57e-29	26	55.8	7.874	55	55

Es zeigt sich, dass der gemessene Absorptionskoeffizient von Eisen und Zink sehr stark den theoretisch ermittelten Werten ähnelt. Daraus kann geschlossen werden, dass zu einem sehr großen Teil die Compton-Streuung als Wechselwirkungsmechanismus zwischen γ -Quanten und Absorbermaterial vorliegt. Die Paarbildung kann nahezu ausgeschlossen werden, da die Energien der γ -Quanten definitiv zu klein sind.

4.4 Bestimmung der Maximalenergie E_{max} eines β -Strahlers

Da für diesen Versuchsteil eine andere Versuchsanordnung verwendet wird, muss zunächst der Nulleffekt des neuen Zählrohrs bestimmt werden. Bei 327 Zerfällen in 1000 s ergibt sich der neue Korrekturwert zu

$$N_{\text{u}} = \frac{\text{Zerfälle}}{\text{Zeit}} = \frac{327}{1000 \text{ s}} \approx 0,33 \frac{1}{\text{s}}. \quad (21)$$

Zur Bestimmung der Maximalenergie E_{max} eines β -Strahlers wird eine Absorptionskurve für Aluminium aufgenommen. Die Aufnahme der Messwerte erfolgt wie in den vorangegangenen Versuchsteilen. Als zu untersuchender Strahler liegt eine ^{99}Tc -Probe vor. Tabelle 4 führt die gemessenen Schichtdicken D , die Zeitintervalle t und die Anzahl der Zerfälle N auf. Die Schichtdicken D sind dabei mit Fehlern gegeben. Diese werden in den weiteren Auswertungsschritten nicht berücksichtigt, da sie mit unter 1 % vernachlässigbar klein sind.

$(D \pm \Delta D)/\mu\text{m}$	$N1/\text{s}$	\sqrt{N}/N
102 ± 1	1772/60	0,02
126 ± 1	2246/150	0,02
$153 \pm 0,5$	2296/350	0,02
160 ± 1	1797/450	0,02
200 ± 1	847/600	0,03
253 ± 1	371/700	0,05
302 ± 1	305/800	0,06
338 ± 5	401/900	0,05
400 ± 1	459/1000	0,05

Tabelle 4: Die Dicke der Absorber D und zugehörige Zählrate N pro Sekunde mit relativem Fehler vom N .

Abbildung 6 zeigt die Strahlungsintensität aufgetragen gegen die Schichtdicke in einem halblogarithmischen Diagramm. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Kurve zunächst linear abfällt, wie es auch bei der Absorption von γ -Strahlung zu beobachten ist. Ab einer Schichtdicke von circa $d = 250\mu\text{m}$ bleibt die Strahlungsintensität jedoch annähernd konstant. Aus den im Theorieteil gemachten Überlegungen kann das Verhalten wie folgt gedeutet werden: Bei kleinen Schichtdicken zeigt sich ein ähnliches, exponentielles Absorptionsverhalten der β -Strahlung, wie bei der Untersuchung der γ -Strahlung. Wird die Schichtdicke jedoch zu groß, überwiegt der Einfluss der Bremsstrahlung, die die β -Teilchen durch ihre Ablenkung im Coulomb-Feld der Aluminiumkerne aussenden und die weitaus durchdringender ist als die geladene ursprüngliche Strahlung.

Eine Annäherung des Kurvenverlaufs erfolgt durch die Bestimmung von zwei Ausgleichsgeraden. Dabei wird eine Gerade aus den ersten fünf Messpunkten und die zweite Gerade aus den verbleibenden Messpunkten. Bei der Regression der zweiten Geraden wird bewusst eine Funktion gesucht, deren Steigung $m_2 = 0$ beträgt. Der Versuch die Punkte durch eine allgemeine lineare Ausgleichsrechnung zu approximieren, scheitert insofern, als dass der Wert für die Steigung m_2 einen Fehler liefert, der um mehrere Größenordnungen größer ist als der Wert selbst. Da dies auch im Weiteren viel zu große Fehler verursacht, wird bewusst eine konstante Funktion gesucht. Es ergeben sich somit die Gleichungen

$$y(x) = m_1 x + b_1 = (-34\,000 \pm 2000) x + (6,9 \pm 0,3) \quad (22)$$

und

$$y(x) = b_2 = (-2,17 \pm 0,27). \quad (23)$$

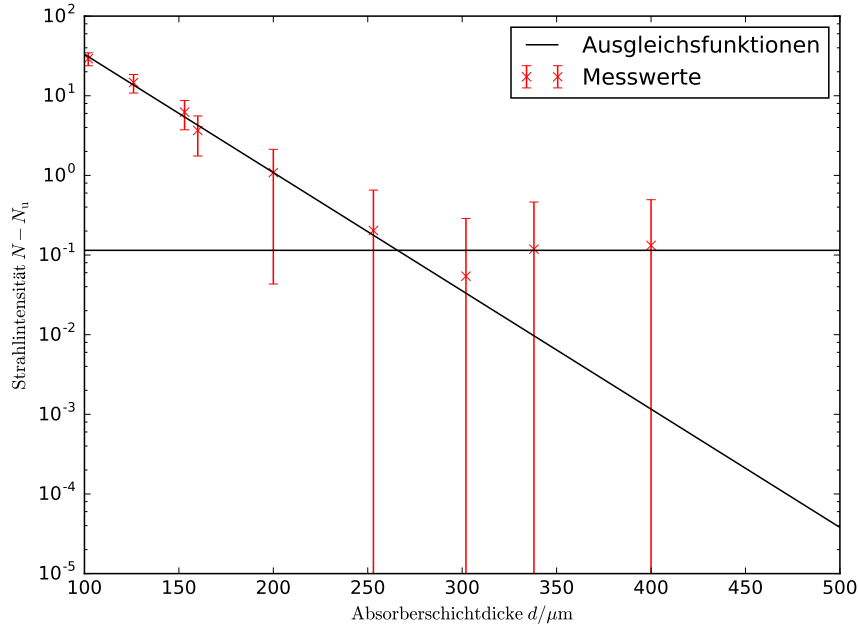


Abbildung 6: Strahlintensität N/t halblogarithmisch aufgetragen gegen die Absorberschichtdicke D von Aluminium.

Aus dem Schnittpunkt der Geraden lässt sich die maximale Reichweite R_{\max} der β -Teilchen im Aluminium durch Ablesen der x -Komponente bestimmen. Der Schnittpunkt ermittelt sich zu

$$R_{\max} = \frac{b_2 - b_1}{m_1 - m_2} = (27 \pm 1) \mu\text{m}, \quad (24)$$

wobei der Fehler gemäß der Gaußschen Fehlerfortpflanzung aus den Fehlern der Ausgleichsrechnungen resultiert. Da ein fester theoretischer Zusammenhang zwischen der maximalen Reichweite R_{\max} und der Maximalenergie E_{\max} der β -Teilchen nur schwer erschlossen werden kann, wird stattdessen der in Gleichung (9) angegebene empirische Zusammenhang verwendet. Es folgt somit

$$E_{\max} = 1,92 \frac{\text{MeV cm}^2}{\text{g}} \sqrt{\rho^2 R_{\max}^2 + 0,22 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \rho R_{\max}} = (0,28 \pm 0,05) \text{ MeV} \quad (25)$$

mit der Dichte $\rho = 2,7 \text{ g/cm}^3$ von Aluminium.

5 Diskussion

Zusammenfassend listet Tabelle 5 die experimentell bestimmten Werte auf. Dabei ergibt sich der Wert für N_m aus den beiden bestimmten Werten im Mittel.

Tabelle 5: Experimentell bestimmte Werte.

	γ -Strahlung ^{137}Cs	β -Strahlung ^{60}Co
μ_{Zink}	$(51,0 \pm 1,2) \text{ }^1/\text{m}$	-
μ_{Eisen}	$(54,0 \pm 0,8) \text{ }^1/\text{m}$	-
N_m	$(143 \pm 1) \text{ }^1/\text{m}$	-
R_{max}	-	$(27 \pm 1) \mu\text{m}$
E_{max}	-	$(0,28 \pm 0,05) \text{ MeV}$

Die Fehler der Werte liegen in einem akzeptablen, kleinen Bereich. Daraus folgt, dass die im Versuch durchgeführte Methodik eine gute Stabilität hat und dass sich die Ergebnisse leicht reproduzieren lassen. Größte Fehlerquelle des Versuchs ist der ungewollte Einfluss der natürlichen Strahlung, die niemals gänzlich abgeschirmt werden kann und somit immer die Messwerte verfälscht. Allerdings lässt sich dieser als Nulleffekt genannte Einfluss gut durch eine präzise Messung bestimmen, sodass die Versuchswerte um diesen Einfluss korrigiert werden können. Dabei ist der Wert der Korrektur umso besser, je exakter der Nulleffekt bestimmt wird, dass heißt je länger die natürliche Strahlung in Abwesenheit der zu untersuchenden radioaktiven Strahlungsquelle untersucht wird.

Literatur

- [TuD17] Tu-Dortmund. *Versuch 704: Absorption von Gamma- und Beta-Strahlung*. 1. Mai 2017. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V704.pdf>.