

V27: Der Zeeman-Effekt

Simon Schulte
simon.schulte@udo.edu

Tim Sedlaczek
tim.sedlaczek@udo.edu

Durchführung: 11.07.2018

Abgabe: 13.07.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

1 Theorie

Wenn Atome von einem Magnetfeld beeinflusst werden, tritt der Zeeman-Effekt auf. Dadurch ändern sich die Energieniveaus des jeweiligen Atoms.

Experimentell lässt sich die Verschiebung über die Aufspaltung und Polarisierung der durch die Atome emittierten Spektrallinien untersuchen. Über sogenannte Auswahlregeln lassen sich in der Theorie Vorhersagen über die Energie und Polarisierung der emittierten Strahlung machen.

1.1 Drehimpuls und magnetisches Moment eines Elektrons

Jedes Hüllenelektron besitzt zwei Drehimpulse, den Bahndrehimpuls \vec{l} und den Spin \vec{s} . Die Lösungen der quantenmechanischen Eigenwertgleichungen liefern für die Beträge der Drehimpulse:

$$|\vec{l}| = \sqrt{l(l+1)} \hbar \quad \text{mit} \quad l = 0, 1, 2, \dots, n-1 \quad (1)$$

und

$$|\vec{s}| = \sqrt{s(s+1)} \hbar \quad \text{mit} \quad s = \frac{1}{2}. \quad (2)$$

Die Drehimpulse bedingen je ein magnetisches Moment. Der Bahndrehimpuls liefert

$$\vec{\mu}_l = -\mu_B \sqrt{l(l+1)} \vec{l}_0 \quad (3)$$

mit dem Bohrschen Magneton

$$\mu_B := -\frac{e_0 \hbar}{2m_0}. \quad (4)$$

Der Spin liefert

$$\vec{\mu}_s = -g_s \sqrt{s(s+1)} \vec{s}_0 \quad (5)$$

mit dem Landé-Faktor g_s des Elektrons, der in etwa den Wert 2 hat. Für den Zustand mit $s = 1/2$ und $l = 1$ ist $\vec{\mu}_s$ ungefähr doppelt so groß wie $\vec{\mu}_l$. Dieser Umstand wird auch als magnetomechanische Anomalie des Elektrons bezeichnet. Der exakte Wert von g_s ergibt sich aus der relativistischen Theorie des Elektrons nach Dirac.

1.2 Wechselwirkungen der Drehimpulse und der magnetischen Momente

Im Folgenden werden die Wechselwirkungen der Drehimpulse eines Mehrelektronenatoms betrachtet. Die beiden Drehimpulse eines Elektrons wechselwirken sowohl untereinander, als auch mit den Drehimpulsen anderer Elektronen in der Hülle. Da diese Überlagerung der Wechselwirkungen in der Theorie schwer zu beschreiben ist, werden zwei Grenzfälle

betrachtet: **1. Grenzfall:** Bei Atomen mit niedriger Kernladungszahl ist die Wechselwirkung zwischen den Bahndrehimpulsen verschiedener Elektronen so groß, dass sich diese zum Gesamtbahndrehimpuls \vec{L} addieren, wobei

$$|\vec{L}| = \sqrt{L(L+1)} \hbar \quad \text{mit} \quad L = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

gilt. Gemäß der gebräuchlichen Notation in der Atomphysik werden die verschiedenen Werte von L aufsteigend mit den Buchstaben S, P, D, F, \dots gekennzeichnet. Analog zu den Bahndrehimpulsen kombinieren sich auch die Spins der Elektronen additiv zum Gesamtspin \vec{S} . Es gilt

$$|\vec{S}| = \sqrt{S(S+1)} \hbar \quad \text{mit} \quad S = \frac{N}{2}, \frac{N}{2} - 1, \dots, \frac{1}{2}, 0 \quad (7)$$

wobei N die Anzahl der Hüllenelektronen ist. Auch dem Gesamtbahndrehimpuls \vec{L} und dem Gesamtspin \vec{S} wird mit

$$|\vec{\mu}_L| = \mu_B \sqrt{L(L+1)} \quad (8)$$

und

$$|\vec{\mu}_S| = g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)} \quad (9)$$

ein magnetisches Moment zugeordnet. Für nicht zu starke Magnetfelder ergibt sich ein Gesamtdrehimpuls

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad (10)$$

mit

$$|\vec{J}| = \sqrt{J(J+1)} \quad (11)$$

wobei J entweder ganz- oder halbzahlig sein kann. Der obige Zusammenhang wird auch als LS -Kopplung oder Russell-Saunders-Kopplung bezeichnet. J wird üblicherweise als unterer Index an den Symbolen S, P, D, F, \dots notiert. Oberer Index ist die Multiplizität $M = 2S + 1$. **2. Grenzfall:** Bei schweren Atomen ist die Wechselwirkung zwischen Spin und Bahndrehimpuls eines Elektrons groß gegenüber der Wechselwirkung der Bahndrehimpulse und Spins verschiedener Elektronen untereinander. Es ergibt sich der Gesamtdrehimpuls

$$\vec{j}_i = \vec{l}_i + \vec{s}_i \quad (12)$$

je Einzelektron, sodass kein Gesamtdrehimpuls \vec{L} und Gesamtspin \vec{S} mehr definiert sind. Die \vec{j}_i addieren sich nun zum Gesamtdrehimpuls \vec{J} . Diese Art der Wechselwirkung wird auch als j - j -Kopplung bezeichnet.

Zwischen den genannten Grenzfällen existiert für mittlere Kernladungszahlen ein fließender Übergang.

1.3 Aufspaltung der Energieniveaus eines Atoms im homogenen Magnetfeld

Das zu \vec{J} gehörende magnetische Moment ergibt sich zu

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S. \quad (13)$$

\vec{J} und $\vec{\mu}$ sind im Allgemeinen nicht parallel, doch der Erwartungswert der zu \vec{J} senkrechten Komponente verschwindet aufgrund der präzedierenden Bewegung um die Magnetfeldrichtung im zeitlichen Mittel. Aus der Quantenmechanik folgt

$$|\vec{\mu}_J| = g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)} \quad (14)$$

mit dem Landé-Faktor

$$g_J := \frac{3J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (15)$$

Ein weiteres Resultat der Quantenmechanik ist die Richtungsquantelung im homogenen Magnetfeld. Es gilt:

$$\mu_{J_z} = -m g_J \mu_B \quad (16)$$

mit der Orientierungsquantenzahl $m \in \{-J, -J+1, \dots, J-1, J\}$. Daraus folgen $2J+1$ Einstellmöglichkeiten für ein magnetisches Moment in einem äußeren Magnetfeld. Für die Energie, die ein Moment $\vec{\mu}$ im Magnetfeld erhält, ergibt sich:

$$E_{\text{mag}} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = m g_J \mu_B B. \quad (17)$$

Das Energieniveau E_0 im feldfreien Raum spaltet bei $B \neq 0$ in $2J+1$ äquidistante Niveaus auf. Beispielhaft ist dies in Abbildung 1 für ein Atom mit $J = 2$ skizziert. Die Aufspaltung ermöglicht neue Übergänge zwischen Energieniveaus und somit neue Spektrallinien. Dieser Effekt wird als Zeeman-Effekt bezeichnet.

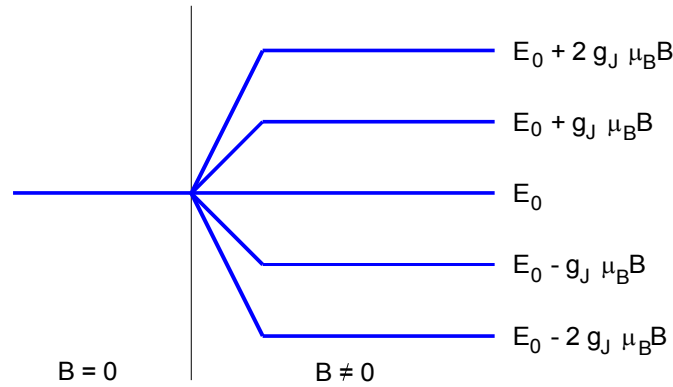


Abbildung 1: Schematische Darstellung der Aufspaltung eines Energieniveaus eines Atoms mit Gesamtdrehimpulsquantenzahl $J = 2$. [V27]

1.4 Der Zeeman-Effekt

Da in der zeitabhängigen Schrödingergleichung der Spin nicht berücksichtigt wird, sind die bisherigen Ergebnisse nur für den Fall $S = 0$ gültig. Dies nennt man den Normalen Zeeman-Effekt. In diesem Fall gilt für alle J : $g_J = 1$. Folglich sind die Aufspaltungen unabhängig von den Quantenzahlen. Ein Beispiel für eine solche Aufspaltung ist in

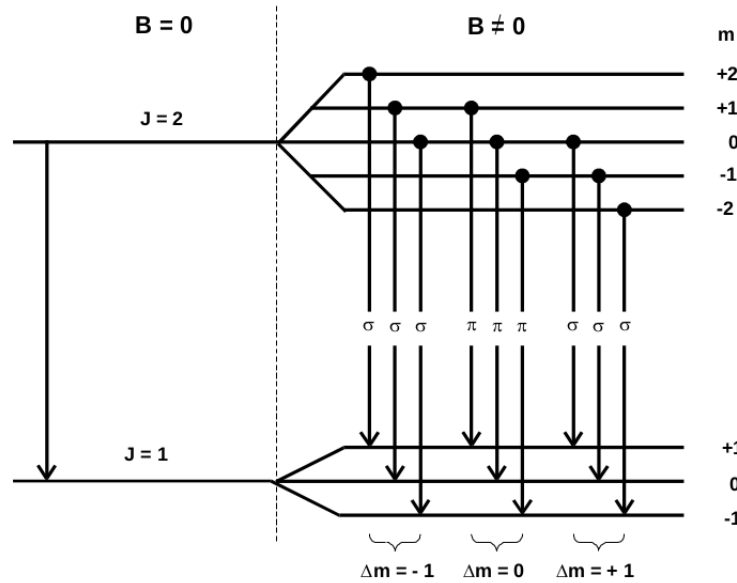


Abbildung 2: Aufspaltung der Energieniveaus und zugehörige Polarisation für den normalen Zeeman-Effekt. [anleitung]

Abbildung 2 zu sehen. Dabei ist zu sehen, dass die Energieniveaus äquidistant sind. Dies folgt aus (??), da $g_J = 1$ gilt. Es ergibt sich

$$E_{\text{mag}} = m \mu_B B. \quad (18)$$

Die Aufspaltungslinien lassen sich den Auswahlregeln zuordnen, was auch in Abbildung 2 dargestellt ist. Allerdings sind je nach Beobachtungsrichtung wegen der unterschiedlichen Polarisation nicht alle Linien zu sehen. Die π -Linie (zu $\Delta m = 0$) ist nur sichtbar, wenn die Beobachtungsrichtung senkrecht zur Feldrichtung, also transversal, ist. Außerdem ist sie gegenüber der feldfreien Linie nicht verschoben, im Gegensatz zu den Linien mit $\Delta m = \pm 1$, da sich die Energie um $\mu_B B$ im Vergleich zum feldfreien Fall unterscheidet. Weil sie zirkular polarisiert sind, erscheinen sie bei transversaler Beobachtung als linear polarisiert. So eine Aufspaltung ist in Abbildung ?? zu sehen. Der andere Fall, also $S \neq 0$, wird Anomaler Zeeman-Effekt genannt. Die Auswahlregeln (??) sind auch in diesem Fall noch gültig, dies lässt sich über die spinabhängige Schrödingergleichung zeigen. Die Aufspaltung wird vielfältiger, da g nicht mehr für alle J 1 ist, sondern von L, S und J abhängt.

2 Durchführung

2.1 Versuchsaufbau

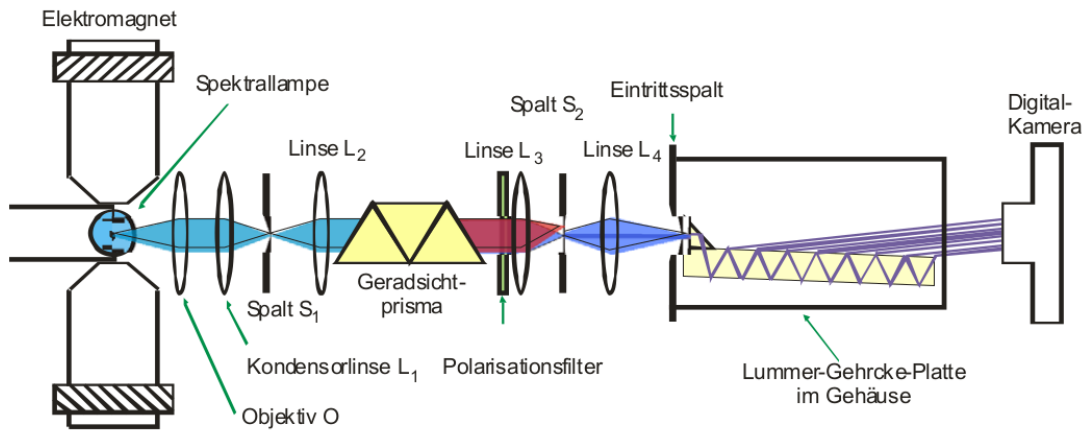


Abbildung 3: Der verwendete Versuchsaufbau.

Abbildung 3 zeigt den verwendeten Versuchsaufbau. Das Licht der verwendeten Cd-Lampe wird in rote und blaue Linien aufgespalten. Dafür wird die Lampe in einen starken Elektromagnet gestellt. Dann wird transversal zum Magnetfeld das Licht nach Wellenlängen aufgespalten. Dies geschieht durch Linsen, Spalte und ein Geradsichtprisma. Nun kann durch einen Spalt und einen Polarisationsfilter die gewünschte Linie mit der gewünschten Polarisation ausgewählt und auf eine Lummer-Gehrke-Platte abgebildet werden. Dadurch entsteht ein Interferenzmuster. Dieses wird über eine Digitalkamera aufgenommen. Bei monochromatischem Licht erzeugt die Lummer-Gehrke-Platte Gangunterschiede von λ , was die eingestrahlte Wellenlänge ist. Beim Einschalten des Magnetfeldes tritt eine Verschiebung der Wellenlänge um $\Delta\lambda$ auf, welche wiederum die interferierten Strahlen um Δs verschiebt. Dabei wird das Dispersionsgebiet

$$\Delta\lambda_D = \frac{\lambda^2}{2d} \cdot \sqrt{\frac{1}{n^2 - 1}} \quad (19)$$

nicht überschritten, da sonst eine Überlagerung der Wellenlängen auftreten würde. Hierbei ist d die Dicke der Platte und n die Ordnung des Maximums. Das Auflösungsvermögen A der Lummer-Gehrke-Platte lässt sich beschreiben durch:

$$A = \frac{L}{\lambda}(n^2 - 1). \quad (20)$$

Dabei entspricht L der Länge der Platte und n dem Brechungsindex.

2.2 Versuchsdurchführung

Als erstes wird der Elektromagnet, indem das B-Feld über ein Gaußmeter in Abhängigkeit von dem Feldstrom gemessen wird in einem Intervall von $0 \leq I \leq 20$ A geeicht.

Daraufhin wird der Aufbau so justiert, dass die gesuchten Wellenlängen ($\lambda = 480 \text{ nm}$ und $\lambda = 643,8 \text{ nm}$) mit der durch den Polarisationsfilter eingestellten Polarisation auf die Lummer-Gehrke-Platte fallen. Daraufhin wird eine Digitalkamera genutzt, um Bilder von Interferenzbildern bei verschiedenen Polarisationen und Magnetfeldstärken aufzunehmen. Dadurch ergibt sich die Wellenlängenverschiebung.