

### 13.21 Aufgabe: Berechnung großer Potenzen

Berechnen Sie  $27^{41}$  in der Arithmetik modulo 77.

- a) durch wiederholtes Quadrieren
- b) mit Hilfe des Satzes von Euler.

1a)

$$27^{41} \bmod 77$$

In Binär  $41=101001$

$$27^0 = 1$$

$$27^1 = 1 * 1 * 27 = 27 \pmod{77}$$

$$27^{10} = 27 * 27 = 729 \bmod 77 = 36$$

$$27^{100} = 36 * 36 = 900 + 36 + 180 + 180 = 1296 \bmod 77 = 64$$

$$27^{101} = 27 * 64 = 1728 \bmod 77 = 34$$

$$27^{1010} = 34 * 34 = 1156 \bmod 77 = 1$$

$$27^{10100} = 1 * 1 = 1 \pmod{77}$$

$$27^{101000} = 1 * 1 = 1 \pmod{77}$$

$$27^{101001} = 1 * 27 = 27 \pmod{77}$$

Ergebnis ist 27

b)

Nr: Primdarstellung  $77=7*11$ , d.h.  $\sigma(77) = (7-1)*(11-1)=60$

$$27^{41} = 27^{40} * 27^1 = 1 * 27 = 27$$

Ergebnis: 27