

V21: Optisches Pumpen

Simon Schulte
simon.schulte@udo.edu

Tim Sedlaczek
tim.sedlaczek@udo.edu

Durchführung: 09.05.2018

Korrektur: 03.07.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

1 Theorie

Ziel des Versuchs ist die Untersuchung von energetischen Übergängen zwischen den Zeeman-Niveaus in Rubidium-Isotopen im Magnetfeld. Daraus lassen sich die Lande-Faktoren und der Kernspin der Isotope berechnen.

In allen Atomen befinden sich Elektronen auf sogenannten Schalen um den Atomkern. Auf diesen Schalen besitzen sie feste Energien, zwischen welchen allerdings Übergänge stattfinden können. Dazu muss Energie, die exakt der Differenz der Niveaus entspricht von den Elektronen abgegeben oder aufgenommen werden. Dies geschieht über die Aufnahme oder Abgabe von Photonen der passenden Frequenz. Die äußeren Niveaus, also jene mit den größten Energien, sind dabei je nach Temperatur unterschiedlich besetzt. Die Besetzungszahl eines Niveaus folgt dabei einer Boltzmann Verteilung, sodass für das Verhältnis der Besetzungszahlen zweier Niveaus gilt:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2 \exp(-W_2/k_B T)}{g_1 \exp(-W_1/k_B T)} \quad (1)$$

Hierbei beschreiben die W_i die Energien der Zustände, die g_i die statistischen Gewichte, welche beschreiben, wie viele Zustände zu der entsprechenden Energie gehören, sowie k_B die Boltzmann-Konstante und T die Temperatur.

Mit Hilfe des optischen Pumpens kann eine Abweichung von dieser Verteilung erzeugt werden. Diese kann soweit gehen, dass eine Besetzungsinversion entsteht. Eine so entstehende nicht-thermische Verteilung ermöglicht es, einzelne Übergänge zu induzieren, sodass Photonen dieser Energie überwiegend das Spektrum prägen. Über die Vermessung dieses Lichtes lässt sich der Energieabstand $h\nu = W_2 - W_1$ der Niveaus messen.

1.1 Energieniveaus der Elektronen eines Atomes

Die Verteilung der Elektronen auf verschiedene Energieniveaus innerhalb des Atomes folgt aus dem Paulischen Ausschließungsprinzip. Aus dem Gesamtdrehimpuls \vec{J} der Elektronenhülle folgt ein magnetisches Moment $\vec{\mu}_J = -g_J \mu_B \vec{J}$. Der Lande-Faktor g_J berücksichtigt dabei, dass das Gesamtmoment aus Spin S und Bahndrehimpuls L der Elektronen folgt. Es gilt

$$\begin{aligned} |\vec{\mu}_J| &= g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)}, \text{ wobei} \\ |\vec{\mu}_L| &= -\mu_B \sqrt{L(L+1)} \text{ und} \\ |\vec{\mu}_S| &= -g_S \mu_B \sqrt{S(S+1)}. \end{aligned}$$

Das Gesamtdrehmoment $\vec{\mu}_J$ der Elektronenhülle präzediert dabei um den Gesamtdrehimpuls \vec{J} . Daher trägt stets nur der parallele Anteil dieses Drehimpulses zum magnetischen Moment bei. g_J ist also abhängig von J , S und L . Es ergibt sich

$$g_J = \frac{3,0023J(J+1) + 1,0023(S(S+1) - L(L+1))}{2J(J+1)} \quad (2)$$

Wird ein äußeres Magnetfeld angelegt, so spaltet sich die aus J, S und L resultierende Feinstruktur der Energieniveaus weiter auf. Dies ist in Abbildung 1 zu sehen. Bei Anlegen eines äußeren Magnetfeldes wird also über den Zeeman-Effekt jedes Energieniveau in $2J + 1$ Unterniveaus aufgespalten. Es gilt

$$U_{\text{mag}} = -\vec{\mu}_J \cdot \vec{B} \quad (3)$$

Hieraus folgt eine Richtungsquantelung der Energie:

$$U_{\text{mag}} = g_J \mu_B B \cdot M_J, \quad M_J \in [-J, J] \quad (4)$$

Die Anzahl der so entstehenden Niveaus ist abhängig von dem Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle J. Wenn nun der Kernspin I eines Atoms $\neq 0$ ist koppelt dieser an den Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle zu einem Gesamtdrehimpuls F. Dies führt zu einer weiteren Aufspaltung: der Hyperfeinstruktur-Aufspaltung. Durch den Zeeman-Effekt spalten sich dann diese Niveaus in $2F + 1$ Unterniveaus $M_F \in [-F, F]$ auf. Dabei ist der Kernspin der Gesamtdrehimpuls eines Atomkerns um seinen Schwerpunkt.

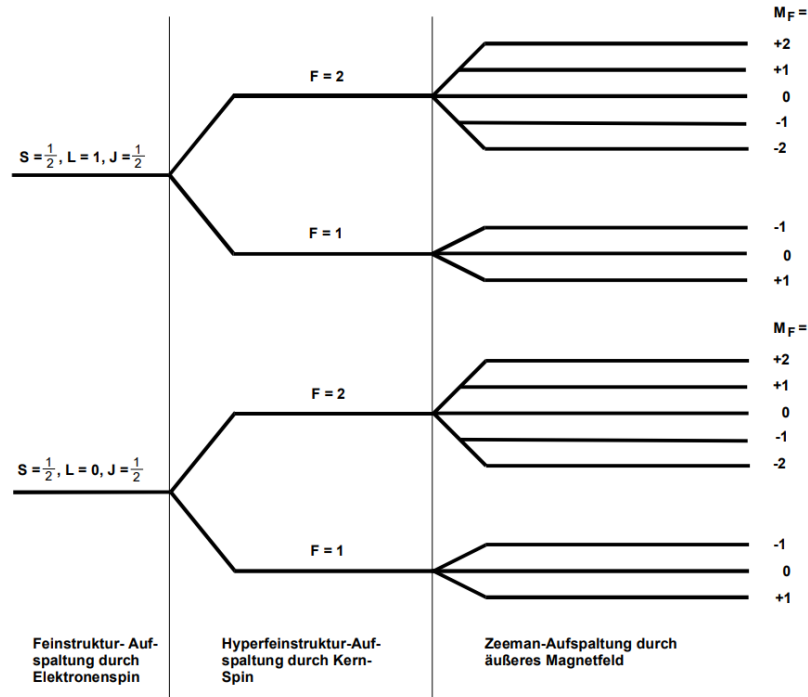


Abbildung 1: Aufspaltung der Energieniveaus innerhalb eines Atomes. Dargestellt sind die Feinstrukturaufspaltung durch den Elektronenspin, die Hyperfeinstrukturaufspaltung durch den Kernspin, sowie die Zeeman-Aufspaltung durch ein äußeres Magnetfeld. [TuD18]

1.2 Optisches Pumpen

Die beiden in diesem Versuch betrachteten Rubidium-Isotope haben beide einen Kernspin $I \neq 0$. Das Verfahren des optischen Pumpens wird anhand eines Beispiel-Systems betrachtet. Es handelt sich dabei zunächst vereinfacht um ein Alkali-Atom ohne Kernspin \vec{I} . Der Grundzustand ist der Zustand $^2S_{1/2}$. Angeregte Zustände sind $^2P_{1/2}$, sowie $^2P_{3/2}$. Die

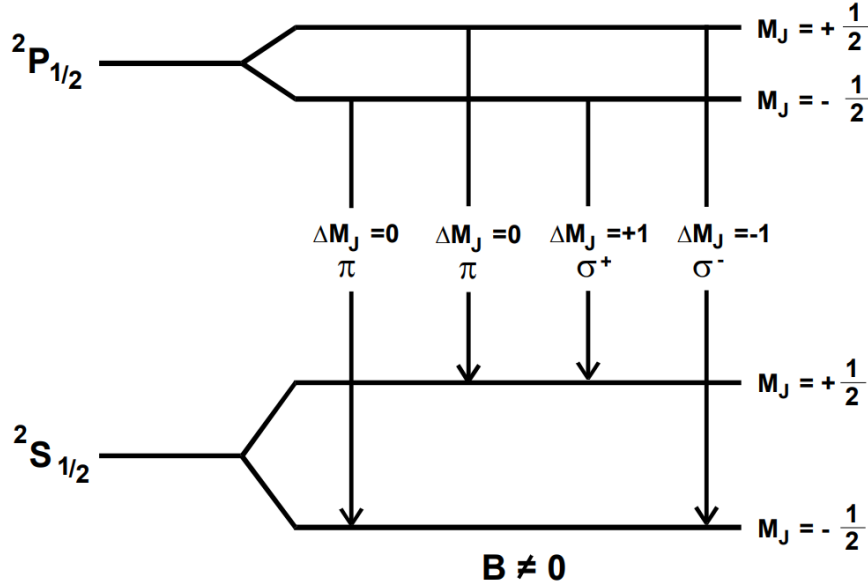


Abbildung 2: Aufspaltung der S - und P -Niveaus eines Beispiel-Atomes. Rechts: Zeeman-Aufspaltung des $^2P_{1/2}$ - sowie des $^2S_{1/2}$ -Niveaus. [TuD18]

Energieniveaus, sowie deren Aufspaltung im Magnetfeld sind in Abbildung 2 skizziert. Das bei den rechts skizzierten Übergängen emittierte Licht besitzt spezielle Polarisations-eigenschaften. Das σ^+ -Licht ist rechtszirkular polarisiert (also $\vec{s} \uparrow \downarrow \vec{k}$), während das σ^- -Licht linkszirkular polarisiert ist (also $\vec{s} \uparrow \uparrow \vec{k}$). Beide Linien erscheinen nur parallel zum Magnetfeld in dieser Polarisation und sonst linear polarisiert. Die π -Linien hingegen sind linear polarisiert und werden nicht parallel zum Magnetfeld abgestrahlt, da es sich hierbei um Dipolstrahlung handelt. Abbildung 3 zeigt den schematischen Aufbau der verwendeten Apparatur. Eine Spektrallampe strahlt Licht in die Apparatur ein. Aus diesem Licht wird mit Hilfe eines D_1 -Filters und eines Polarisationsfilters rechtszirkular polarisiertes D_1 -Licht. Der einzige mögliche Energieübergang innerhalb der Atome in der Dampfzelle ist somit derjenige von $^2S_{1/2}$ (mit $M_J = -1/2$) zu $^2P_{1/2}$ (mit $M_J = +1/2$), sowie umgekehrt durch spontane Emission. Beim rückwärtigen Prozess werden allerdings beide Zeeman-Niveaus des $^2S_{1/2}$ -Niveaus besetzt, sodass im Laufe der Zeit das Niveau $^2S_{1/2}$ (mit $M_J = +1/2$) angereichert und das $^2S_{1/2}$ -Niveau (mit $M_J = -1/2$) „leerpumpt“ wird. Dies hat eine Umkehr der Besetzung im S -Niveau zur Folge. Experimentell beobachten lässt sich diese Entwicklung über die Transparenz des Dampfes für Licht,

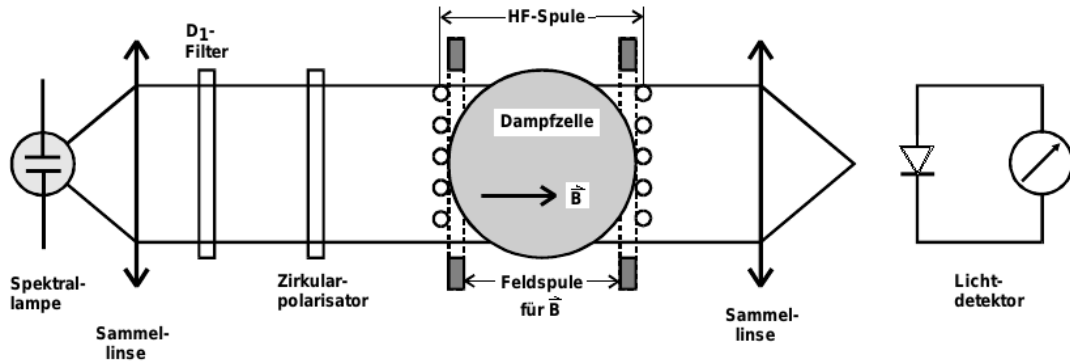


Abbildung 3: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus [TuD18].

wie in Abbildung 4 veranschaulicht. Wird Licht (einer bestimmten Energie) von dem

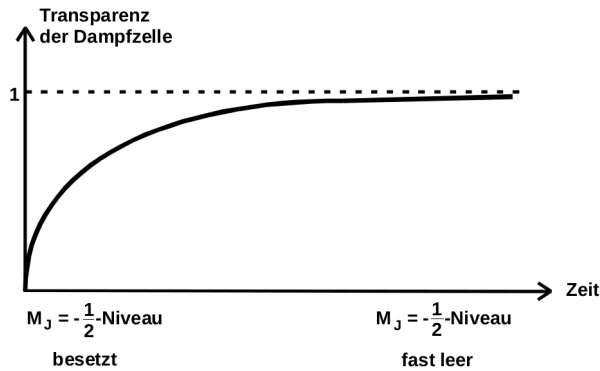


Abbildung 4: Verlauf der Transparenz der Dampfzelle in Abhängigkeit der Zeit. Das $M_J = -1/2$ -Niveau wird „leergepumpt“ [TuD18].

Dampf absorbiert, so heißt dies, dass Elektronen im Gas angeregt werden und dabei die Photonen absorbieren. Dies ist natürlich nur möglich, wenn sich Elektronen in dem unteren Energieniveau dieser Anregungen befinden. Je weniger Elektronen sich in diesem Niveau befinden, desto unwahrscheinlicher ist eine Absorption des Photons und desto transparenter erscheint das Gas.

Es treten zwei Prozesse zur Abregung, also zur Emission von Photonen aus den Gasatomen, auf. Bei der spontanen Emission begibt sich ein Elektron auf ein niedrigeres Energieniveau und gibt dabei ein Photon der Energiedifferenz ab. Bei der induzierten Emission verursacht ein eingestrahltes Photon den beschriebenen Prozess, sodass hierbei zwei Photonen emittiert werden. Diese gleichen sich in Energie, Polarisation und Impulsvektor. Welcher dieser beiden Prozesse überwiegt, hängt von der Energie der Photonen ab. Die Übergangswahrscheinlichkeit für spontane Emission ist proportional zu ν^3 , und damit bei großen Frequenzen ausschlaggebend. Bei kleineren Energien, wie etwa denen

bei Zeeman-Übergängen kommt es quasi nur zu induzierter Emission. Dabei nimmt dann die Transparenz der Dampfdruckkurve ab. Dies wird auch Resonanzfall genannt. Dies kann also sehr gut zur Vermessung dieser Übergänge verwendet werden. Die Energiedifferenzen zwischen den Zeeman-Niveaus ist abhängig von der Stärke des angelegten Magnetfeldes:

$$h\nu = g_J \mu_B B \Delta M_J \quad (5)$$

Durch Einschalten des Magnetfeldes und Entstehen der Zeeman-Aufspaltung beginnt das oben beschriebene Pumpen durch spontane Emission bis eine Besetzungsumkehrung eintritt. Wenn allerdings das Magnetfeld den Wert

$$B_m = \frac{4\pi m_0}{e_0 g_J} \nu \quad (6)$$

annimmt entspricht die Größe der Zeeman-Aufspaltung genau der Energie von EM-Wellen mit einer Frequenz ν , welche von einer RF-Spule erzeugt werden. Dadurch setzt eine induzierte Emission ein, sodass die Besetzungsinversion wieder zerfällt. Das B-Feld kann bei dem Versuch mit einer Sweep-Spule variiert werden, welche ein weiteres horizontales Magnetfeld erzeugt. Die Transparenz wird also nachdem sie ihrem Maximum zustrebte plötzlich wieder kleiner, wenn der oben beschriebene Wert erreicht wird, Abbildung 5. Dabei ist zu sehen, dass es einen negativen Nullpeak gibt. Dieser kommt dadurch zu Stande, dass dort kein Zeeman Aufspaltung stattfindet. Dadurch gibt es kein optisches Pumpen.

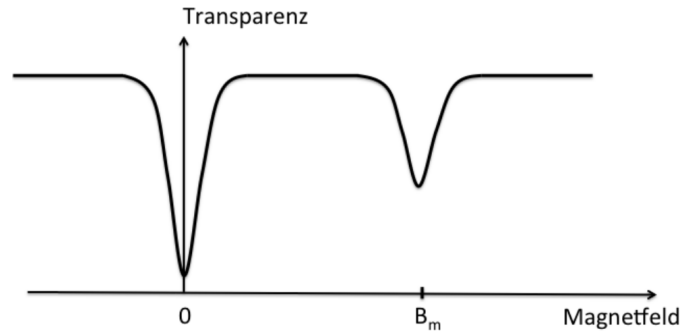


Abbildung 5: Verlauf der Transparenz der Dampfzelle in Abhängigkeit des äußeren Magnetfeldes [TuD18].

1.3 Der Einfluss des Kernspins auf das Rubidium-Atom

Rubidium hat einen Kernspin, der verschieden von 0 ist. Dadurch ändert sich die Formel (2) zu

$$g_F = g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} \quad (7)$$

und die Formel (4) zu

$$U_{HF} = g_F \mu_B B. \quad (8)$$

1.4 Der quadratische Zeeman-Effekt

Die Aufspaltung der Zeeman-Niveaus verhält sich allerdings nicht für alle Magnetfeldstärken wie in Gleichung (8) erkennbar. Für große Magnetfelder werden höhere Ordnungen in Abhängigkeit des Magnetfeldes relevant, sodass die Zeeman-Aufspaltung durch

$$U_{\text{HF}} = g_F \mu_B B + g_F^2 \mu_B^2 B^2 \frac{(1 - 2M_F)}{\Delta E_{\text{Hy}}} - \dots \quad (9)$$

für einen Übergang von M_F nach M_{F+1} beschrieben wird. Dabei ist ΔE_{Hy} die Energiedifferenz der Hyperfeinstrukturaufspaltung zwischen den Niveaus F und $F + 1$. Hier werden nun neben den Wechselwirkungen der magnetischen Momente mit dem äußeren Magnetfeld auch diese zwischen den magnetischen Momenten berücksichtigt.

2 Durchführung

2.1 Der Versuchsaufbau

Abbildung 3 zeigt den schematischen Aufbau der Versuchsanordnung. Ausgangspunkt des untersuchten Lichtes ist eine Spektrallampe. Dabei handelt es sich um eine Rubidiumdampf Lampe. Das Licht dieser Lampe wird über eine Sammellinse parallelisiert. Ein D1-Filter selektiert aus diesem Licht ein schmales Frequenzspektrum heraus. Dabei handelt es sich um die D1-Linie des Rubidiums, welche eine Wellenlänge von etwa $\lambda = 794,8 \text{ nm}$ besitzt. Durch einen Polarisationsfilter wird das Licht linear polarisiert, um anschließend durch ein $\lambda/4$ -Plättchen zirkular polarisiert zu werden.

Das nun hinreichend präparierte Licht fällt anschließend auf eine Dampfzelle. Diese ist mit Rubidiumgas gefüllt und elektrisch beheizbar. Die Temperaturerhöhung sorgt dafür, dass die thermische Verteilung der Energie breiter ist, sowie zur Regulierung des Dampfdruckes innerhalb der Zelle. Die Zelle befindet sich innerhalb mehrerer Helmholtzspulenpaare. Ein Paar ist horizontal ausgerichtet (Horizontalfeldspule), während das zweite Paar vertikal ausgerichtet ist. Dazu geschaltet ist eine Modulationsfeldspule (Sweep-Spule), die ebenfalls horizontal ausgerichtet ist. Alle Spulen lassen sich einzeln über die Feldströme steuern. Zusätzlich zu den Helmholtzspulen besitzt die Apparatur auch eine RF-Spule. Mit dieser lassen sich elektromagnetische Wellen bestimmter Frequenz erzeugen, die für die induzierte Emission verwendet werden. Nachdem das Licht die Dampfzelle passiert hat wird es durch eine Sammellinse wieder fokussiert und anschließend von einem Lichtdetektor vermessen. Dazu wird ein Si-Photoelement verwendet, welches das Licht in ein elektrisches Signal wandelt. Dieses wird durch ein Oszilloskop eingelesen und dargestellt. Zur Abschirmung von Außenlicht wird der gesamte Messaufbau während der Messung mit einer schwarzen Stoffdecke abgedunkelt.

2.2 Die Versuchsdurchführung

Da es sich hierbei um einen optischen Aufbau mit mehreren optischen Elementen handelt, muss die Apparatur zunächst so eingestellt werden, dass das vermessene Licht eine

maximale Intensität aufweist. Dazu wird der Polarisationsfilter sowie das $\lambda/4$ -Plättchen zunächst aus dem Strahlengang entfernt, alle „Gain“-Knöpfe werden auf 1 gestellt und die Zeitkonstante auf 100 ms gesetzt. Anschließend werden die beiden Sammellinsen so im Strahlengang platziert, dass sich die Brennpunkte bei der Spektrallampe bzw. bei dem Lichtdetektor befinden. Da die Magnetfeldstärken der verwendeten Spulen in der Größenordnung des Erdmagnetfeldes liegen, muss dieses möglichst kompensiert werden. Dazu wird der gesamte Versuchsaufbau entlang der optischen Achse in Nord-Süd-Richtung ausgerichtet. Dies dient zur Kompensation der horizontalen Komponente des Magnetfeldes. Die vertikale Komponente wird durch die Vertikalspule ausgeglichen. Dazu wird der Spulenstrom solange variiert, bis der auf dem Oszilloskop dargestellte Bereich des Nullpeaks eine minimale Breite aufweist. Zur Verringerung des Einflusses äußeren Lichtes wird der Aufbau nun durch eine schwarze Stoffdecke abgeschirmt. Zur Vermessung der Zeeman-Aufspaltung wird über die RF-Spule stufenweise ein äußeres hochfrequentes Magnetfeld angelegt (100 kHz bis 1 MHz). Dieses wird über eine Sinusspannung an einem HF-Generator erzeugt. Ziel ist es, die in Abbildung 5 dargestellten „dips“ auf dem Oszilloskop zu untersuchen. Dazu werden für verschiedene Frequenzen an der RF-Spule die Magnetfeldstärke im Resonanzfall, welcher sich durch minimale Transparenz der Dampfzelle erkennen lässt, gemessen.

3 Auswertung

3.1 Fehlerrechnung

Für die Fehlerrechnung sowie den mathematischen Teil der Auswertung wird auf PYTHON zurückgegriffen:

Regressionen sowie deren Fehler wurden durch die NUMPY [Oli07] Funktion CURVE-FIT durchgeführt. Grafiken wurden mit MATPLOTLIB [Hun07] erstellt. Fehlerfortpflanzung wird durch die Bibliothek UNCERTAINTIES [Leb] automatisiert.

3.2 Messwerte

Für die Potenziometerskalen sind die Umrechnungsfaktoren vorgegeben. Bei der Sweepspule sowie der Vertikalfeldspule beträgt er 0,1 A pro Umdrehung und bei der Horizontalfeldspule sind es 0,3 A pro Umdrehung.

Tabelle 1: Die Stromstärken an Sweep- und Horizontalfeldspule im Resonanzfall für beide Isotope.

f in kHz	Sweepspule		Horizontalfeld	
	I _{1,S} in mA	I _{2,S} in mA	I _{1,H} in mA	I _{2,H} mA
100	614	734	0	0
201	364	604	60	60
300	136	496	90	90
401	157	638	105	105
500	182	770	120	120
602	418	477	120	165
700	419	604	135	180
800	444	528	150	210
900	477	438	165	240
1000	486	577	180	255

Das B-Feld eines Helmholtzspulenpaares berechnet sich nach:

$$B = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \cdot \frac{N}{R} \cdot I \quad (10)$$

Dabei ist N die Anzahl an Windungen pro Spule, R der mittlere Radius und I die Stromstärke. Die Daten der verwendeten Spulen sind in Tabelle 2 gegeben. Für μ_0 wird der bei Scipy [JOP+] hinterlegte Wert verwendet.

Tabelle 2: Daten der Spulen.

Spule	N	R in m
Sweep	11	0,1639
Horizontal	154	0,1579
Vertikal	20	0,11735

Damit lassen sich die gemessenen B-Felder bestimmen:

Tabelle 3: Die Messwerte umgerechnet B-Feldstärke.

f in kHz	B-Feld	
	B_1 in μT	B_2 in μT
100	37,1	44,3
201	74,6	89,1
300	87,1	108,9
401	101,6	130,6
500	116,2	151,7
602	130,5	173,5
700	143,7	194,3
800	158,3	216,0
900	173,5	236,9
1000	187,2	258,4

3.3 Bestimmung des lokalen Erdmagnetfeldes

Beim ersten Plotten und Fitten fällt auf, dass fast alle Werte auf einer Geraden liegen. Die ersten Messwerte, bei denen die Stromstärke an der Horizontalfeldspule noch bei 0 liegt, reißen jedoch stärker aus. Wir wissen, dass beim minimieren des Horizontalfeldes die Skala am Potenziometer nicht genau 0 angezeigt hat, wir aber 0 notiert haben. Im weiteren Verlauf haben wir uns dann immer exakt an die Skala gehalten, weshalb es wahrscheinlich zu einem systematischen Fehler kam, der sich in einer konkreten Differenz in den Messwerten darstellt. Dieser Umstand betrifft jedoch lediglich die Bestimmung des Erdmagnetfeldes, da für die weiteren Auswertungsaufgaben die Steigung von Bedeutung ist. Wir schätzen den Fehler auf etwa 0,085 auf der Potenziometerskala, was einer Stromstärke von 25,5 mA und einem Magnetfeld von $\approx 22,4 \mu\text{T}$ entspricht. Die Vermutung wird dadurch unterstützt, dass die beiden ersten Werte nach der Korrektur sehr gut auf den Geraden liegen. Es lässt sich allerdings noch nicht feststellen, ob der Fehler bei den ersten beiden Werten liegt oder ob die Skala generell zu viel anzeigt. Schließlich werden die Werte in Tabelle 4 linear an

$$y = m \cdot x + b \quad (11)$$

gefittet.

Tabelle 4: Für Abbildung 6 verwendete B-Felder.

f in kHz	ursprüngliche Messung		Werte mit Korrektur	
	B ₁ in μ T	B ₂ in μ T	B ₁ in μ T	B ₂ in μ T
100	37,1	44,3	59,4	66,7
201	74,6	89,1	52,2	66,7
300	87,1	108,9	64,8	86,5
401	101,6	130,6	79,2	108,2
500	116,2	151,7	93,9	129,3
602	130,5	173,5	108,1	151,1
700	143,7	194,3	121,3	171,9
800	158,3	216,0	136,0	193,7
900	173,5	236,9	151,1	214,5
1000	187,2	258,4	164,8	236,1

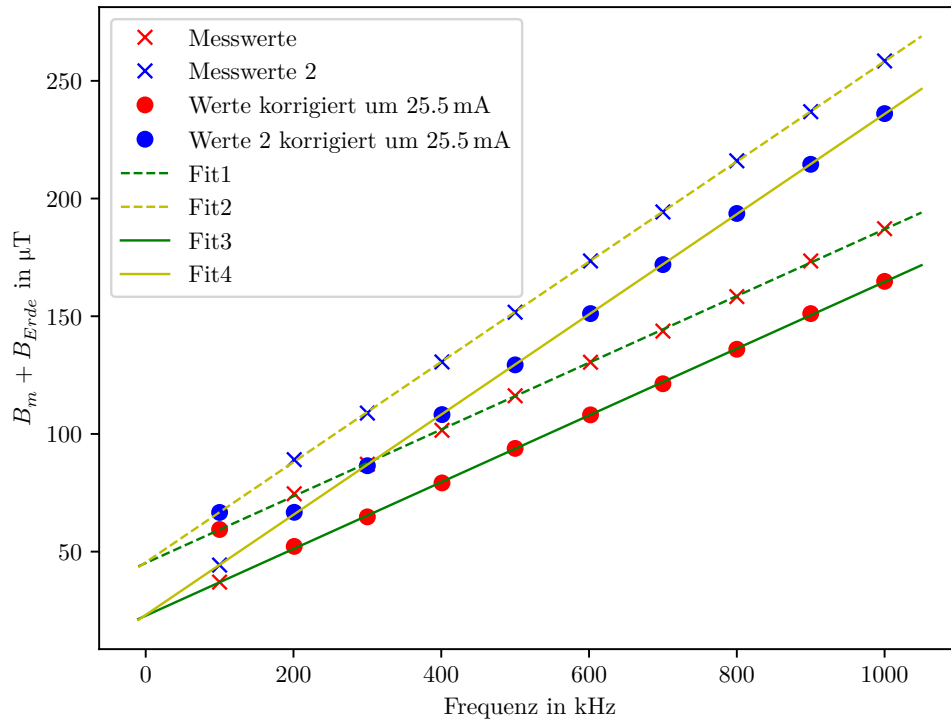


Abbildung 6: Messwerte und korrigierte Werte mit Fit.

Für Fit 1 und Fit 2 wurde durch die korrigierten Werte bei 100 kHz und die ursprünglichen Messwerte von 200 bis 1000 kHz gefittet. Für Fit 3 und Fit 4 wurde durch die ursprünglichen Werte bei 100 kHz und die korrigierten Werte bei 200 bis 1000 kHz gefittet. Die Fitparameter stehen in Tabelle 5.

Tabelle 5: Fitparameter.

Fit	m	b
1	$(0,1418 \pm 0,0006) \mu\text{T/kHz}$	$(45,1 \pm 0,4) \mu\text{T}$
2	$(0,2128 \pm 0,0004) \mu\text{T/kHz}$	$(45,5 \pm 0,3) \mu\text{T}$
3	$(0,1418 \pm 0,0006) \mu\text{T/kHz}$	$(22,8 \pm 0,4) \mu\text{T}$
4	$(0,2128 \pm 0,0004) \mu\text{T/kHz}$	$(23,1 \pm 0,3) \mu\text{T}$

Der y-Achsenabschnitt b entspricht der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes. Für die Vertikalkomponente wurde am Potenziometer der Vertikalfeldspule ein Wert von 2,24 abgelesen. Das entspricht einer Stromstärke von 224 mA. Damit ergibt sich ein Magnetfeld von $34,3 \mu\text{T}$.

Die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes liegt in Dortmund/Deutschland knapp unter $20 \mu\text{T}$ und die Vertikalkomponente bei $45 \mu\text{T}$ [Pot18].

3.4 Landé g_F und Kernspin der Rubidium Isotope

Für die Berechnung der Landé-Faktoren werden die ursprünglichen Messwerte verwendet und die beiden Werte bei 100 kHz vernachlässigt. Durch die restlichen Werte wird wie zuvor linear gefittet. Die Fitergebnisse sind in Abbildung 7 zu sehen und die Fitparameter stehen in Tabelle 6.

Tabelle 6: Fitparameter.

Fit	m	b
1	$(0,1419 \pm 0,0008) \mu\text{T/kHz}$	$(45,1 \pm 0,5) \mu\text{T}$
2	$(0,2127 \pm 0,0005) \mu\text{T/kHz}$	$(45,5 \pm 0,3) \mu\text{T}$

Die Energie der von der RF-Spule erzeugten Photonen beträgt $h \cdot f$. Wobei h die Plank-Konstante ist. Für diese wird wieder der Wert von Scipy [JOP+] verwendet. Durch Einsetzen, von $h \cdot f$ für U_{HF} in Formel (8), und Umformen ergibt sich:

$$B = \frac{h}{g_F \mu_B} \cdot f \quad (12)$$

Damit folgt:

$$m = \frac{h}{g_F \mu_B} \quad (13)$$

Und schließlich:

$$g_F = \frac{h}{m\mu_B} \quad (14)$$

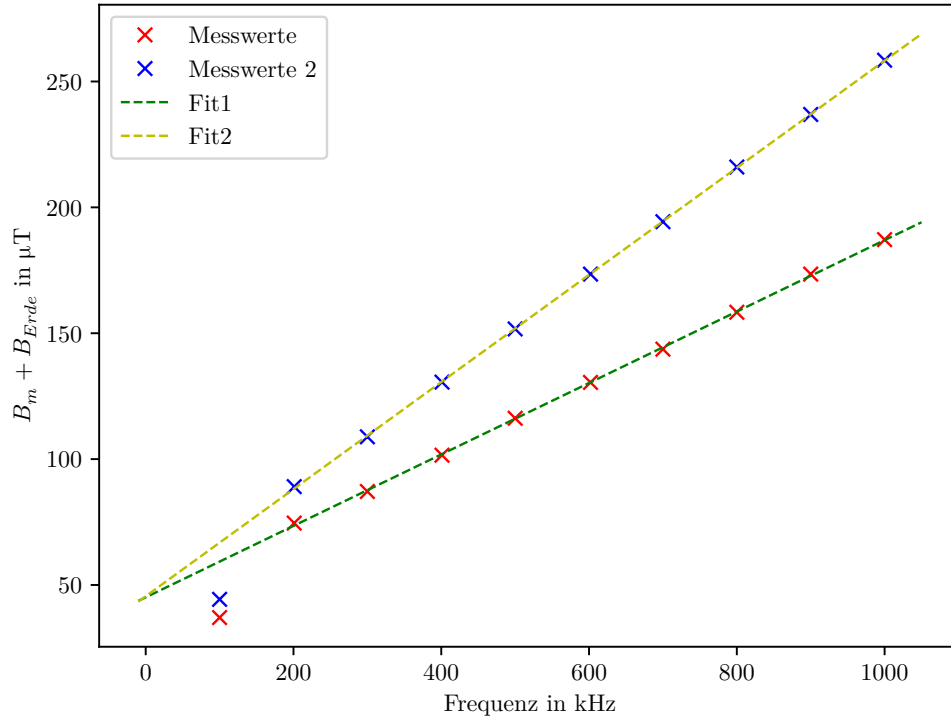


Abbildung 7: Messwerte mit Fit.

Für das bohrsche Magneton wir ebenfalls der Wert von Scipy [Sci18] verwendet. Damit ergeben sich für die beiden Isotope folgende g_F :

$$g_{F_1} = 0,504 \pm 0,003$$

$$g_{F_2} = 0,3359 \pm 0,0008$$

Da Rubidium zu den Alkali-Metallen gehört besitzt die Elektronenhülle lediglich einen Gesamtspin von $J = \frac{1}{2}$. Dabei ist $S = \frac{1}{2}$ und $L = 0$. In Formel (2) eingesetzt ergibt sich damit: $g_J = 2,0023$.

Wenn nun in Formel (7) F durch $I + J$ ersetzt wird (mit $J = \frac{1}{2}$) und anschließend die Formel auf I umgeformt wird, folgt durch Einsetzen von g_F und g_J der Kernspin I der Isotope:

$$I = \frac{\frac{g_J}{g_F} - 1}{2} \quad (15)$$

$$I_1 = 1,49 \pm 0,01$$

$$I_2 = 2,48 \pm 0,01$$

Literaturwerte dafür sind [wik18]:

$$I_{87\text{Rb}} = \frac{3}{2}$$

$$I_{85\text{Rb}} = \frac{5}{2}$$

Damit ist offenbar Isotop I_2 (das untere in Abbildung 7) ^{87}Rb und Isotop I_1 (das obere) ^{85}Rb .

3.5 Abschätzung des quadratischen Zeeman-Effektes

Für die Abschätzung des quadratischen Zeeman-Effektes werden der lineare und der quadratische Teil in Formel (9) einzeln für die bestimmten Werte von g_F und für die sich, aus den Parametern des 1.Fits (für 100 kHz) und aus den Parametern des 2.Fits (für 1000 kHz) ergebenden B-Feldern berechnet. Dabei wirken die beiden Werte der B-Felder als obere und untere Grenze. Zusätzlich wird für ^{87}Rb $M_F = 2$ verwendet, was sich aus dem Kernspin und dem Spin des Elektrons ergibt und für $F = 2$ dem maximal möglichen Energieniveau entspricht. Genau so wird für ^{85}Rb $M_F = 3$ verwendet. Die Energiedifferenz der Hyperfeinstruktur ΔE_{Hy} ist in der Anleitung mit $\Delta E_{\text{Hy}} = 4,53 \cdot 10^{-24} \text{ J}$ für ^{87}Rb und $\Delta E_{\text{Hy}} = 2,01 \cdot 10^{-24} \text{ J}$ für ^{85}Rb gegeben. Die Ergebnisse stehen in Tabelle 7.

Tabelle 7: Linearer und quadratischer Zeeman-Effekt.

	^{87}Rb	^{85}Rb
lin (59,3 μT)	$(2,77 \pm 0,02) \cdot 10^{-28} \text{ J}$	$(1,847 \pm 0,004) \cdot 10^{-28} \text{ J}$
lin (258,3 μT)	$(12,06 \pm 0,07) \cdot 10^{-28} \text{ J}$	$(8,04 \pm 0,02) \cdot 10^{-28} \text{ J}$
quad (59,3 μT)	$(-5,08 \pm 0,06) \cdot 10^{-32} \text{ J}$	$(-8,48 \pm 0,04) \cdot 10^{-32} \text{ J}$
quad (258,3 μT)	$(-9,6 \pm 0,1) \cdot 10^{-31} \text{ J}$	$(-1,610 \pm 0,008) \cdot 10^{-30} \text{ J}$

Der Einfluss des quadratischen Zeeman-Effektes liegt also maximal in einer Größenordnung von 10^{-30} J und ist damit zwei bis vier Größenordnungen kleiner als der des linearen Zeeman-Effektes.

3.6 Ausdruck des Signalbildes und Bestimmung des Isotopenverhältnisses

Auf dem Ausdruck wird zunächst per Lineal die Tiefe der beiden Transparenzminima bestimmt. Sie ist proportional zu der in der Probe vorhandenen Menge des jeweiligen Isotops. Somit wird der jeweilige Anteil des Isotops an der Summe der beiden Isotope berechnet.

Tabelle 8: Größe der Minima und prozentuale Anteile der Isotope.

	^{87}Rb	^{85}Rb
Minimum	2,4 cm	5,1 cm
Anteil in %	32	68
Naturwert [Sei18] [wik18]	27,83	72,17
Abweichung in %	15	−6

4 Diskussion

Insgesamt liefert der Versuch, abgesehen von der Messung des Erdmagnetfeldes, gute Ergebnisse. Auch nach der Korrektur des systematischen Fehlers bei der Berechnung des Erdmagnetfeldes liegt der Wert für die Horizontalkomponente mit $(22,8 \pm 0,4) \mu\text{T}$ bzw. $(23,1 \pm 0,3) \mu\text{T}$ noch $\approx 3 \mu\text{T}$ über dem Soll. Die berechnete Vertikalkomponente mit $34,3 \mu\text{T}$ sogar $\approx 11 \mu\text{T}$ unter dem Literaturwert. Somit liegen noch weitere systematische Fehler vor. Möglicherweise besitzt die Vertikalfeldspule ebenfalls einen Fehler im Potenziometer. Zusätzlich war das Einstellen des Feldes nur mit begrenzter Genauigkeit möglich, da sich die optimale Einstellung nur schwierig über die breite des Minimums bestimmen ließ. Eine weitere mögliche Fehlerquelle ist, dass der Tisch möglicherweise nicht ganz waagerecht ausgerichtet war und dadurch dann die Vertikalkomponente etwas schwächer und die Horizontalkomponente etwas stärker wahrgenommen wurden.

Der ermittelte Kernspin ist bei beiden Isotopen mit $1,49 \pm 0,01$ und $2,48 \pm 0,01$ sehr dicht an dem Literaturwert.

Bei der Abschätzung des quadratischen Zeeman-Effektes ist deutlich zu erkennen, dass dieser hier nur eine kleine Rolle spielt, da die Aufspaltung bei den von uns betrachteten Magnetfeldern zwei bis vier Größenordnungen kleiner ist.

Das Isotopenverhältnis in der Probe ist nah an dem natürlichen Verhältnis. Die Abmessung ist hier allerdings auch mit einer gewissen Ungenauigkeit verbunden, da die Strichdicke in der Aufnahme einen Ablesefehler nicht unwahrscheinlich macht. Tendenziell scheint die Probe aber leicht mit ^{87}Rb angereichert zu sein.

Literatur

- [Hun07] John D. Hunter. „Matplotlib: A 2D Graphics Environment“. Version 1.4.3. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 90–95. URL: <http://matplotlib.org/>.
- [JOP+] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u.a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.16.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [Leb] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 2.4.6.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/>.
- [Oli07] Travis E. Oliphant. „NumPy: Python for Scientific Computing“. Version 1.9.2. In: *Computing in Science & Engineering* 9.3 (2007), S. 10–20. URL: <http://www.numpy.org/>.
- [Pot18] Helmholtz Centre Potsdam. *IGRF Declination Calculator*. 28. Mai 2018. URL: <http://isdg.gfz-potsdam.de/geomagnetism/igrf-declination-calculator/>.
- [Sci18] Scipy. *Constants*. 28. Mai 2018. URL: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/constants.html>.
- [Sei18] Thomas Seilnacht. *Periodensystem: Rubidium*. 31. Mai 2018. URL: <http://www.seilnacht.com/Lexikon/37Rubid.htm>.
- [TuD18] Tu-Dortmund. *Versuch 21: Optisches Pumpen*. 28. Mai 2018. URL: http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/FP/SKRIPT/V21n_TeachSpin_new.pdf.
- [wik18] wikipedia. *Rubidium*. 31. Mai 2018. URL: <https://de.wikipedia.org/wiki/Rubidium>.