V606: Messung der Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen

Simon Schulte
simon.schulte@udo.edu

Tim Sedlaczek
tim.sedlaczek@udo.edu

Durchführung: 13.06.2017
Abgabe: 20.06.2017

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

Ziel des Versuchs ist es, die Suszeptibilität von Seltenen-Erd-Elementen zu bestimmen.

2 Theorie

Es werden seltene Erden genutzt, da die Ionen von seltenen Erden stark paramagnetisch sind. Das heißt, dass deren Drehimpuls nicht verschwindet. Dabei ergibt sich der Gesamtdrehimpuls eines Atoms aus dem Bahndrehimpuls der Elektronenhülle, dem Spin der Elektronen und dem Kerndrehimpuls. Das Nicht-Verschwinden des Drehimpulses ist gewährleistet, da durch verschiedene Orientierungen der magnetischen Momente zu einem äußeren anliegenden Feld immer wieder ein neuer Drehimpuls erzeugt wird. Zuerst wird die Suszeptibilität berechnet. Dabei wird zuerst die magnetische Flussdichte

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} \tag{1}$$

betrachtet, durch welche dann die Magnetisierung selbst bestimmt wird:

$$\vec{M} = \mu_0 \chi \vec{H} \tag{2}$$

Dabei ist μ_0 die Induktionskonstante, $\vec{M}$ die Magnetisierung, $\vec{B}$ die Flussdichte und $\vec{H}$ die Feldstärke. χ ist die Suszeptibilität. Die Suszeptibilität ist nicht konstant, sondern hängt im Allgemeinen von der Temperatur T und $\vec{H}$ ab. Die Temperatur ist insofern relevant, als dass Temperatur im Allgemeinen abhängig von Materie und ihrer Wechselwirkung miteinander ist. Durch Temperaturschwankungen verändern Atome somit ihre Orientierung. Der Gesamtdrehimpuls $\vec{J}$ der Elektronenhülle ergibt sich zu

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}. \tag{3}$$

Dabei bezeichnet $\vec{L}$ der Gesamtbahndrehimpuls und $\vec{S}$ den Gesamtspin. Abbildung 1 zeigt das Vektordiagramm aus den Drehimpulsvekoren einer Elektronenhülle.

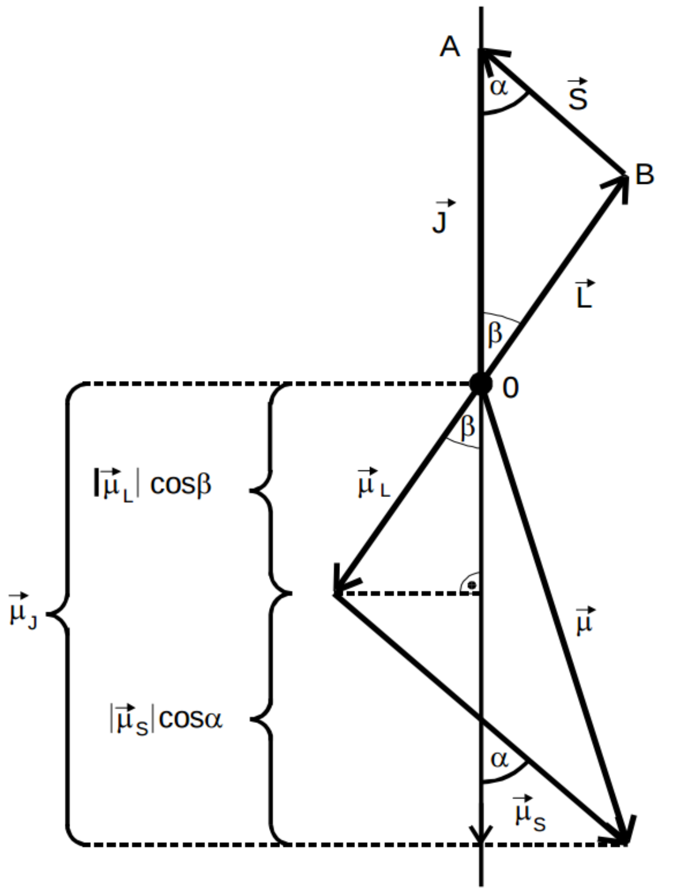

Abbildung 1: Das Vektordiagramm aus den Drehimpulsvektoren einer Elektronenhülle und die daraus resultierenden magnetischen Momenten. [**anleitung**]

Aus geometrischen Gesetzen und einigen Umformungen erhält man damit den sogenannte Lande-Faktor

$$g_J = \frac{3J(J+1) + (S(S+1) - L(L+1))}{2J(J+1)}. \tag{4}$$

Durch Berücksichtigung der Richtungsquantelung, welche besagt, dass nur Winkel zwischen der Richtung des äußeren Magnetfeldes und der Lage von $vec\mu_J$ möglich sind, dessen Komponenten μ_{J_Z} und $\vec{\mu}_J$ in Feldrichtung ein ganzzahliges Vielfaches von

$$\mu_{J_Z} = -\mu_B g_J m \tag{5}$$

ist und einigen mathematischen Umformungen ergibt sich für die Suszeptibilität

$$\chi = \frac{\mu_0 \mu_B^2 g_J^2 N J(J+1)}{3kT}. \tag{6}$$

Dabei ist

$$\mu_B := \frac{1}{2}\frac{e_0}{m_0}\hbar$$

und m die Orientierungsquantenzahl. Dabei ergibt sich das Curiesche Gesetz des Paramagnetismus, welches den folgenden Zusammenhang zwischen Temperatur und Suszeptibilität besagt:

$$\chi \approx \frac{1}{T}. \tag{7}$$

Die Suszeptibilität lässt sich auch durch mathematische Umformungen und einige Abschätzungen auch als

$$\chi = 2\frac{\Delta R}{R_3}\frac{F}{Q} \tag{8}$$

beschreiben. Dabei ergibt sich für

$$\Delta R = \chi\frac{R_3}{2}\frac{Q}{F}.$$

Außerdem ist F der Querschnitt der Spule und Q der Querschnitt der Probe.

3 Versuchsaufbau

Abbildung 2 zeigt den verwendeten Versuchsaufbau zur Bestimmung der Suszeptibilität. Ein Sinusgenerator führt eine Speisespannung in eine Brückenschaltung ein. Die Brückenschaltung hat ein Fach für die Seltene-Erd-Elemente. Das Signal und die Veränderung des Signals werden von verschiedenen Verstärkern verstärkt und an dem AC-Milli-voltmeter werden dann die Spannungen abgelesen.

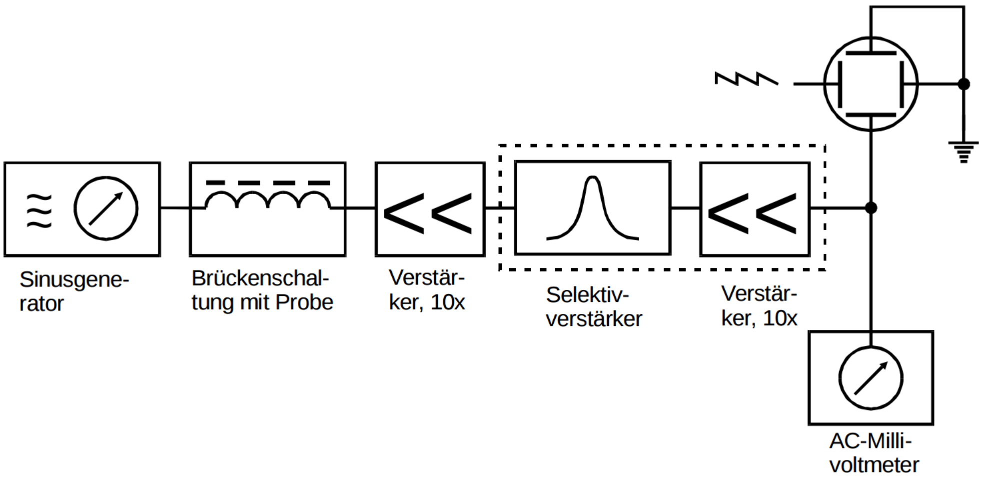

Abbildung 2: Das Blockschaltbild der verwendeten Messapparatur. [**anleitung**]

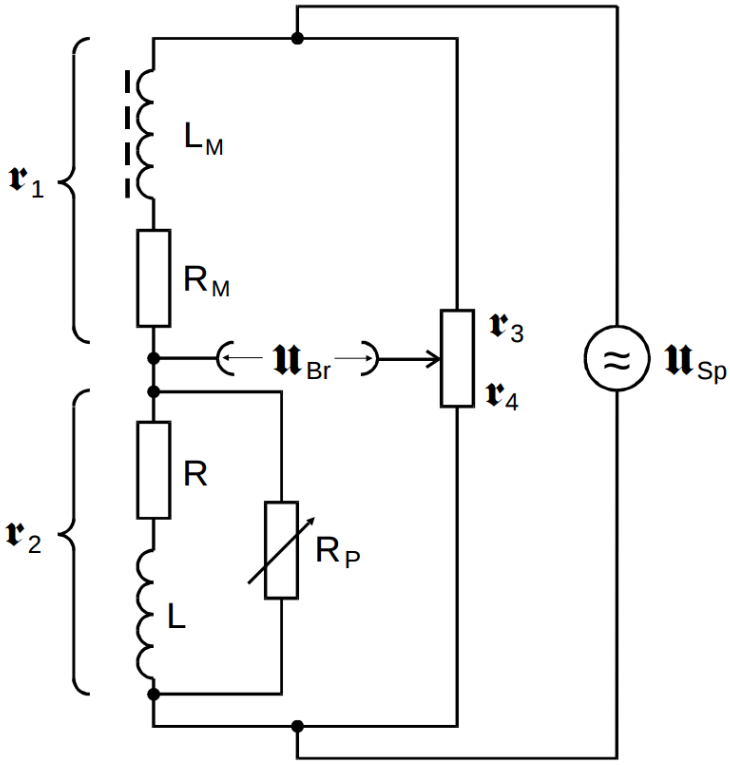

Abbildung 3: Die Brückenschaltung für die Suszeptibilitätsmessung [**anleitung**]

Abbildung 3 zeigt die verwendete Brückenschaltung. Dabei geht eine Speisespannung, die nicht über 1 V liegen sollte, in die Brückenschaltung ein. Dort trifft sie auf Widerstände und Spulen. Es werden zwei Spulen gleicher Induktivität genutzt. Ebenso sind die beiden Widerstände R und R_M gleich.

4 Versuchsdurchführung

Zunächst wird die Ausgangsspannung U_A vom Selektivverstärker in Abhängigkeit von der Frequenz bestimmt, um eine Durchlasskurve zu erhalten. Dabei ist die Eingangsspannung U_E konstant. Das Signal stammt von einem Synthesizer und es wird am Selektivverstärker eingestellt, dass dieser eine Durchlassfrequenz zwischen 30 000 Hz und 40 000 Hz hat. Dann wird die Filterkurve dieses Selektivverstärkers bei einer Güte von $Q = 100$ aufgenommen. Es werden 33 Werte in einem Abstand von 300 Hz aufgenommen. Als nächstes wird die Suszeptibilität der Oxiden von einigen Seltener-Erd-Elementen bestimmt. Dazu wird der Aufbau, der in Abbildung 3 zu sehen ist, genutzt. Dabei wird zuerst die Brücke ohne Probe nach Null abgeglichen. Dazu werden die Abgleichelemente der Brücke verändert. Dann wird die Brückenspannung U_{Br} bestimmt. Danach wird erneut nach Null abgeglichen. Dabei ergeben sich verschiedene Widerstände und aus der Differenz dieser erlangt man die Suszeptibilität der Elemente. Es werden jeweils 3 Messungen für 3 verschiedene Speisespannungen für 3 verschiedene Seltene-Erd-Elemente durchgeführt. Dabei werden drei Proben mit den folgenden Massen und Längen genutzt.

Für die Nd_2O_3-Probe ergibt sich

$$\begin{aligned} m &= 9\,\mathrm{g} \\ l &= 16{,}5\,\mathrm{cm}. \end{aligned}$$

Für die Gd_2O_3-Probe ergibt sich

$$\begin{aligned} m &= 14{,}08\,\mathrm{g} \\ l &= 16{,}7\,\mathrm{cm}. \end{aligned}$$

Für die Dy_2O_3-Probe ergibt sich

$$\begin{aligned} m &= 15{,}1\,\mathrm{g} \\ l &= 15{,}8\,\mathrm{cm}. \end{aligned}$$

5 Fehlerrechnung

Die in der Auswertung verwendeten Mittelwerte mehrfach gemessener Größen sind gemäß der Gleichung

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \tag{9}$$

bestimmt. Die Standardabweichung des Mittelwertes ergibt sich dabei zu

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}. \tag{10}$$

Resultiert eine Größe über eine Gleichung aus zwei oder mehr anderen fehlerbehafteten Größen, so berechnet sich der Gesamtfehler nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung zu

$$\Delta f(x_1, x_2, ..., x_n) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\Delta x_n\right)^2}. \tag{11}$$

Alle in der Auswertung angegebenen Größen sind stets auf die erste signifikante Stelle des Fehlers gerundet. Setzt sich eine Größe über mehrere Schritte aus anderen Größen zusammen, so wird erst am Ende gerundet, um Fehler zu vermeiden. Zur Auswertung wird das Programm Python verwendet.