



BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL  
FAKULTÄT FÜR  
*MATHEMATIK UND NATURWISSENSCHAFTEN*  
FACHGRUPPE PHYSIK

MASTER PRAKTIKUM

## FP3

# Hyperfeinstruktur und Isotopieverschiebung von Thallium

Alexander Adam 1946255

Felix Orda 1948680

Philip Rouenhoff 1620118

### Abstract

Im Rahmen dieses Versuches wird die Hyperfeinstrukturaufspaltung (HFSA) der grünen Thallium-Linie ( $\lambda = 535 \text{ nm}$ ) mithilfe eines Fabry-Pérot-Interferometers (FPI) untersucht. Für die HFSA werden charakteristische Wellenzahlen von  $\Delta\nu_{b \rightarrow d} = (175,18 \pm 4,55) \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$  für  $^{203}\text{Tl}$  und für  $^{205}\text{Tl}$  eine von  $\Delta\nu_{a \rightarrow c} = (185,53 \pm 4,29) \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$  gemessen, für die Isotopieaufspaltung zwischen  $^{203}\text{Tl}$  und  $^{205}\text{Tl}$  Werte von  $\Delta\nu_{a \rightarrow b} = (65,37 \pm 3,87) \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$  und  $\Delta\nu_{c \rightarrow d} = (54,35 \pm 3,29) \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ .

Die Finesse des FPI wird anhand der Messergebnisse auf  $\mathcal{F} = 173,9 \pm 24,1$  bestimmt.

Betreuer: Dr. Marisa Sandhoff

Durchgeführt am: 26. Feb. 2024

Vorgesehene Protokollabgabe: 04. Mär. 2024

Abgabedatum: 03. Mär. 2024

Bewertung Protokoll	max. %	+/-	erreicht %
Formales	6		
Einleitung & Theorie	6		
Durchführung			
Auswertung			
phys. Diskussion	33		
Zusammenfassung			
Qualität der Messung	15		

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>4</b>
2.1 Isotopieverschiebung . . . . .	4
2.2 Eigenschaften von Thallium . . . . .	4
2.3 Fabry-Pérot-Interferometer . . . . .	5
<b>3 Experimenteller Aufbau und Justage</b>	<b>8</b>
<b>4 Messungen und Analyse</b>	<b>10</b>
4.1 Hyperfeinstruktur und Isotopieverschiebung . . . . .	10
4.2 Finesse des FPI . . . . .	15
<b>5 Zusammenfassung</b>	<b>16</b>
<b>A Rekapitulation: Atomphysik und Spektroskopiennotation</b>	<b>17</b>
A.1 Das Wasserstoffatom . . . . .	17
A.2 Die anderen Atome und die spektroskopische Notation . . . . .	18
<b>B Vollständige Messdaten</b>	<b>19</b>
<b>C Gaußsche Fehlerfortpflanzung</b>	<b>34</b>

## Abbildungsverzeichnis

1	Pioneer-Plakette . . . . .	3
2	Termschema und Intensitäten des in diesem Versuch untersuchten Übergangs mit $\lambda = 535,1 \text{ nm}$ . . . . .	6
3	Skizzen eines FPI und der Strahlengänge darin . . . . .	7
4	Aufbau des Experimentes . . . . .	9
5	Bildaufnahmen der zwei Spiegel und des Millimeterpapiers . . . . .	10
6	Gemessene Interferenzmuster HFSA . . . . .	11
7	Beobachtetes Interferenzmuster in der Finessemessung . . . . .	15
B.1	Fits bzgl. der ersten Messung basierend auf den Daten aus Tabelle B.1 . . . . .	28
B.2	Fits bzgl. der zweiten Messung basierend auf den Daten aus Tabelle B.2 und Tabelle B.3 . . . . .	29
B.3	Fits bzgl. der dritten Messung basierend auf den Daten aus Tabelle B.4 und Tabelle B.5 . . . . .	31

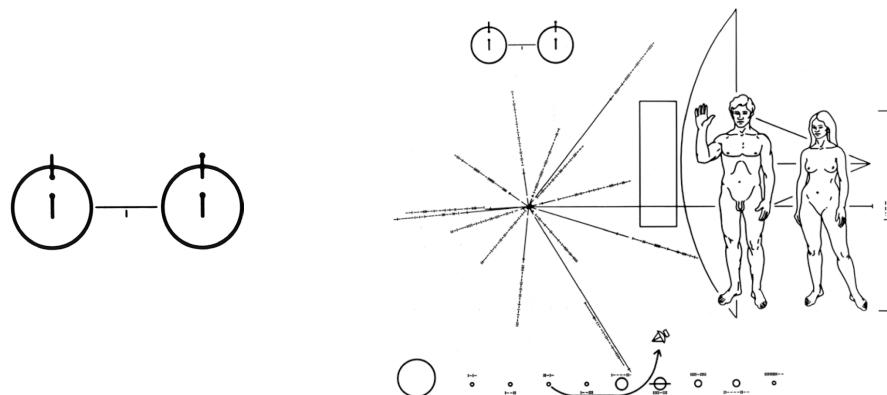
## Tabellenverzeichnis

1	Gemessene Skaleneinheiten im Rahmen der Spiegelabstandsbestimmung . . . . .	11
2	Gewichtete Mittelwerte der $\Delta\nu$ innerhalb einer Konfiguration . . . . .	13
3	Gewichtete Mittelwerte der $\Delta\nu$ . . . . .	14
A.1	Übersicht Auswahlregeln elektromagn. Dipolübergänge . . . . .	19
B.1	Messung 1 . . . . .	19
B.2	Messung 2 links . . . . .	20
B.3	Messung 2 rechts . . . . .	20
B.4	Messung 3 links . . . . .	21
B.5	Messung 3 rechts . . . . .	22
B.6	Alle bestimmten Wellenzahlendifferenzen $\Delta\nu$ . . . . .	22

# 1 Einleitung

Im Rahmen dieses Versuches wird die Hyperfeinstrukturaufspaltung (HFSA) am Beispiel von Thallium untersucht. Der optische Übergang  $7^2S_{1/2} \rightarrow 6^2P_{3/2}$ , der mit einer Wellenlänge von ca. 535 nm einzig sichtbare von neutralgeladenem Thallium, wird hierbei mithilfe eines Fabry-Pérot-Interferometers analysiert.

Während die Feinstrukturaufspaltung der Energieniveaus von Atomen durch relativistische Korrekturen und Berücksichtigung des Elektronenspins zustande kommt, wird in der HFSA auch der Spin des Atomkerns berücksichtigt. Aufgrund dessen ist die Größenordnung der Energiedifferenzen der Hyperfeinstruktur (HFS) grob 2000-mal geringer als die der Feinstruktur (also um den ungefähren Faktor zwischen Elektron- und Nukleonmasse). Bereits die Aufspaltung der Spektren aufgrund der Feinstruktur konnte zu Beginn der Spektroskopiemessungen nicht aufgelöst werden und wurde daher erst später entdeckt, womit insbesondere der Nachweis der HFS einen Meilenstein in der Atomspektroskopie darstellt. [1] Insbesondere die Vermessung und Berechnung des HFS-Übergangs von Wasserstoff stellen einen bezeichnenden Fortschritt der Physik dar. Vor allem in der (Radio-) Astronomie spielt dieser Übergang eine wichtige Rolle [1] (immerhin besteht die Materie im Universum zum Großteil aus Wasserstoff [2]) und trägt fundamental zur Erforschung des Universums bei. Auch die HFS anderer Elemente ist nach wie vor Gegenstand aktueller Forschung, beispielsweise wird gerade der in diesem Versuch untersuchte Übergang in [3] untersucht. Ferner dient insbesondere das Papier [4] von 1931 als Grundlage für diesen Versuch, eine Analyse des optischen Spektrums von Thallium, in der erstmals Unterschiede der HFSA zwischen den Isotopen erklärt werden, die sich um zwei Neutronen unterscheiden. Zuletzt wird die wissenschaftliche Bedeutung dieses Naturphänomens dadurch untermauert, dass der HFS-Übergang von Wasserstoff auf der Pioneer-Plakette wie in Abbildung 1 gezeigt dargestellt wird und dementsprechend auf einem Objekt verwendet wird, das der Kontaktaufnahme mit fremden Zivilisationen dient. [5] <sup>1</sup>



**Abbildung 1:** Links: Vergrößerung der Darstellung des Wasserstoff-HFS-Übergangs auf der Pioneer-Plakette. Rechts: Die Pioneer-Plakette. [5]

Die Struktur des Protokolls ist die Folgende: [Abschnitt 2](#) behandelt die für diesen Versuch nötige Theorie. In [Abschnitt 3](#) wird der Aufbau des Experiments erläutert, und in [Abschnitt 4](#) werden die Ergebnisse dargelegt und analysiert. Zum Schluss wird in [Abschnitt 5](#) eine kurze Zusammenfassung des Versuches gegeben.

<sup>1</sup>Allerdings sei an dieser Stelle auch angemerkt, dass die Wellenlänge dieses Übergangs von ca. 21 cm eine bequeme Maßeinheit darstellt, mit deren Hilfe andere Informationen über die Menschheit codiert wurden.

## 2 Theorie

Im Folgenden werden die theoretischen Grundlagen erläutert, die für diesen Versuch benötigt werden. Als Hauptquellen werden hierbei die Lehrbücher [1, 6, 7, 8] verwendet.

Im [Anhang A](#) ist eine Rekapitulation zur Atomphysik zu finden, in der die Entwicklungsschritte zur Erklärung von Atomspektren durchgegangen werden. Außerdem wird an die in der Atomphysik konventionelle Notation erinnert.

### 2.1 Isotopieverschiebung

In der bis zur HFS erfolgten theoretischen Entwicklung, die in [Anhang A](#) nachgezeichnet wird, wurde angenommen, dass der Kern punktförmig und unendlich schwer ist. Lässt man diese Vereinfachungen fallen, erhält man zwei Korrekturen zu den Spektren.

Eine endliche Atomkernmasse hat zur Folge, dass sich der Atomkern mit den Hüllenelektronen bewegen kann. Dies kann berücksichtigt werden, indem bei der Berechnung der Spektren anstelle der Elektronenmasse  $m_e$  die reduzierte Masse  $\mu$  von Kern und Elektron verwendet wird, also  $\mu = (1/m_e + 1/m_K)^{-1}$ . Man spricht hierbei vom *Masseneffekt*. Bei Isotopen erwartet man aufgrund der variierenden Kernmasse, also aufgrund des Masseneffektes, Unterschiede in den Spektren, allerdings vor allem für leichtere Atome.

Das endliche Kernvolumen hat ebenfalls Auswirkungen auf das Spektrum, weil die Wechselwirkung des magnetischen Moments vom Kernspin mit dem Magnetfeld, das durch die Hüllenelektronen verursacht wird, direkt vom Überlapp der Elektronenwellenfunktionen mit der Ausdehnung des Kerns abhängt. Dieser Effekt wird *Volumeneffekt* genannt. Unter Isotopen variiert die Anzahl der Neutronen, also (aufgrund der konstanten Dichte von Kernmaterie) auch das Volumen. Entsprechend erwartet man für verschiedene Isotopen auch unterschiedliche Beiträge vonseiten dieses Effektes. Vor allem für Elemente höherer Ordnungszahl ist dieser Effekt relevant, weil der Kernradius proportional zur Kubikwurzel der Massenzahl  $A$  des Kerns ist.

### 2.2 Eigenschaften von Thallium

Thallium (Tl) ist ein weiches, graues Metall mit Ordnungszahl  $Z = 81$  und Elektronenkonfiguration  $[Xe] 4f^{14} 5d^{10} 6s^2 p^1$  im Grundzustand. Da alle Unterschalen bis auf die 6p-Schale abgeschlossen sind, tragen diese nicht zu den Drehimpulsquantenzahlen eines Thalliumatoms bei. Somit sind die häufigsten, und im Folgenden relevanten, Ein-Elektronen-Anregungszustände nur durch das ungepaarte Elektron definiert.

Es gibt zwei stabile Thalliumisotope:  $^{203}\text{Tl}$  mit 29,5 % Anteil und  $^{205}\text{Tl}$  mit 70,5 % Anteil an natürlich vorkommendem Thallium [9]. Beide Isotope haben einen Kernspin von  $I = \frac{1}{2}$ , sodass die möglichen Anregungszustände identische Termsymbole haben.

Im folgenden Versuch wird der Übergang vom  $7^2\text{S}_{1/2}$ -Zustand in den  $6^2\text{P}_{3/2}$ -Zustand betrachtet, bei dem grünes Licht mit einer Wellenlänge  $\lambda = 535,1 \text{ nm}$ , Wellenzahl  $\nu = 18\,688 \text{ cm}^{-1}$  emittiert wird. Bei der Wellenzahl handelt es sich hierbei um das Inverse der Wellenlänge, es ist also  $\nu = 1/\lambda$ . Durch die Kopplung des Elektronendrehimpulses,  $J = \frac{1}{2}$  in  $7^2\text{S}_{1/2}$  bzw.  $J = \frac{3}{2}$  in  $6^2\text{P}_{3/2}$ , mit dem Kernspin  $I = \frac{1}{2}$ , kommt es zur Hyperfeinstrukturauflösung (HFSA) der Niveaus, da  $\vec{J}$  und  $\vec{I}$  antiparallel,  $F = 0$  bzw.  $F = 1$ , oder parallel,  $F = 1$  bzw.  $F = 2$ , koppeln können. Die HFSA beträgt für das P-Niveau  $\Delta\nu = 8 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$  und im S-Niveau ca.  $\Delta\nu = 400 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ , die deutlich größer ist, weil S-Wellenfunktion eine größere Aufenthaltswahrscheinlichkeit um den Ursprung haben als P-Wellenfunktionen und so die  $\vec{I} \cdot \vec{J}$ -Kopplung

größer ist, wie in [Abschnitt 2.1](#) angeschnitten wurde. Zusätzlich tritt eine Isotopieverschiebung auf, wobei von den möglichen in [Abschnitt 2.1](#) erläuterten Ursachen der Volumeneffekt der relevante ist, da Thallium ein schweres Atom ist, weshalb die Isotopieverschiebung aufgrund des Masseneffekts von deutlich geringerer Bedeutung ist.<sup>2</sup> Der relevante Effekt dessen ist, dass das  $6^2P_{3/2}(F = 1, 2)$ -Niveau von  $^{203}\text{Tl}$  mit  $\Delta\nu = 55 \text{ cm}^{-1}$  über dem von  $^{205}\text{Tl}$  liegt und dass die HFSA des  $7^2S_{1/2}$ -Zustands bei  $^{203}\text{Tl}$  etwas geringer ist.

Das Termschema des Übergangs ist mit den relevanten Größen in [Abbildung 2](#) dargestellt. Das vom  $7^2S_{1/2}(F = 0)$ -Niveau ein Übergang nur auf das  $6^2P_{3/2}(F = 1)$ - nicht aber auf das ( $F = 2$ )-Niveau stattfinden kann, liegt an den Auswahlregeln, die im Anhang in [Tabelle A.1](#) zu finden sind.<sup>3</sup>

Die Benennung der Linien wird in der kommenden Auswertung wie in [Abbildung 2](#) angegeben verwendet:

- Somit ist die Linie  $a$  die mit der größten Energie und kleinsten Wellenlänge und stammt von der Emission mit dem Ausgangsniveau  $7^2S_{1/2}(F = 1)$  vom Isotop  $^{205}\text{Tl}$  (linkes Termschema). Die eigentlich zwei verschiedenen Linien durch die HFSA des  $6^2P_{3/2}$  können in diesem Experiment nicht aufgelöst werden und fallen zusammen. (Aus diesem Grund werden auch die Intensitäten, die Zahlen an den Linien addiert.)
- Die  $b$ -Linie ist die zwei energiereichste und gehört zum Übergang vom ( $F = 1$ )-Niveau in  $^{203}\text{Tl}$ ,
- die  $c$ -Linie stammt vom ( $F = 0$ )-Niveau in  $^{205}\text{Tl}$  und
- die  $d$ -Linie ist die niederenergetischste und resultiert aus dem Übergang vom ( $F = 0$ )-Niveau in  $^{203}\text{Tl}$ .

Die für die Auswertung relevanten Größen sind die im unteren Teil der [Abbildung 2](#) und zwar, dass sich durch die Isotopieverschiebung eine Aufspaltung von  $\Delta\nu_{a\rightarrow b} = 62 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$  zwischen den Linien  $a$  und  $b$ , und eine Aufspaltung von  $\Delta\nu_{c\rightarrow d} = 55 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$  zwischen den Linien  $c$  und  $d$  ergeben. Zudem wird die Linienaufspaltung durch die HFSA zwischen  $a$  und  $c$  mit  $\Delta\nu_{a\rightarrow c} = 395 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$  betrachtet.

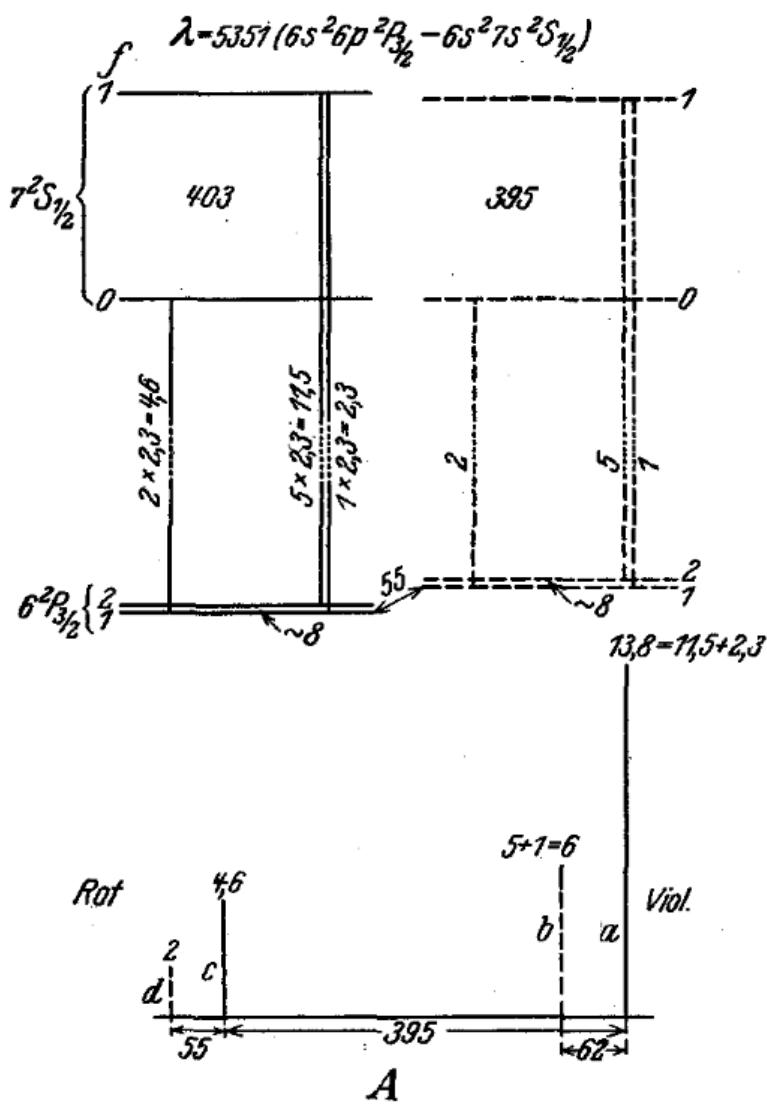
Es sollte noch erwähnt werden, dass neuere Veröffentlichungen, bspw. [3], (leicht) abweichende Werte für die Hyperfeinstruktur- und Isotopieaufspaltungen angeben. In diesem Versuch wird jedoch trotzdem die Originalveröffentlichung [4] als Referenz verwendet, da nicht davon auszugehen ist, dass die Abweichungen im Rahmen dieses Versuchs nachgewiesen und ermittelt werden können.

### 2.3 Fabry-Pérot-Interferometer

Zur Analyse der hier betrachteten optischen Übergänge wird ein Fabry-Pérot-Interferometer (FPI) benutzt. Wie in [Abbildung 3](#) zu sehen ist, besteht der wesentliche Teil eines FPI aus zwei planparallel geschliffenen Platten, die aus einem optisch transparentem Medium gefertigt sind und parallel zueinander ausgerichtet werden. Der einstellbare Abstand zwischen den Platten sei mit  $d$  bezeichnet, und auf den nach innen gewandten Seiten sind sie mit einem reflektierenden

<sup>2</sup>Das Effekt durch die Kernradien ist mit  $1 - R(^{203}\text{Tl})/R(^{205}\text{Tl}) = 1 - (203/205)^{1/3} = 3,26 \cdot 10^{-3}$  fünf Größenordnungen größer als der durch die reduzierten Massen  $1 - \mu(^{203}\text{Tl})/\mu(^{205}\text{Tl}) = 1 - \frac{m_e m_{203}}{m_e + m_{203}} \frac{m_e + m_{205}}{m_e m_{205}} = 2,64 \cdot 10^{-8}$ .

<sup>3</sup>Die Auswahlregeln können über die Drehimpulserhaltung mit einem Photonenspin von  $s_\gamma = 1$  auch hergeleitet werden, worauf hier aber verzichtet wird.

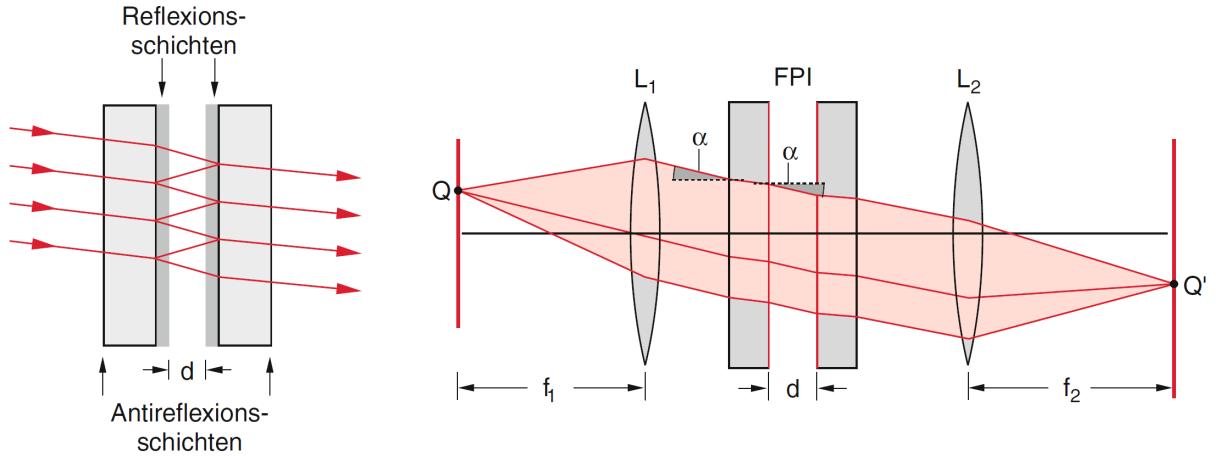


**Abbildung 2:** Oben: Termschema des in diesem Versuch untersuchten Übergangs mit  $\lambda = 535,1 \text{ nm}$  (in der Abbildung in Ångström angegeben). Das linke Schema gehört zum Isotop  $^{205}\text{Tl}$  und das rechte zu  $^{203}\text{Tl}$ . Die Niveauseparationen sind in Wellenzahlabständen  $\Delta\nu$  in der Abbildung sind in  $10^{-3} \text{ cm}^{-1}$  angegeben und die Zahlen an den Linien sind die theoretischen, relativen Intensitäten. Der Faktor 2,3 entspricht dem Isotopenverhältnis.

Unten: Die vier auftretenden Linien nach Energie (nach links steigend) geordnet und mit den theoretischen Intensitäten versehen. Die Summation an den Linien a und b findet statt, da die Linienseparation durch die zwei Endniveaus in diesem Experiment nicht aufgelöst werden kann, sodass die beiden Linien zusammenfallen und als eine erscheinen.

Abbildung entnommen aus [4].

Medium beschichtet. Fällt nun ein paralleles Strahlenbündel in das FPI ein, so werden seine Teilbündel entweder zwischen den Platten reflektiert oder durchgelassen. Das Verhältnis der Intensitäten der reflektierten und transmittierten Anteile einer reflektierenden Grenzschicht ist allgemein durch das Reflexionsvermögen  $R$  gegeben.



**Abbildung 3:** Links: Skizze der Strahlengänge innerhalb eines Fabry-Pérot-Interferometers (FPI). Eine rote Linie repräsentiert hier ein Teilbündel (siehe Text). Rechts: mithilfe von Linsen  $L_1$  und  $L_2$  wird sichergestellt, dass Strahlenbündel von einer Punktquelle  $Q$  parallel in das FPI einfallen und nach dem Austritt wieder fokussiert werden. [6]

Aufgrund der skizzierten Strahlengänge kommt es zu Interferenz. Bezeichnet  $\alpha$  den Winkel der einfallenden Strahlen, so ergibt sich für den Gangunterschied zweier benachbarter Strahlen

$$\Delta s = 2 \frac{d}{\cos(\alpha)} - 2 \sin^2(\alpha) \frac{d}{\cos(\alpha)} \quad (1)$$

$$= 2 \cos(\alpha) d. \quad (2)$$

Für konstruktive Interferenz muss dieser ein Vielfaches der Wellenlänge  $\lambda$  sein, also für  $p \in \mathbb{N}$  muss gelten

$$\Delta s = p\lambda \iff \lambda = \frac{2 \cos(\alpha) d}{p}. \quad (3)$$

Ist diese Bedingung erfüllt, erzeugen die austretenden Strahlen ein Interferenzmuster. Bei radialer Symmetrie, wie sie bei einer Punktquelle gegeben ist, hat dieses die Form von Ringen; Interferenzmaxima liefern helle Bereiche hoher Intensität, Interferenzminima dunkle.

Man nennt  $p$  die Ordnung des Interferenzmaximums. Bezeichnet  $\alpha_p$  den Winkel des Ringes der Ordnung  $p$ , gilt für den Radius  $r_p$  der Ringe  $r_p = f_2 \tan(\alpha_p)$ , wobei  $f_2$  die Brennweite der zweiten Linse bezeichnet (vgl. Abbildung 3). Nach einer Kleinwinkelnäherung dieser Relation sowie von Gleichung (3) kann mithilfe weiterer Überlegungen [7, S. 172ff.] folgender Zusammenhang für die Radien der Ringe hergeleitet werden:

$$r_p^2 = \frac{\lambda f_2^2}{\mu d} p + r_0^2, \quad (4)$$

wobei  $\mu$  den Brechungsindex des Mediums zwischen den reflektierenden Platten des FPI bezeichnet. Da dieses in unserem Fall Luft ist und  $\mu$  somit nahe bei 1 liegt [6, S.212], wird dieser im Folgenden nicht mehr berücksichtigt.

Eine wichtige Kenngröße für FPI ist die Finesse  $\mathcal{F}$ . Sie ist gegeben als Quotient des freien Spektralbereiches  $\Delta\lambda$  und der Halbwertsbreite  $\delta\lambda$  eines der oben genannten hellen Bereiche, die durch konstruktive Interferenz entstehen. Berechnen lässt sie sich sowohl über das Reflexionsvermögen  $R$  via

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \quad (5)$$

als auch über die letzte auflösbare Wellenlänge bzw. Frequenz: [10]

$$\mathcal{F} = (\pi d_{\min} \Delta\nu)^{-2}, \quad (6)$$

wobei  $d_{\min}$  der minimale Abstand ist, bei dem die Separation zweier Linien mit Wellenzahldifferenz  $\Delta\nu$  noch erkennbar ist.

Die Finesse kann als effektive Zahl der miteinander interferierenden Teilbündel gedeutet werden.

Abschließend soll noch die Formel für den Unterschied der charakteristischen Wellenzahl zwischen zwei Linien  $a$  und  $b$  genannt werden: [10]

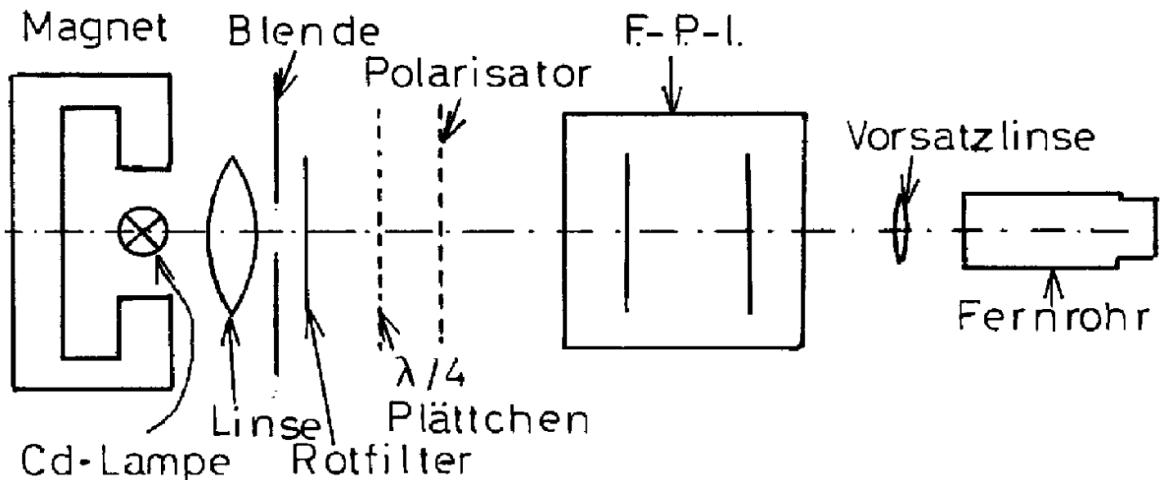
$$\nu_{\text{Linie } a \rightarrow \text{Linie } b} = \frac{1}{2dm} (r_{\text{Linie } b}^2 - r_{\text{Linie } a}^2), \quad (7)$$

wobei  $m = 2f_2^2/n_0$  konstant mit  $n_0 = 2d/\lambda$  ist [7, S.173 Gl. (4.48)]. Vergleich mit Gleichung (4) zeigt, dass der Parameter  $m$  mit der Steigung der Radienquadrate übereinstimmt.

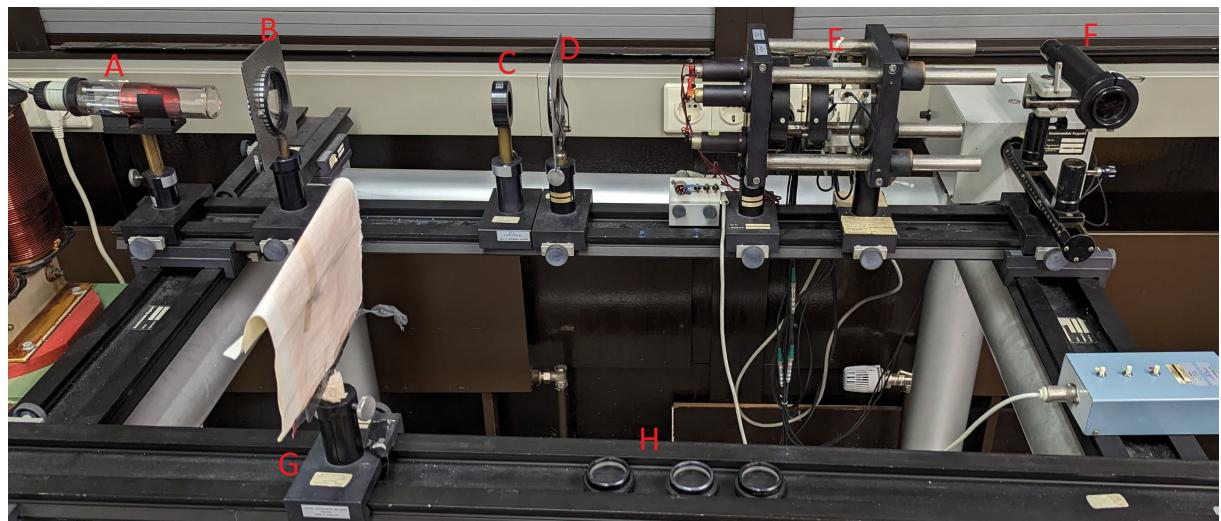
### 3 Experimenteller Aufbau und Justage

Abbildung 4 zeigt den Aufbau desjenigen Teils des Versuches, mit dessen Hilfe man die Interferenzringe der grünen Tl-Linie vermessen kann. Zur Erzeugung der Strahlung wird eine Tl-Lampe verwendet (A in Abbildung 4b). Diese stellt die Punktquelle  $Q$  aus Abbildung 3 dar, wo ebenfalls die erste Linse  $L_1$  (B) zu sehen ist, die für parallelen Strahlengang sorgt. Nach einem Grünfilter (C), der die erwartete grüne Tl-Linie herausfiltert, trifft die Strahlung auf eine Blende (D), die vor allem für die Justage des FPI verwendet wird (siehe [10]). Anschließend tritt die Strahlung in ein FPI (E) und wird danach durch eine Vorsatzlinse ( $L_2$  in Abbildung 3, innerhalb von F in Abbildung 4b) wieder fokussiert. Der Spiegelabstand  $d$  des FPI lässt sich per Hand einstellen, allerdings gibt es hierfür keine Skala. Die Orientierung der Spiegel zueinander lässt sich einerseits grob mit Motoren und feiner mit Piezo-Elementen einstellen (Bedienelement der Ersteren ist die blaue Box rechts im Vordergrund von Abbildung 4b und Bedienelement der Letzteren ist die graue Box rechts hinter F). Zur Beobachtung der Interferenzringe, nachdem das FPI eingestellt wurde, dient ein Fernrohr (F) mit einem Fokusrad für eine Feineinstellung des Abstands und einer Skala im Okular, die z.B. in Abbildung 6 zu sehen ist. Alle in genutzten Geräte und Instrumente sind auf einer optischen Schiene montiert.

Mithilfe des Fernrohrs kann auch der Spiegelabstand gemessen werden. Dazu wird das Fernrohr auf eine zweite optische Schiene montiert, die parallel zu der ersten läuft (im Vordergrund von Abbildung 4b) und eine Linse (H in Abbildung 4b) vor das Fernrohr (F) gesetzt, sodass man durch das Fernrohr auf die Spiegel schauen und diese fokussieren kann. Ist das Fernrohr auf diese scharf gestellt, lässt sich der Spiegelabstand in den Einheiten der Skala des Fernrohrs (von hier an *Skaleneinheiten*, SE) messen. In Abbildung 5a ist eine Bildaufnahme der zwei Spiegel des FPI durch das Teleskop dargestellt. Das abgebildete Bild zeigt die Spiegel in der Konfiguration für



(a) Skizze

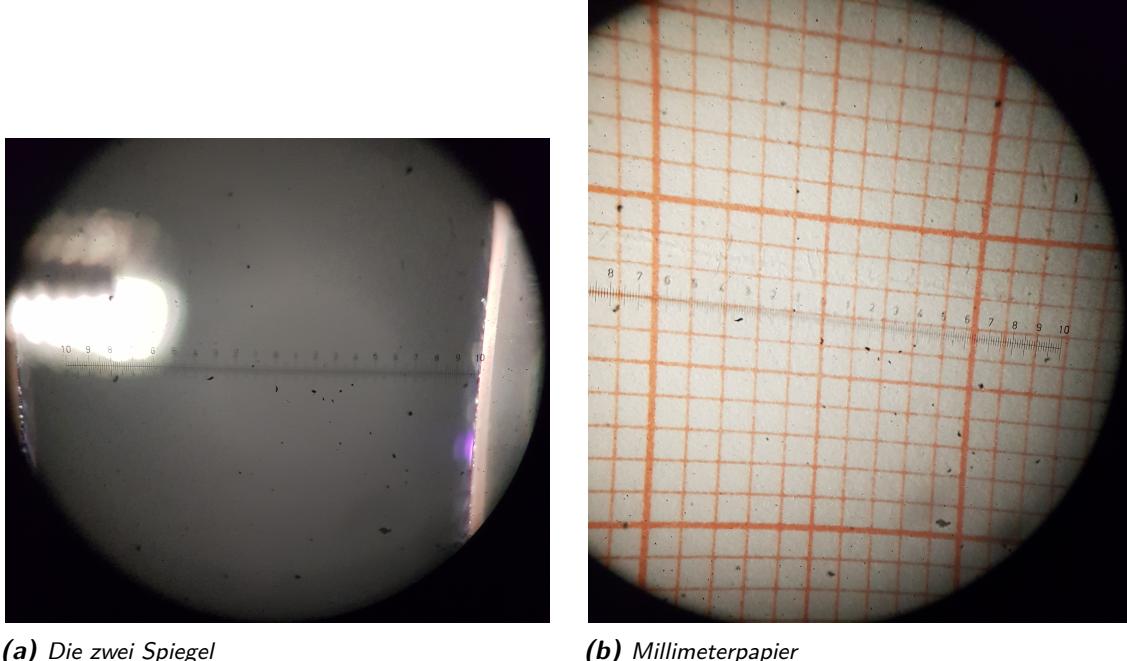


(b) Foto

**Abbildung 4:** Der Aufbau des Experiments.

- (a) Die Skizze des Versuchs vom Experiment zum Zeeman-Effekt [10]. Es ergeben sich folgende Änderungen: Hier wird nicht mit Cadmium (Cd), sondern mit Thallium (Tl) gearbeitet, und aufgrund der erwarteten Wellenlänge von 535 nm wird ein Grünfilter anstelle eines Rotfilters verwendet, dessen Position außerdem mit der Blende getauscht wird. Der Magnet wird nicht benutzt.
- (b) Ein Foto vom tatsächlich verwendeten Versuchsaufbau. Die Beschriftung der einzelnen Komponenten wird im Text erklärt.

die dritte Messung. Der Grund für die Aufnahme des Bildes ist die Ermittlung des Abstandes in Skaleneinheiten, da, wie zu erkennen ist, der Abstand größer ist als der zur Verfügung stehende Maßstab. Mit Hilfe eines Bildverarbeitungsprogramms werden die jeweiligen Abstände in Pixel gezählt, um die tatsächliche Entfernung zu extrapoliieren.



**Abbildung 5:** Bildaufnahmen der zwei Spiegel des FPI sowie des Millimeterpapier durch das Fernrohr zur Messung der Spiegelabstandes in mm; entstanden bei der dritten Messung (siehe [Abschnitt 4.1](#)).

Mit dieser Einstellung des Fernrohrs kann man nun auf ein Stück Millimeterpapier (G) schauen. Dieses wird auf einen Abstand gebracht, der es einem erlaubt, die Kästchen des Papiers scharf zu sehen (ohne die Einstellung des Fernrohrs zu verstellen), also so, dass das Millimeterpapier den gleichen Abstand zum Fernrohr hat, wie die Spiegel. So findet man das Verhältnis von SE zu mm heraus und kann mit dieser Information den Spiegelabstand in Millimetern bestimmen. [Abbildung 5b](#) zeigt einen entsprechenden Blick durch das Fernrohrs für die dritte Messung. Die Details zur genauen Justage finden sich in der Versuchsanleitung [10]. Diese muss durchgeführt werden wann immer ein neuer Spiegelabstand eingestellt wird.

## 4 Messungen und Analyse

In diesem Abschnitt werden die Messergebnisse dargelegt und deren Auswertung besprochen. [Abschnitt 4.1](#) beschäftigt sich mit der Hyperfeinstruktur und Isotopieverschiebung während in [Abschnitt 4.2](#) die Finesse des FPI ermittelt wird.

### 4.1 Hyperfeinstruktur und Isotopieverschiebung

Es wurden Interferenzmuster für drei verschiedene Spiegelabstände analysiert. Fotografien der Interferenzmuster sind in [Abbildung 6](#) abgebildet, die korrespondierenden Spiegelabstände sind in [Tabelle 1](#) gelistet. Bei der Bestimmung der Ringpositionen anhand der Skala des Fernrohres

haben alle drei Experimentatoren jeweils eine Messreihe aufgenommen, und wenn möglich, wurde zu beiden Seiten der Skala gemessen.

Bei der Messung der Spiegelabstände wurde, wie in [Abschnitt 3](#) erläutert verfahren, wobei die fehlerbehafteten Messgrößen hier jeweils die Skaleneinheiten bei der Vermessung der Spiegelabstände und eines Abschnittes von 5 mm auf dem Millimeterpapier darstellen.



(a) Konfiguration: „Normal“ (b) Konfiguration: „Dopplung“ (c) Konfiguration: „Überlapp“

**Abbildung 6:** Bilder gemessener Interferenzmuster im Rahmen der Bestimmung der HFSA und der Isotopieverschiebung in verschiedenen Konfigurationen. Links ist die erste Messung, rechts die dritte. Die Qualität der (Handy-)Bilder liefern nicht so gute Einblicke wie der Blick durch das Fernrohr selbst. Die korrespondierenden Spiegelabstände finden sich in [Tabelle 1](#).

**Tabelle 1:** Gemessene Skaleneinheiten im Rahmen der Bestimmung des Spiegelabstands  $d$  und die daraus bestimmten Spiegelabstände.

Messung Nr.	Konfiguration	$d$ in SE $\pm 0.2$	5mm in SE $\pm 0.2$	Spiegelabstand
1	Normal	15.25	9.0	$(8.47 \pm 0.22) \text{ mm}$
2	Dopplung	19.4	7.6	$(12.76 \pm 0.36) \text{ mm}$
3	Überlapp	22.3	6.5	$(17.15 \pm 0.55) \text{ mm}$
Finesse		8.0	9.0	$d_{\min} = (4.44 \pm 0.15) \text{ mm}$

In [Abbildung 6](#) ist die Aufspaltung der grünen Tl-Linie aufgrund der HFS und Isotopieverschiebung zu sehen. Insbesondere bei den Messungen 1 und 3 sieht man die Aufspaltung in jeweils vier Linien pro Ordnung. Durch Variieren des Spiegelabstandes hat sich jedoch die Reihenfolge der Linien verändert, womit die Einordnung der Linien anhand von [Abbildung 2](#) (unten) nicht trivial ist.

- Bei Messung 1 bilden vier benachbarte Linien eine Ordnung, und man kann den Linien innerhalb einer Ordnung von innen nach außen die Linien  $a$  bis  $d$  (in alphabetischer Reihenfolge) aus [Abbildung 2](#) (unten) zuordnen. Der Grund dafür ist [Gleichung \(4\)](#), laut welcher  $r_p^2 \propto \lambda \propto \nu^{-1}$  gilt - die Ringe höherer charakteristischer Wellenzahl  $\nu$  (also insbesondere die zu  $a$  gehörenden) haben also kleinere Radien als die mit kleineren Werten für

$\nu$ .<sup>4</sup> Da die Linien in der Reihenfolge  $a$  bis  $d$  sind, wird diese Konfiguration im Folgenden „Normal“ genannt.

- Bei Messung 2 sind pro Ordnung nur zwei Ringe zu erkennen. Da diese Ringe (nach Augenmaß) vergleichbare Intensitäten aufweisen, lässt sich annehmen, dass sich hier die Linien  $a$  und  $c$  sowie  $b$  und  $d$  überlagern. Zwar ist der Abstand zwischen  $a$  und  $b$  respektive  $c$  und  $d$  nicht der gleiche, allerdings ist der Unterschied gering genug, dass man bei endlicher Linienbreite von einer Überlagerung sprechen kann. Somit lässt sich folgern, dass die  $c$ - und  $d$ -Linien durch Vergrößerung des Spiegelabstandes weiter nach innen gewandert sind als die anderen beiden, sodass die  $(p - 1)$ -te Ordnung der  $c$ - und  $d$ -Linie auf der  $p$ -ten Ordnung der  $a$ - und  $b$ -Linie liegt.

Der Abstand der HFSA entspricht damit genau dem Unterschied, der durch eine Ordnung Unterschied hervorgerufen wird. Weil nur zwei Linien zu sehen sind, und eine Überlagerung stattfindet, heißt diese Konfiguration „Dopplung“.

- Aufgrund der Beobachtung aus Messung 2 ergibt sich für die dritte Messung, dass vier benachbarte Ringe von innen nach außen die Linien  $c$ ,  $d$ ,  $a$  und  $b$  zugeordnet bekommen müssen, wobei die Ordnung der  $c$ - und  $d$ -Linien um eins geringer ist als die der anderen.  $a$  und  $b$  haben also bei Vergrößerung des Spiegelabstandes die Linien  $c$  und  $d$  gewissermaßen überholt. Wegen des Überlapps zweier Ordnungen heißt diese Konfiguration „Überlapp“.

Nach der erfolgten Zuordnung wird für jede Linie  $(a, b, c, d)$ , in jeder Messreihe (gegeben durch die unterschiedlichen Experimentatoren und Seiten) ein linearer Fit der Ringradienquadrate gegen die Ordnungsnummer gemäß [Gleichung \(4\)](#) durchgeführt und die Steigung  $m$  für den weiteren Gebrauch extrahiert. Die Rohdaten und die zugehörigen Fits sind in [Anhang B](#) zu finden. Durch visuelle Inspektion der Fits lässt sich sagen, dass für jeden durchgeföhrten Fit eine Gerade die passende Anpassungsfunktion ist. Während die  $\chi^2$ -Werte deutlich streuen, deutet ein Median der reduzierten  $\chi^2$  von 0,34 darauf hin, dass die selbstbestimmten Ablesefehler möglicherweise zu groß gewählt wurden, die Fits jedoch mit diesen Fehlern erfolgreich durchgeführt werden können. Der Mittelwert des reduzierten  $\chi^2$  von 4,9 lässt auf einzelne Ausreißer in Richtung größerer reduzierter  $\chi^2$ -Werte schließen. Für die erste Ordnung wurde ein Fehler von 0,15 SE, für die zweite Ordnung ein Fehler von 0,1 SE und für alle folgenden Ordnungen ein Fehler von 0,05 SE angenommen. Dies wird damit begründet, dass die Ringe für kleinere Ordnungen noch eine deutliche Ausdehnung besitzen und somit ihre Linienmitten ungenauer zu bestimmen ist. Es ist zu beachten, dass eine Drift der Schärfe und Skala, z. B. durch Temperaturänderungen, den statistischen als auch systematischen Fehler beeinflussen kann. Aus diesem Grund wurden die Messungen nach der endgültigen Einstellung der Ringe von allen Prüfern schnell abgelesen. Wie jedoch in den Rohdaten von [Tabelle B.1](#) bis [Tabelle B.5](#) zu sehen ist, variiert z.B. bereits die Startposition der Ringe, d.h. die Position des innersten Ringes, zwischen den von den Experimentatoren aufgenommenen Werten signifikant.

Hinsichtlich der systematischen Fehler gibt es eine Vielzahl möglicher Quellen, die das Ergebnis beeinflussen können. Vorab ist anzumerken, dass durch die Bestimmung der Steigung und der Differenzbildung der Radienquadrate für  $\Delta\nu$  der Einfluss systematischer Fehler, die während

---

<sup>4</sup> An dieser Stelle sei angemerkt, dass diese Zuordnung nicht ganz mit den in [Abbildung 2](#) angegebenen Intensitäten übereinstimmen. Hieraus ergäbe sich eine Zuordnung von  $c, a, d$  und  $b$  von innen nach außen, wobei dann die Ordnung von  $a, b$  um 1 größer als die von  $c, d$  sein müsste. Allerdings hat diese Zuweisung, genauso wie andere (mehr oder weniger) plausible zu Ergebnissen geführt, die in keiner Weise mit den Referenzwerten übereinstimmen und teilweise inkonsistent sind.

des Versuchs konstant und homogen verzerrend sind, begrenzt wird. Systematische Fehler, die trotz der vorstehenden Anmerkung aufgrund des Versuchsaufbaus auftreten können, sind z.B. Abbildungseffekte durch die Linsen, die das Bild verzerrn, oder die Positionierung der Skala in Bezug auf den Mittelpunkt der Kreise im Teleskop. Ein weiterer möglicher signifikanter systematischer Fehler wäre die falsche Zuordnung der beobachteten Ringe zu den entsprechenden Linien und Ordnungen. Ein Auftreten eines solchen Fehlers lässt sich durch Überprüfung der Ergebnisse auf die Plausibilität anhand der Vorhersage von theoretischen oder anderen experimentellen Resultaten eingrenzen. Zu beachten ist jedoch, dass dieser Vergleich nur qualitativ durchgeführt werden sollte, um die Unabhängigkeit der Resultate zu bewahren.

Nach dem Durchführen der Fits werden innerhalb einer Messreihe für alle Kombinationen der Linien  $a, b, c, d$  die Wellenzahldifferenzen gemäß [Gleichung \(7\)](#)

$$\Delta\nu_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{2d\bar{m}} (r_2^2 - r_1^2)$$

berechnet, wobei der zugehörige Spiegelabstand  $d$  aus [Tabelle 1](#) verwendet wird und beachtet werden muss, dass nur Radienquadrate der selben Ordnung kombiniert werden dürfen. Für die Steigung  $\bar{m}$  wird der gewichtete Mittelwert der Steigungen  $m_1$  und  $m_2$  aus den Fits für Linie 1 und 2 verwendet:

$$\bar{m} = \frac{m_1 \sigma_{m_1}^{-2} + m_2 \sigma_{m_2}^{-2}}{\sigma_{m_1}^{-2} + \sigma_{m_2}^{-2}} \quad \sigma_{\bar{m}} = \sqrt{\frac{1}{\sigma_{m_1}^{-2} + \sigma_{m_2}^{-2}}}.$$

Die so berechneten Werte sind in [Tabelle B.6](#) zu finden. Mit dem gewichteten Mittelwert über alle Messreihen einer Konfiguration folgen für die Aufspaltungen zweier Linien die Werte aus [Tabelle 2](#).

**Tabelle 2:** Gewichtete Mittelwerte der  $\Delta\nu$  innerhalb einer Konfiguration basierend auf den Daten aus [Tabelle B.6](#)

Konfiguration	Aufspaltung	$\Delta\nu/10^{-3} \text{ cm}^{-1}$
Dopplung	$a + c \rightarrow b + d$	$56,54 \pm 5,07$
	$a \rightarrow b$	$72,55 \pm 9,66$
	$a \rightarrow c$	$195,11 \pm 10,16$
	$a \rightarrow d$	$263,59 \pm 10,51$
	$b \rightarrow c$	$121,90 \pm 10,17$
	$b \rightarrow d$	$189,61 \pm 10,47$
	$c \rightarrow d$	$67,11 \pm 10,57$
Normal	$a \rightarrow b$	$64,00 \pm 4,23$
	$a \rightarrow c$	$183,45 \pm 4,73$
	$a \rightarrow d$	$235,96 \pm 4,98$
	$b \rightarrow c$	$118,96 \pm 4,87$
	$b \rightarrow d$	$171,81 \pm 5,06$
	$c \rightarrow d$	$52,98 \pm 3,46$
Überlapp	$a \rightarrow b$	$64,00 \pm 4,23$
	$a \rightarrow c$	$183,45 \pm 4,73$
	$a \rightarrow d$	$235,96 \pm 4,98$
	$b \rightarrow c$	$118,96 \pm 4,87$
	$b \rightarrow d$	$171,81 \pm 5,06$
	$c \rightarrow d$	$52,98 \pm 3,46$

Es ist direkt zu erkennen, dass die Unsicherheiten der Messergebnisse in der Konfiguration „Normal“ etwa doppelt so groß sind, wie die der beiden anderen Konfigurationen. Dies lässt sich dadurch verstehen, dass die Unsicherheiten der gemittelten Steigungen in [Tabelle B.6](#) für „Normal“ ebenfalls etwa doppelt so groß sind. Dies wiederum liegt darin begründet, dass durch

jeden Experimentator weniger Ordnungen aufgenommen wurden, sodass weniger Datenpunkte in die linearen Fits eingehen, was die Unisicherheit erhöht. Zudem wurden keine Messwerte für die zweite Seite der Skala aufgenommen, was darin begründet liegt, dass die Isotopieaufspaltung nicht im gesamten Gesichtsfeld des Fernrohrs sichtbar eingestellt werden konnte, sondern nur auf einem Teilbereich, in dem die Messung durchgeführt wurde. Somit lässt sich festhalten, dass eine Verbesserung der Genauigkeit der Konfiguration „Normal“ durch mehr Datennahme, und somit mehr Statistik, verbessert werden könnte.

In der Konfiguration „Dopplung“ findet, wie bereits erwähnt, eine Überlagerung der Linien  $a$  und  $c$  sowie  $b$  und  $d$  statt, weshalb die Aufspaltung der beiden resultierenden Linien dem Mittelwert der Isotopieaufspaltung zwischen  $a$  und  $b$  sowie  $c$  und  $d$  entsprechen sollte. Dies lässt sich auch an dem Messergebniss aus [Tabelle 2](#) bestätigen, dass mit  $\Delta\nu_{a+c \rightarrow b+d} = (56,54 \pm 5,07) \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$  zwischen den beiden Werten der Isotopieverschiebungen  $\Delta\nu_{a \rightarrow b}^{\text{Ref}} = 62 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$  und  $\Delta\nu_{c \rightarrow d}^{\text{Ref}} = 55 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$  aus dem Termschema, [Abbildung 2](#), liegt. Ebenso sind die Messergebnisse der Konfiguration „Überlapp“ für die Isotopieaufspaltung mit jeweils weniger als ein  $\sigma$  von den Referenzwerten aus [Abbildung 2](#) entfernt. Bei der Konfiguration „Normal“ liegen die Messergebnisse für die Aufspaltung  $a \rightarrow b$  und  $c \rightarrow d$  über den Referenzwerten, haben jedoch nur etwas mehr als ein  $\sigma$  Abstand von den Referenzwerten und sind somit ebenfalls passabel. Insgesamt kann festgehalten werden, dass die Isotopieaufspaltung erfolgreich nachgewiesen und die Wertebereiche der Aufspaltung bestätigt werden können.

Die Messergebnisse für die Hyperfeinstrukturaufspaltungen liegen alle deutlich unter den Referenzwerten, die sich mit  $\Delta\nu_{a \rightarrow c}^{\text{Ref}} = 395 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$  aus [Abbildung 2](#) ergeben. Die relative Abweichung für  $a \rightarrow c$  beträgt  $-50,6\%$  für die Konfiguration „Normal“ bzw.  $-53,6\%$  für „Überlapp“. Die Abweichung beträgt in Einheiten der Standardabweichung  $19,7\sigma$  bzw.  $44,7\sigma$ . Es kann jedoch bestätigt werden, dass eine weitere Aufspaltung vorhanden ist, die etwas weniger als doppelt so groß wie die Isotopieaufspaltung ist (vgl.  $\Delta\nu_{b \rightarrow c}$  mit  $\Delta\nu_{a \rightarrow b}$  bzw.  $\Delta\nu_{c \rightarrow d}$ ). Allerdings sind die Daten in sich insofern konsistent, dass die Summe der Wellenzahlen zweier Aufspaltungen in etwa dem Wert der direkt berechneten Aufspaltung entspricht, also dass z.B.  $\Delta\nu_{a \rightarrow b}^{\text{Normal}} + \Delta\nu_{b \rightarrow c}^{\text{Normal}} = (194,45 \pm 14,03) \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1} \approx \Delta\nu_{a \rightarrow c}^{\text{Normal}}$  ist. Es kann daher vermutet werden, dass die signifikante Abweichungen der Messergebnisse für die HFSA auf die bereits erwähnten möglichen Fehlerquellen zurückzuführen sind.

Nach einer Kombination der  $\Delta\nu$  der beiden Konfigurationen „Normal“ und „Überlapp“ ergeben sich als Endergebnisse des Versuchs die Werte aus [Tabelle 3](#). Damit ergibt sich für die Isotopieaufspaltung  $a \rightarrow b$  eine relative Abweichung von  $5,43\%$  vom Referenzwert  $\Delta\nu_{a \rightarrow b}^{\text{Ref}} = 62 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$  und für die Aufspaltung  $c \rightarrow d$  von  $-1,18\%$  von  $\Delta\nu_{c \rightarrow d}^{\text{Ref}} = 55 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$ . Die Endergebnisse der Hyperfeinstrukturaufspaltungen bleiben jedoch weiterhin signifikant zu niedrig.

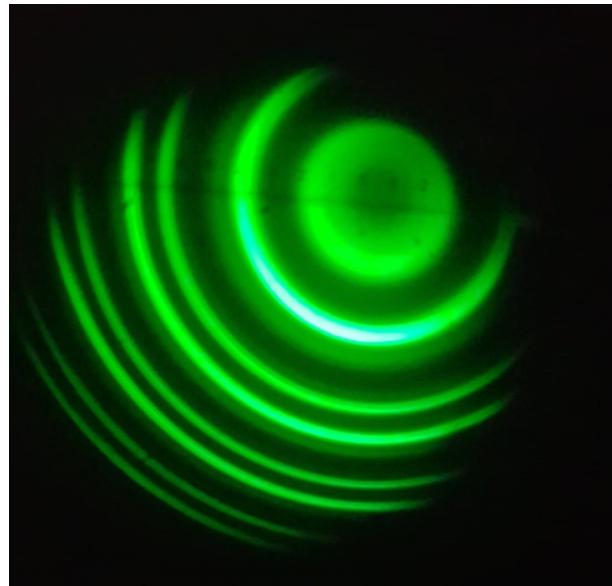
**Tabelle 3:** Gewichtete Mittelwerte der  $\Delta\nu$  basierend auf den Daten aus [Tabelle 2](#).

Aufspaltung	$\Delta\nu/10^{-3} \text{ cm}^{-1}$
$a \rightarrow b$	$65,37 \pm 3,87$
$a \rightarrow c$	$185,53 \pm 4,29$
$a \rightarrow d$	$241,02 \pm 4,50$
$b \rightarrow c$	$119,51 \pm 4,39$
$b \rightarrow d$	$175,18 \pm 4,55$
$c \rightarrow d$	$54,35 \pm 3,29$

## 4.2 Finesse des FPI

Um die Finesse des FPI zu bestimmen, wurde der minimale Spiegelabstand eingestellt, bei dem die kleinere Isotopieverschiebung  $c \rightarrow d$  gerade noch zu erkennen ist. Das Foto des zugehörigen Interferenzmusters ist in [Abbildung 7](#) abgebildet. An dieser Stelle sei angemerkt, dass die Qualität der Handy-Kamera nicht ganz erlaubt, die feine Aufspaltung der Linien wiederzugeben.

Der ermittelte minimale Spiegelabstand beträgt  $d_{\min} = (4,44 \pm 0,15)$  mm (für die Messwerte der SE siehe [Tabelle 1](#)). Somit ergibt sich unter Verwendung des Referenzwertes von  $\Delta\nu_{c \rightarrow d}^{\text{Ref}} = 55 \cdot 10^{-3}$  cm $^{-1}$  ([Abbildung 2](#)) eine Finesse von  $\mathcal{F} = 169,9 \pm 11,3$ . Im Vergleich zu Beispielen aus Lehrbüchern ([6, S. 351], [7, S. 177]) ist dies ein plausibler und hoher Wert. Mit dem in diesem Versuch bestimmten Wert von  $\Delta\nu_{c \rightarrow d}$  ergibt sich ein Wert von  $\mathcal{F} = 173,9 \pm 24,1$ .



**Abbildung 7:** Ein Bild des gemessenen Interferenzmusters im Rahmen der Bestimmung der Finesse. Die Qualität des (Handy-)Bildes liefert nicht den Einblick wie der Blick durch das Fernrohr selbst, sodass sich die Isotopieverschiebung hier nur erahnen lässt.

## 5 Zusammenfassung

Im Rahmen dieses Versuches wurde die Hyperfeinstrukturaufspaltung (HFSA) und Isotopieverschiebung im Spektrum von Thallium anhand der grünen Linie von ca.  $\lambda = 535\text{ nm}$  des optischen Übergangs  $7^2\text{S}_{1/2} \rightarrow 6^2\text{P}_{3/2}$  analysiert. Dazu wurde ein Fabry-Pérot-Interferometer (FPI) verwendet. Für die charakteristische Wellenzahl  $\Delta\nu$  der HFSA des Isotops  $^{203}\text{Tl}$  wurde ein Wert von  $\Delta\nu_{b \rightarrow d} = (175,18 \pm 4,55) \cdot 10^{-3}\text{ cm}^{-1}$ , für  $^{205}\text{TL}$   $\Delta\nu_{a \rightarrow c} = (185,53 \pm 4,29) \cdot 10^{-3}\text{ cm}^{-1}$  bestimmt. Für die Isotopieaufspaltung zwischen den Linien  $a$  und  $b$  wurde der Wert  $\Delta\nu_{a \rightarrow b} = (65,37 \pm 3,87) \cdot 10^{-3}\text{ cm}^{-1}$  gemessen und für die Aufspaltung  $c \rightarrow d$  ein Wert von  $\Delta\nu_{c \rightarrow d} = (54,35 \pm 3,29) \cdot 10^{-3}\text{ cm}^{-1}$ . Verglichen zu den erwarteten Referenzwerten der HFSA von  $395 \cdot 10^{-3}\text{ cm}^{-1}$  und  $403 \cdot 10^{-3}\text{ cm}^{-1}$  [4] weichen die ermittelten Werte um etwa einen Faktor zwei ab. Unter Berücksichtigung der zugehörigen Fehler zeigt sich, dass die Abweichung signifikant ist und die ermittelten Werte nicht kompatibel mit den Referenzwerten sind. Die ermittelten Isotopieaufspaltungen stimmen hingegen im Rahmen von ungefähr einer Standardabweichung mit den Referenzwerten aus [4] von  $62 \cdot 10^{-3}\text{ cm}^{-1}$  und  $55 \cdot 10^{-3}\text{ cm}^{-1}$ . Die prozentualen Abweichungen liegen bei 5,43 % bzw. -1,18 % und sind damit sehr gering. Die Konsistenz der Werte untereinander und die präzise Bestimmung der Isotopieverschiebung deuten darauf hin, dass die Nichtreproduzierbarkeit der Referenzwerte der HFSA auf nicht berücksichtigte systematische Fehler zurückzuführen ist. Es ist jedoch anzumerken, dass die HFSA qualitativ nachgewiesen werden konnte.

Abschließend wurde die Finesse des FPI bestimmt. Aufbauend auf der ermittelten Isotopieaufspaltung zwischen den Linien  $c$  und  $d$  ergibt sich eine Finesse von  $\mathcal{F} = 173,9 \pm 24,1$ . Legt man den Referenzwert von  $\Delta\nu_{\text{iso}}^{\text{Ref}} = 55 \cdot 10^{-3}\text{ cm}^{-1}$  zugrunde, ergibt sich eine Finesse von  $\mathcal{F} = 169,9 \pm 11,3$ .

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass sich die ermittelte Isotopieaufspaltung mit den Referenzwerten deckt, die ermittelten Werte der HFSA sich jedoch deutlich von den Referenzwerten unterscheiden. Allerdings ist es erwähnenswert, dass nicht nur die HFSA, sondern auch die Isotopieaufspaltung zweifelsfrei nachgewiesen werden konnte. In anderen Worten konnte ein statistisch signifikanter Unterschied zwischen 203 und 205 Nukleonen, der durch zwei Neutronen verursacht wird, nachgewiesen werden.

## A Rekapitulation: Atomphysik und Spektroskopienotation

In diesem Abschnitt möchten wir zur Wiederholung die Diskussion des Spektrums von Wasserstoff inklusive der zugehörigen Notation wiederholen, und wie diese Ergebnisse auf die anderen Atome erweitert werden. Die hierfür verwendete Hauptquelle ist das Lehrbuch [1].

### A.1 Das Wasserstoffatom

In der Quantenmechanik wird die Schrödingergleichung für das Coulombpotential,  $-\frac{\hbar^2}{2m_e}\Delta\psi + V_{\text{Coul}}(\vec{r})\psi = E\psi$  gelöst und die Wellenfunktion mit der des Elektrons im Wasserstoffatom identifiziert. Während der Lösung können drei Quantenzahlen identifiziert werden: (i) die Hauptquantenzahl  $n \in \mathbb{N}^+$ , von der die Energie  $E_n \propto 1/n^2$  abhängt, (ii) die Bahndrehimpulsquantenzahl  $l \in \mathbb{N}$  mit  $0 \leq l \leq n - 1$  und (iii) die magnetische Quantenzahl  $m \in \mathbb{Z}$  mit  $-l \leq m \leq +l$ . Auf diesem Stand sind die Energieeigenwerte in  $l$  und  $m$  entartet.

Durch Zusammenführung mit dem klassischen Bild ist eine Identifikation von  $l$  und  $m$  mit dem Bahndrehimpuls  $\vec{l}$  möglich, wobei  $|\vec{l}|^2 = l(l+1)\hbar^2$  ist und die  $z$ -Komponente die Erwartungswerte  $\langle l_z \rangle = m\hbar$  annehmen kann. Die Energieentartung bzgl.  $m$  wird durch die Auszeichnung einer Richtungsachse aufgehoben, wie es durch ein schwaches Magnetfeld passiert, was zum Zeeman-Effekt führt, der in einem vorhergehenden Versuch [11] betrachtet wurde

In der weiteren Entwicklung der Quantenmechanik, experimentell mit dem Stern-Gerlach-Experiment und der Deutung durch Goudsmit und Uhlenbeck, theoretisch mit der Dirac-Gleichung, wurde festgestellt, dass das Elektron einen intrinsischen Drehimpuls, den Spin  $\vec{s}$ , hat, wobei  $|\vec{s}|^2 = s(s+1)\hbar = \frac{3}{4}\hbar \implies s = \frac{1}{2} \implies s_z = \pm\frac{1}{2}$ . Der Bahndrehimpuls  $\vec{l}$  und der Spin  $\vec{s}$  koppeln dann zum Gesamtelektronendrehimpuls  $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s} \implies |\vec{j}|^2 = j(j+1)\hbar^2$ , wobei die Werte  $j = l \pm s = l \pm \frac{1}{2}$  angenommen werden können. Diese Spin-Bahn-Kopplung führt zu einer teilweisen Aufhebung der Entartung,  $E = E_{n,j}$ ,  $\Delta E \propto \vec{s} \cdot \vec{l}$ , und zur Feinstrukturaufspaltung der Atomspektren. Außerdem rufen die Drehimpulse magnetische Momente  $\vec{\mu}$  hervor, was zum Zeeman-Effekt führt.

Die nächste Weiterentwicklung ist die Einbeziehung des Kernspins  $\vec{I}$ . Wie zuvor, bei  $\vec{l}$  und  $\vec{s}$ , koppeln der Kernspin  $\vec{I}$  und der Gesamtelektronendrehimpuls  $\vec{j}$  zum Gesamtdrehimpuls  $\vec{f} = \vec{j} + \vec{I}$ , was zu einer weiteren Spektrenaufspaltung führt, der Hyperfeinstruktur. Da das durch den Kernspin hervorgerufene magnetische Moment invers proportional zur Kernmasse ist, ist die Aufspaltung der Energieniveaus aufgrund der Hyperfeinstruktur um mehrere Größenordnungen geringer als die der Feinstruktur (zur Erinnerung: ein Nukleon ist ca. 1836-mal schwerer als das Elektron). Außerdem muss beachtet werden, dass für die  $\vec{I} \cdot \vec{j}$ -Kopplung ein nichtverschwindender Überlapp der Wellenfunktion des Elektrons mit der Position des Kerns nötig ist. Dies ist nur für s-Elektronen, also für Elektronen mit  $l = 0$ , in ausreichendem Maße der Fall.

Die Atomzustände sind eindeutig durch die Quantenzahlen  $n, l, m, s, s_z, I$  und  $I_z$  klassifiziert und werden als

$$n^{2s+1}x_j(f)$$

notiert, wobei  $j \in \{|l - s|, \dots, l + s\}$ ,  $f \in \{|j - I|, \dots, j + I\}$  und  $x$  aus historischen Gründen die Bahndrehimpulsquantenzahl  $l$  beschreibt.  $x$  ist s,p,d,f,g, ... für  $l = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$  und die Werte  $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$  werden auch als K, L, M, N, O, ...-Schalen bezeichnet. Die magnetischen Quantenzahlen  $m, s_z, I_z$  werden nicht mitnotiert, da diese experimentell nicht bestimmt werden können und keinen Einfluss auf die Energie haben, wenn keine externe Richtungsauszeichnung

durch ein äußeres Magnetfeld gegeben ist. Die Zustände für  $n = 1, 2$  im Wasserstoffatom sind nach dieser Notation  $1^2S_{1/2}(f = 0, 1)$ ,  $2^2S_{1/2}(f = 0, 1)$ ,  $2^2P_{1/2}(f = 0, 1)$  und  $2^2P_{3/2}(f = 1, 2)$ .

## A.2 Die anderen Atome und die spektroskopische Notation

Ab zwei Elektronen, und damit für alle (naturalen) Atome außer Wasserstoff, sind die quantenmechanischen Gleichungen nicht analytisch lösbar, weshalb die Lösungen als Kombination der Wasserstofflösungen angesetzt werden. Um die Grundzustandskonfiguration eines Atoms zu erhalten, werden die Elektronen sukzessive nach dem sogenannten *Aufbauprinzip* in die Orbitale gefüllt. Die  $n$ -te Schale kann dabei maximal  $2n^2$  aufnehmen<sup>5</sup> und in Unterschalen, Energieniveaus mit gleichem  $n$  und  $l$  aufgeteilt werden. Durch Addition der Elektronenorbitaldrehimpulse  $\vec{l}_i$  ergibt sich der Gesamtorbitaldrehimpuls  $\vec{L} = \sum_i \vec{l}_i$ , der ebenfalls quantisiert ist. Von Interesse ist ebenfalls wieder der Wert  $L$ , aus dem die Eigenwerte  $L(L+1)\hbar^2$  von  $|\vec{L}|^2$  folgen. Analog gibt es den Gesamtspin  $S$  und den Gesamtdrehimpuls der Elektronen  $J$ . Nach der *ersten Hundschen Regel* gilt für vollständig gefüllte Unterschalen  $L = S = J = 0$ . Außerdem ergibt sich, wie beim Wasserstoffatom, die Hyperfeinstruktur durch die Kopplung des Gesamtdrehimpulses  $\vec{J}$  mit dem Kernspin  $\vec{I}$  zu  $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$  mit Quantenzahl  $F$ .

Die Elektronenkonfiguration eines Atoms wird durch die Angabe der Schale, den darin besetzten Unterschalen mit der Buchstabennotation und hochgestellt der Anzahl der Elektronen in der Unterschale notiert. Oft wird die Konfiguration als Erweiterung der letzten Edelgaskonfiguration angegeben, wobei diese mit [He], [Ne], [Ar], usw. bezeichnet werden. So ist die z.B. Konfiguration von Wasserstoff  $1s^1$ , von Kohlenstoff [He]  $2s^2 p^2$  und von Thallium [Xe]  $4f^{14} 5d^{10} 6s^2 p^1$ .

Für die Notation der Atomzustände, auch Termsymbole genannt, wird die des Wasserstoffatoms verwendet, wobei  $L$  mit Großbuchstaben  $X$  notiert wird:

$$n^{2S+1} X_J(F).$$

Die Zahl  $n$  wird hierbei in Zuständen angegeben, die nur von einem Elektron abhängen. So sind z.B. die Termsymbole für die Grundzustände von Wasserstoff  $1^2S_{1/2}$ , von Kohlenstoff  $3^3P_0$  und von Thallium  $6^2P_{1/2}(F = 0, 1)$ .<sup>6</sup>

Für eine Übersicht der erlaubten Übergänge zwischen Zuständen siehe [Tabelle A.1](#). Hier sei angemerkt, dass die Regeln für das Wasserstoffatom strenger sind und analog zur vorherigen Diskussion für allgemeine Atome weniger eindeutig werden. Sie lassen sich vor allem mithilfe der Berechnung der Dipolmatrixelemente herleiten, allerdings sind die Details der Diskussion involvierter, weshalb an dieser Stelle auf [[1](#), S. 220ff] verwiesen wird.

---

<sup>5</sup>Die maximale Besetzungszahl ist wegen des Pauli-Prinzips durch  $\#(\text{Mögl. f. } l) \cdot \#(\text{Mögl. f. } m) \cdot \#\text{Spinnmögl.}$  gegeben. Mit  $0 \leq l \leq n - 1$  gibt es  $n$  Möglichkeiten und mit  $-l \leq m \leq l$  folglich  $2l + 1$ . Insgesamt also  $\sum_{l=0}^{n-1} (2l + 1) = n^2$ . Durch die beiden Spineinstellungsmöglichkeiten kommt noch der Faktor 2 hinzu.

<sup>6</sup>Die beiden stabilen Isotope von Thallium haben beide den gleichen Kernspin  $I(^{203}\text{Tl}) = I(^{205}\text{Tl}) = \frac{1}{2}$ .

Auswahlregel	Kommentar
$\Delta L = 0, \pm 1$	Bei Atomen mit mehreren Elektronen mit $L$ - $S$ -Kopplung, und $\Delta L = 0$ nur wenn $\Delta S = 0$ , falls nicht $L = 0 \rightarrow L = 0$
$\Delta M = 0, \pm 1$	$\Delta M = 0$ für linear polarisiertes Licht $\Delta M = \pm 1$ für zirkular polarisiertes Licht
$\Delta S = 0$	Gilt v.a. für leichte Atome (geringe $L$ - $S$ -Kopplung)
$\Delta J = 0, \pm 1$	$J = 0 \rightarrow J = 0$ ist verboten
$\Delta F = 0, \pm 1$	$F = 0 \rightarrow F = 0$ ist verboten

**Tabelle A.1:** Übersicht über die Auswahlregeln für elektromagnetische Dipolübergänge zwischen Feinstruktur-niveaus. Großbuchstaben bezeichnen hierbei die Summe der jeweiligen Größe über alle Elektronen, z.B.  $L = \sum_i l_i$ . Für die Quantenzahl  $F$  gelten aufgrund der gleichen mathematischen Strukturen die gleichen Regeln wie für  $J$ . [1]

## B Vollständige Messdaten

**Tabelle B.1:** Von den Experimentatoren visuell gemessene Originaldaten für die erste Messung mit einem Spiegelabstand von  $(8,47 \pm 0,22)$  mm

Ordnung und Linie	Gemessener Ort von / SE		
	Alexander	Felix	Philip
1a	$3,50 \pm 0,15$	$3,20 \pm 0,15$	$2,90 \pm 0,15$
1b	$3,90 \pm 0,15$	$3,60 \pm 0,15$	$3,30 \pm 0,15$
1c	$4,60 \pm 0,15$	$3,85 \pm 0,15$	$4,20 \pm 0,15$
1d	$4,90 \pm 0,15$	$4,15 \pm 0,15$	$4,50 \pm 0,15$
2a	$6,30 \pm 0,10$	$5,90 \pm 0,10$	$5,60 \pm 0,10$
2b	$6,50 \pm 0,10$	$6,15 \pm 0,10$	$5,80 \pm 0,10$
2c	$6,80 \pm 0,10$	$6,70 \pm 0,10$	$6,20 \pm 0,10$
2d	$7,10 \pm 0,10$	$6,90 \pm 0,10$	$6,40 \pm 0,10$
3a	$8,00 \pm 0,05$	$7,75 \pm 0,05$	$7,40 \pm 0,05$
3b	$8,20 \pm 0,05$	$7,95 \pm 0,05$	$7,60 \pm 0,05$
3c	$8,50 \pm 0,05$	$8,30 \pm 0,05$	$7,90 \pm 0,05$
3d	$8,70 \pm 0,05$	$8,50 \pm 0,05$	$8,10 \pm 0,05$
4a		$9,20 \pm 0,05$	$8,90 \pm 0,05$
4b		$9,40 \pm 0,05$	$9,10 \pm 0,05$
4c		$9,70 \pm 0,05$	$9,40 \pm 0,05$
4d		$9,80 \pm 0,05$	$9,50 \pm 0,05$

**Tabelle B.2:** Von den Experimentatoren visuell gemessene Originaldaten für die zweite Messung mit einem Spiegelabstand von  $(12,76 \pm 0,36)$  mm, wobei die Linien links von der Mitte abgelesen wurden. Es ist zu beachten, dass bei dieser Messung aufgrund der Überlagerung keine Hyperfeinstruktur messbar ist, d.h. sowohl die Linie a&c als auch die Linie b&d werden jeweils zusammen abgelesen

Ordnung und Linie	Gemessener Ort von / SE		
	Alexander	Felix	Philip
1a+c	$0,65 \pm 0,15$	$0,50 \pm 0,15$	$0,60 \pm 0,15$
1b+d	$1,20 \pm 0,15$	$1,05 \pm 0,15$	$0,95 \pm 0,15$
2a+c	$2,80 \pm 0,10$	$2,80 \pm 0,10$	$2,65 \pm 0,10$
2b+d	$3,10 \pm 0,10$	$3,05 \pm 0,10$	$3,00 \pm 0,10$
3a+c	$4,20 \pm 0,10$	$4,15 \pm 0,10$	$4,20 \pm 0,10$
3b+d	$4,60 \pm 0,10$	$4,45 \pm 0,10$	$4,40 \pm 0,10$
4a+c	$5,40 \pm 0,05$	$5,40 \pm 0,05$	$4,85 \pm 0,05$
4b+d	$5,60 \pm 0,05$	$5,60 \pm 0,05$	$5,05 \pm 0,05$
5a+c	$6,40 \pm 0,05$	$6,40 \pm 0,05$	$5,90 \pm 0,05$
5b+d	$6,60 \pm 0,05$	$6,60 \pm 0,05$	$6,05 \pm 0,05$
6a+c		$7,30 \pm 0,05$	$7,30 \pm 0,05$
6b+d		$7,45 \pm 0,05$	$7,40 \pm 0,05$
7a+c		$8,10 \pm 0,05$	$8,10 \pm 0,05$
7b+d		$8,30 \pm 0,05$	$8,20 \pm 0,05$
8a+c		$8,90 \pm 0,05$	$8,95 \pm 0,05$
8b+d		$9,00 \pm 0,05$	$9,05 \pm 0,05$

**Tabelle B.3:** Von den Experimentatoren visuell gemessene Originaldaten für die zweite Messung mit einem Spiegelabstand von  $(12,76 \pm 0,36)$  mm, wobei die Linien rechts von der Mitte abgelesen wurden. Es ist zu beachten, dass bei dieser Messung aufgrund der Überlagerung keine Hyperfeinstruktur messbar ist, d.h. sowohl die Linie a&c als auch die Linie b&d werden jeweils zusammen abgelesen.

Ordnung und Linie	Gemessener Ort von / SE	
	Felix	Philip
1a+c	$4,15 \pm 0,15$	$4,00 \pm 0,15$
1b+d	$4,65 \pm 0,15$	$4,60 \pm 0,15$
2a+c	$6,40 \pm 0,10$	$6,35 \pm 0,10$
2b+d	$6,70 \pm 0,10$	$6,65 \pm 0,10$
3a+c	$7,85 \pm 0,10$	$7,85 \pm 0,10$
3b+d	$8,10 \pm 0,10$	$8,10 \pm 0,10$
4a+c	$9,10 \pm 0,05$	$9,05 \pm 0,05$
4b+d	$9,30 \pm 0,05$	$9,25 \pm 0,05$

**Tabelle B.4:** Von den Experimentatoren visuell gemessene Originaldaten für die dritte Messung mit einem Spiegelabstand von  $(17,15 \pm 0,55)$  mm, wobei die Linien links von der Mitte abgelesen wurden. Es ist zu beachten, dass bei dieser Messung aufgrund der Überlagerung die Linien benachbarter Ordnungen soweit verschoben sind, dass sie in der benachbarten Ordnung wiederzufinden sind. Dies erklärt die in dieser Tabelle verwendete Auflistung der Werte.

Ordnung und Linie	Gemessener Ort von / SE		
	Alexander	Felix	Philip
1c	$0,80 \pm 0,15$	$0,85 \pm 0,15$	$0,95 \pm 0,15$
1d	$1,70 \pm 0,15$	$1,65 \pm 0,15$	$1,70 \pm 0,15$
2a	$2,20 \pm 0,15$	$2,25 \pm 0,15$	$2,20 \pm 0,15$
2b	$2,75 \pm 0,15$	$2,65 \pm 0,15$	$2,75 \pm 0,15$
2c	$3,50 \pm 0,05$	$3,50 \pm 0,05$	$3,55 \pm 0,05$
2d	$3,80 \pm 0,05$	$3,80 \pm 0,05$	$3,85 \pm 0,05$
3a	$4,10 \pm 0,05$	$4,10 \pm 0,05$	$4,10 \pm 0,05$
3b	$4,40 \pm 0,05$	$4,40 \pm 0,05$	$4,40 \pm 0,05$
3c	$4,90 \pm 0,05$	$4,90 \pm 0,05$	$4,95 \pm 0,05$
3d	$5,10 \pm 0,05$	$5,15 \pm 0,05$	$5,15 \pm 0,05$
4a	$5,30 \pm 0,05$	$5,35 \pm 0,05$	$5,35 \pm 0,05$
4b	$5,60 \pm 0,05$	$5,60 \pm 0,05$	$5,60 \pm 0,05$
4c	$5,95 \pm 0,05$	$6,00 \pm 0,05$	$6,00 \pm 0,05$
4d	$6,15 \pm 0,05$	$6,15 \pm 0,05$	$6,15 \pm 0,05$
5a	$6,35 \pm 0,05$	$6,35 \pm 0,05$	$6,30 \pm 0,05$
5b	$6,55 \pm 0,05$	$6,55 \pm 0,05$	$6,55 \pm 0,05$
5c		$6,90 \pm 0,05$	$6,90 \pm 0,05$
5d		$7,10 \pm 0,05$	$7,05 \pm 0,05$
6a		$7,20 \pm 0,05$	$7,25 \pm 0,05$
6b		$7,40 \pm 0,05$	$7,45 \pm 0,05$

**Tabelle B.5:** Von den Experimentatoren visuell gemessene Originaldaten für die dritte Messung mit einem Spiegelabstand von  $(17,15 \pm 0,55)$  mm, wobei die Linien rechts von der Mitte abgelesen wurden. Es ist zu beachten, dass bei dieser Messung aufgrund der Überlagerung die Linien benachbarter Ordnungen soweit verschoben sind, dass sie in der benachbarten Ordnung wiederzufinden sind. Dies erklärt die in dieser Tabelle verwendete Auflistung der Werte.

Ordnung und Linie	Gemessener Ort von / SE	
	Felix	Philip
1c	$0,85 \pm 0,15$	$0,90 \pm 0,15$
1d	$1,65 \pm 0,15$	$1,60 \pm 0,15$
2a	$2,15 \pm 0,15$	$2,20 \pm 0,15$
2b	$2,70 \pm 0,15$	$2,70 \pm 0,15$
2c	$3,50 \pm 0,05$	$3,45 \pm 0,05$
2d	$3,80 \pm 0,05$	$3,75 \pm 0,05$
3a	$4,00 \pm 0,05$	$4,00 \pm 0,05$
3b	$4,35 \pm 0,05$	$4,35 \pm 0,05$
3c	$4,85 \pm 0,05$	$4,85 \pm 0,05$
3d	$5,05 \pm 0,05$	$5,05 \pm 0,05$
4a	$5,35 \pm 0,05$	$5,35 \pm 0,05$
4b	$5,50 \pm 0,05$	$5,50 \pm 0,05$
4c	$5,95 \pm 0,05$	$5,90 \pm 0,05$
4d	$6,10 \pm 0,05$	$6,10 \pm 0,05$
5a	$6,35 \pm 0,05$	$6,25 \pm 0,05$
5b	$6,50 \pm 0,05$	$6,50 \pm 0,05$

**Tabelle B.6:** Alle bestimmten Wellenzahlendifferenzen  $\Delta\nu$  basierend auf dem Auswertungsschema aus Abschnitt 4.1 mit den Daten aus Tabelle B.1 bis Tabelle B.5.

Konfiguration	Experimentator	Seite	Aufspaltung	Ordn.	Steigung m	$\Delta\nu/10^{-3} \text{ cm}^{-1}$
Normal	Alex	links	$a \rightarrow b$	1	$25,85 \pm 0,48$	$67,58 \pm 35,96$
Normal	Alex	links	$a \rightarrow b$	2	$25,85 \pm 0,48$	$58,45 \pm 41,38$
Normal	Alex	links	$a \rightarrow b$	3	$25,85 \pm 0,48$	$73,98 \pm 26,26$
Normal	Felix	links	$a \rightarrow b$	1	$24,99 \pm 0,31$	$64,26 \pm 34,19$
Normal	Felix	links	$a \rightarrow b$	2	$24,99 \pm 0,31$	$71,17 \pm 40,32$
Normal	Felix	links	$a \rightarrow b$	3	$24,99 \pm 0,31$	$74,18 \pm 26,31$
Normal	Felix	links	$a \rightarrow b$	4	$24,99 \pm 0,31$	$87,88 \pm 31,17$
Normal	Philip	links	$a \rightarrow b$	1	$23,74 \pm 0,29$	$61,66 \pm 32,82$
Normal	Philip	links	$a \rightarrow b$	2	$23,74 \pm 0,29$	$56,69 \pm 40,13$
Normal	Philip	links	$a \rightarrow b$	3	$23,74 \pm 0,29$	$74,59 \pm 26,46$
Normal	Philip	links	$a \rightarrow b$	4	$23,74 \pm 0,29$	$89,51 \pm 31,75$
Normal	Alex	links	$a \rightarrow c$	1	$25,71 \pm 0,50$	$204,58 \pm 40,37$
Normal	Alex	links	$a \rightarrow c$	2	$25,71 \pm 0,50$	$150,39 \pm 42,85$
Normal	Alex	links	$a \rightarrow c$	3	$25,71 \pm 0,50$	$189,43 \pm 27,50$
Normal	Felix	links	$a \rightarrow c$	1	$25,43 \pm 0,32$	$106,38 \pm 35,00$
Normal	Felix	links	$a \rightarrow c$	2	$25,43 \pm 0,32$	$234,00 \pm 41,99$

Fortsetzung auf der nächsten Seite

**Tabelle B.6:** (Fortg.) Alle bestimmten Wellenzahlendifferenzen  $\Delta\nu$ .

Konfiguration	Experimentator	Seite	Aufspaltung	Ordn.	Steigung m	$\Delta\nu/10^{-3} \text{ cm}^{-1}$
Normal	Felix	links	$a \rightarrow c$	3	$25,43 \pm 0,32$	$204,92 \pm 27,01$
Normal	Felix	links	$a \rightarrow c$	4	$25,43 \pm 0,32$	$219,38 \pm 31,67$
Normal	Philip	links	$a \rightarrow c$	1	$23,62 \pm 0,31$	$230,64 \pm 38,84$
Normal	Philip	links	$a \rightarrow c$	2	$23,62 \pm 0,31$	$176,91 \pm 42,07$
Normal	Philip	links	$a \rightarrow c$	3	$23,62 \pm 0,31$	$191,16 \pm 27,61$
Normal	Philip	links	$a \rightarrow c$	4	$23,62 \pm 0,31$	$228,64 \pm 33,02$
Normal	Alex	links	$a \rightarrow d$	1	$25,78 \pm 0,51$	$269,30 \pm 42,30$
Normal	Alex	links	$a \rightarrow d$	2	$25,78 \pm 0,51$	$245,48 \pm 44,21$
Normal	Alex	links	$a \rightarrow d$	3	$25,78 \pm 0,51$	$267,69 \pm 28,45$
Normal	Felix	links	$a \rightarrow d$	1	$25,34 \pm 0,32$	$162,69 \pm 36,93$
Normal	Felix	links	$a \rightarrow d$	2	$25,34 \pm 0,32$	$298,23 \pm 43,18$
Normal	Felix	links	$a \rightarrow d$	3	$25,34 \pm 0,32$	$283,96 \pm 28,03$
Normal	Felix	links	$a \rightarrow d$	4	$25,34 \pm 0,32$	$265,61 \pm 32,25$
Normal	Philip	links	$a \rightarrow d$	1	$23,57 \pm 0,31$	$296,57 \pm 41,15$
Normal	Philip	links	$a \rightarrow d$	2	$23,57 \pm 0,31$	$240,46 \pm 43,18$
Normal	Philip	links	$a \rightarrow d$	3	$23,57 \pm 0,31$	$271,77 \pm 28,60$
Normal	Philip	links	$a \rightarrow d$	4	$23,57 \pm 0,31$	$276,53 \pm 33,59$
Normal	Alex	links	$b \rightarrow c$	1	$25,79 \pm 0,53$	$136,22 \pm 41,66$
Normal	Alex	links	$b \rightarrow c$	2	$25,79 \pm 0,53$	$91,34 \pm 43,18$
Normal	Alex	links	$b \rightarrow c$	3	$25,79 \pm 0,53$	$114,70 \pm 27,30$
Normal	Felix	links	$b \rightarrow c$	1	$25,64 \pm 0,33$	$42,88 \pm 36,42$
Normal	Felix	links	$b \rightarrow c$	2	$25,64 \pm 0,33$	$162,70 \pm 42,14$
Normal	Felix	links	$b \rightarrow c$	3	$25,64 \pm 0,33$	$130,93 \pm 26,73$
Normal	Felix	links	$b \rightarrow c$	4	$25,64 \pm 0,33$	$131,91 \pm 31,33$
Normal	Philip	links	$b \rightarrow c$	1	$23,87 \pm 0,32$	$166,91 \pm 39,92$
Normal	Philip	links	$b \rightarrow c$	2	$23,87 \pm 0,32$	$118,69 \pm 42,13$
Normal	Philip	links	$b \rightarrow c$	3	$23,87 \pm 0,32$	$114,98 \pm 27,31$
Normal	Philip	links	$b \rightarrow c$	4	$23,87 \pm 0,32$	$137,24 \pm 32,60$
Normal	Alex	links	$b \rightarrow d$	1	$25,86 \pm 0,54$	$200,85 \pm 43,40$
Normal	Alex	links	$b \rightarrow d$	2	$25,86 \pm 0,54$	$186,24 \pm 44,37$
Normal	Alex	links	$b \rightarrow d$	3	$25,86 \pm 0,54$	$192,86 \pm 28,03$
Normal	Felix	links	$b \rightarrow d$	1	$25,55 \pm 0,34$	$98,48 \pm 38,19$
Normal	Felix	links	$b \rightarrow d$	2	$25,55 \pm 0,34$	$226,12 \pm 43,21$
Normal	Felix	links	$b \rightarrow d$	3	$25,55 \pm 0,34$	$209,03 \pm 27,57$
Normal	Felix	links	$b \rightarrow d$	4	$25,55 \pm 0,34$	$177,43 \pm 31,80$
Normal	Philip	links	$b \rightarrow d$	1	$23,82 \pm 0,33$	$231,97 \pm 42,04$
Normal	Philip	links	$b \rightarrow d$	2	$23,82 \pm 0,33$	$181,41 \pm 43,14$
Normal	Philip	links	$b \rightarrow d$	3	$23,82 \pm 0,33$	$194,54 \pm 28,11$
Normal	Philip	links	$b \rightarrow d$	4	$23,82 \pm 0,33$	$184,38 \pm 33,05$
Normal	Alex	links	$c \rightarrow d$	1	$25,68 \pm 0,57$	$65,51 \pm 46,40$
Normal	Alex	links	$c \rightarrow d$	2	$25,68 \pm 0,57$	$95,86 \pm 45,32$

Fortsetzung auf der nächsten Seite

**Tabelle B.6:** (Fortg.) Alle bestimmten Wellenzahlendifferenzen  $\Delta\nu$ .

Konfiguration	Experimentator	Seite	Aufspaltung	Ordn.	Steigung m	$\Delta\nu/10^{-3} \text{ cm}^{-1}$
Normal	Alex	links	$c \rightarrow d$	3	$25,68 \pm 0,57$	$79,08 \pm 28,09$
Normal	Felix	links	$c \rightarrow d$	1	$26,11 \pm 0,35$	$54,26 \pm 38,43$
Normal	Felix	links	$c \rightarrow d$	2	$26,11 \pm 0,35$	$61,49 \pm 43,52$
Normal	Felix	links	$c \rightarrow d$	3	$26,11 \pm 0,35$	$75,96 \pm 26,95$
Normal	Felix	links	$c \rightarrow d$	4	$26,11 \pm 0,35$	$44,08 \pm 31,20$
Normal	Philip	links	$c \rightarrow d$	1	$23,68 \pm 0,35$	$65,07 \pm 46,08$
Normal	Philip	links	$c \rightarrow d$	2	$23,68 \pm 0,35$	$62,83 \pm 44,47$
Normal	Philip	links	$c \rightarrow d$	3	$23,68 \pm 0,35$	$79,78 \pm 28,31$
Normal	Philip	links	$c \rightarrow d$	4	$23,68 \pm 0,35$	$47,12 \pm 33,35$
Überlapp	Alex	links	$a \rightarrow b$	2	$11,77 \pm 0,21$	$67,44 \pm 26,29$
Überlapp	Alex	links	$a \rightarrow b$	3	$11,77 \pm 0,21$	$63,17 \pm 15,08$
Überlapp	Alex	links	$a \rightarrow b$	4	$11,77 \pm 0,21$	$81,00 \pm 19,33$
Überlapp	Alex	links	$a \rightarrow b$	5	$11,77 \pm 0,21$	$63,91 \pm 22,72$
Überlapp	Felix	links	$a \rightarrow b$	2	$11,79 \pm 0,15$	$48,48 \pm 25,85$
Überlapp	Felix	links	$a \rightarrow b$	3	$11,79 \pm 0,15$	$63,07 \pm 15,03$
Überlapp	Felix	links	$a \rightarrow b$	4	$11,79 \pm 0,15$	$67,71 \pm 19,30$
Überlapp	Felix	links	$a \rightarrow b$	5	$11,79 \pm 0,15$	$63,81 \pm 22,67$
Überlapp	Felix	links	$a \rightarrow b$	6	$11,79 \pm 0,15$	$72,22 \pm 25,66$
Überlapp	Felix	rechts	$a \rightarrow b$	2	$11,84 \pm 0,20$	$65,68 \pm 25,60$
Überlapp	Felix	rechts	$a \rightarrow b$	3	$11,84 \pm 0,20$	$71,95 \pm 14,78$
Überlapp	Felix	rechts	$a \rightarrow b$	4	$11,84 \pm 0,20$	$40,07 \pm 18,95$
Überlapp	Felix	rechts	$a \rightarrow b$	5	$11,84 \pm 0,20$	$47,46 \pm 22,44$
Überlapp	Philip	links	$a \rightarrow b$	2	$11,86 \pm 0,15$	$66,92 \pm 26,07$
Überlapp	Philip	links	$a \rightarrow b$	3	$11,86 \pm 0,15$	$62,68 \pm 14,94$
Überlapp	Philip	links	$a \rightarrow b$	4	$11,86 \pm 0,15$	$67,28 \pm 19,18$
Überlapp	Philip	links	$a \rightarrow b$	5	$11,86 \pm 0,15$	$78,96 \pm 22,50$
Überlapp	Philip	links	$a \rightarrow b$	6	$11,86 \pm 0,15$	$72,26 \pm 25,67$
Überlapp	Philip	rechts	$a \rightarrow b$	2	$11,54 \pm 0,20$	$55,15 \pm 26,19$
Überlapp	Philip	rechts	$a \rightarrow b$	3	$11,54 \pm 0,20$	$73,85 \pm 15,18$
Überlapp	Philip	rechts	$a \rightarrow b$	4	$11,54 \pm 0,20$	$41,13 \pm 19,45$
Überlapp	Philip	rechts	$a \rightarrow b$	5	$11,54 \pm 0,20$	$64,19 \pm 22,82$
Überlapp	Alex	links	$a \rightarrow c$	2	$11,66 \pm 0,15$	$185,35 \pm 19,76$
Überlapp	Alex	links	$a \rightarrow c$	3	$11,66 \pm 0,15$	$180,10 \pm 17,15$
Überlapp	Alex	links	$a \rightarrow c$	4	$11,66 \pm 0,15$	$182,91 \pm 20,91$
Überlapp	Felix	links	$a \rightarrow c$	2	$11,72 \pm 0,12$	$178,81 \pm 19,85$
Überlapp	Felix	links	$a \rightarrow c$	3	$11,72 \pm 0,12$	$179,12 \pm 16,99$
Überlapp	Felix	links	$a \rightarrow c$	4	$11,72 \pm 0,12$	$183,53 \pm 20,93$
Überlapp	Felix	links	$a \rightarrow c$	5	$11,72 \pm 0,12$	$181,29 \pm 24,11$
Überlapp	Felix	rechts	$a \rightarrow c$	2	$11,67 \pm 0,15$	$190,60 \pm 19,49$
Überlapp	Felix	rechts	$a \rightarrow c$	3	$11,67 \pm 0,15$	$187,98 \pm 17,00$
Überlapp	Felix	rechts	$a \rightarrow c$	4	$11,67 \pm 0,15$	$169,42 \pm 20,84$

Fortsetzung auf der nächsten Seite

**Tabelle B.6:** (Fortg.) Alle bestimmten Wellenzahlendifferenzen  $\Delta\nu$ .

Konfiguration	Experimentator	Seite	Aufspaltung	Ordn.	Steigung m	$\Delta\nu/10^{-3} \text{ cm}^{-1}$
Überlapp	Philip	links	$a \rightarrow c$	2	$11,74 \pm 0,12$	$192,85 \pm 19,72$
Überlapp	Philip	links	$a \rightarrow c$	3	$11,74 \pm 0,12$	$191,11 \pm 17,21$
Überlapp	Philip	links	$a \rightarrow c$	4	$11,74 \pm 0,12$	$183,28 \pm 20,90$
Überlapp	Philip	links	$a \rightarrow c$	5	$11,74 \pm 0,12$	$196,76 \pm 24,14$
Überlapp	Philip	rechts	$a \rightarrow c$	2	$11,42 \pm 0,15$	$180,35 \pm 20,03$
Überlapp	Philip	rechts	$a \rightarrow c$	3	$11,42 \pm 0,15$	$192,10 \pm 17,39$
Überlapp	Philip	rechts	$a \rightarrow c$	4	$11,42 \pm 0,15$	$158,01 \pm 21,07$
Überlapp	Alex	links	$a \rightarrow d$	2	$11,68 \pm 0,18$	$239,70 \pm 20,85$
Überlapp	Alex	links	$a \rightarrow d$	3	$11,68 \pm 0,18$	$229,71 \pm 18,28$
Überlapp	Alex	links	$a \rightarrow d$	4	$11,68 \pm 0,18$	$243,00 \pm 22,05$
Überlapp	Felix	links	$a \rightarrow d$	2	$11,80 \pm 0,14$	$231,76 \pm 20,71$
Überlapp	Felix	links	$a \rightarrow d$	3	$11,80 \pm 0,14$	$240,04 \pm 18,21$
Überlapp	Felix	links	$a \rightarrow d$	4	$11,80 \pm 0,14$	$227,38 \pm 21,58$
Überlapp	Felix	links	$a \rightarrow d$	5	$11,80 \pm 0,14$	$249,31 \pm 25,03$
Überlapp	Felix	rechts	$a \rightarrow d$	2	$11,70 \pm 0,18$	$244,72 \pm 20,60$
Überlapp	Felix	rechts	$a \rightarrow d$	3	$11,70 \pm 0,18$	$236,87 \pm 18,14$
Überlapp	Felix	rechts	$a \rightarrow d$	4	$11,70 \pm 0,18$	$214,06 \pm 21,61$
Überlapp	Philip	links	$a \rightarrow d$	2	$11,72 \pm 0,14$	$248,27 \pm 20,81$
Überlapp	Philip	links	$a \rightarrow d$	3	$11,72 \pm 0,14$	$241,56 \pm 18,33$
Überlapp	Philip	links	$a \rightarrow d$	4	$11,72 \pm 0,14$	$228,81 \pm 21,72$
Überlapp	Philip	links	$a \rightarrow d$	5	$11,72 \pm 0,14$	$249,02 \pm 25,00$
Überlapp	Philip	rechts	$a \rightarrow d$	2	$11,56 \pm 0,18$	$232,58 \pm 20,86$
Überlapp	Philip	rechts	$a \rightarrow d$	3	$11,56 \pm 0,18$	$239,64 \pm 18,35$
Überlapp	Philip	rechts	$a \rightarrow d$	4	$11,56 \pm 0,18$	$216,56 \pm 21,87$
Überlapp	Alex	links	$b \rightarrow c$	2	$11,67 \pm 0,15$	$117,11 \pm 22,76$
Überlapp	Alex	links	$b \rightarrow c$	3	$11,67 \pm 0,15$	$116,18 \pm 16,94$
Überlapp	Alex	links	$b \rightarrow c$	4	$11,67 \pm 0,15$	$101,00 \pm 20,71$
Überlapp	Felix	links	$b \rightarrow c$	2	$11,77 \pm 0,12$	$129,52 \pm 21,96$
Überlapp	Felix	links	$b \rightarrow c$	3	$11,77 \pm 0,12$	$115,22 \pm 16,77$
Überlapp	Felix	links	$b \rightarrow c$	4	$11,77 \pm 0,12$	$114,97 \pm 20,70$
Überlapp	Felix	links	$b \rightarrow c$	5	$11,77 \pm 0,12$	$116,64 \pm 23,90$
Überlapp	Felix	rechts	$b \rightarrow c$	2	$11,53 \pm 0,16$	$125,39 \pm 22,73$
Überlapp	Felix	rechts	$b \rightarrow c$	3	$11,53 \pm 0,16$	$116,29 \pm 16,96$
Überlapp	Felix	rechts	$b \rightarrow c$	4	$11,53 \pm 0,16$	$130,26 \pm 20,98$
Überlapp	Philip	links	$b \rightarrow c$	2	$11,78 \pm 0,12$	$124,79 \pm 22,63$
Überlapp	Philip	links	$b \rightarrow c$	3	$11,78 \pm 0,12$	$127,32 \pm 16,95$
Überlapp	Philip	links	$b \rightarrow c$	4	$11,78 \pm 0,12$	$114,88 \pm 20,69$
Überlapp	Philip	links	$b \rightarrow c$	5	$11,78 \pm 0,12$	$116,55 \pm 23,88$
Überlapp	Philip	rechts	$b \rightarrow c$	2	$11,37 \pm 0,16$	$125,16 \pm 22,65$
Überlapp	Philip	rechts	$b \rightarrow c$	3	$11,37 \pm 0,16$	$117,98 \pm 17,21$
Überlapp	Philip	rechts	$b \rightarrow c$	4	$11,37 \pm 0,16$	$116,95 \pm 21,09$

Fortsetzung auf der nächsten Seite

**Tabelle B.6:** (Fortg.) Alle bestimmten Wellenzahlendifferenzen  $\Delta\nu$ .

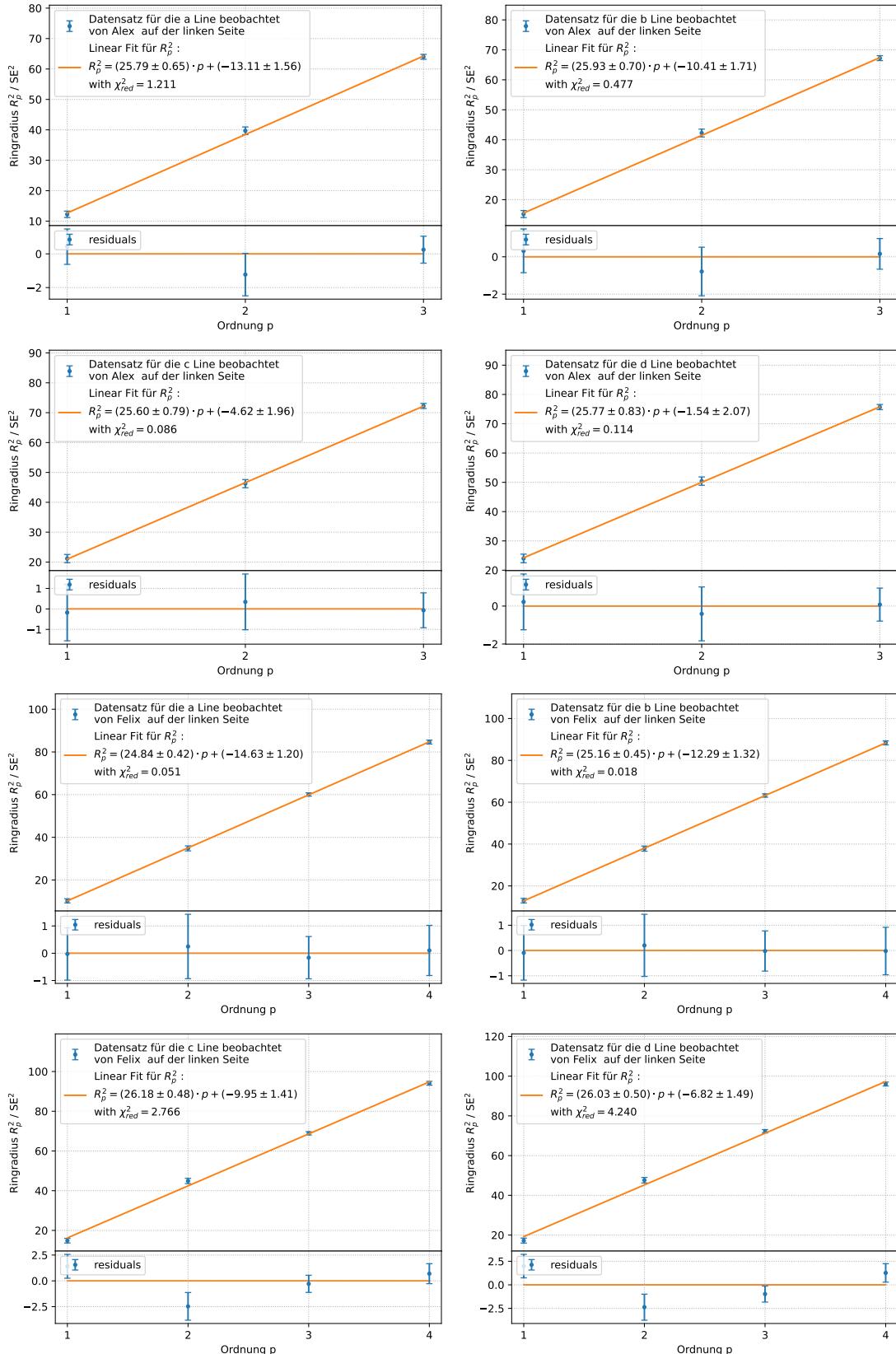
Konfiguration	Experimentator	Seite	Aufspaltung	Ordn.	Steigung m	$\Delta\nu/10^{-3} \text{ cm}^{-1}$
Überlapp	Alex	links	$b \rightarrow d$	2	$11,70 \pm 0,19$	$171,38 \pm 23,46$
Überlapp	Alex	links	$b \rightarrow d$	3	$11,70 \pm 0,19$	$165,72 \pm 17,81$
Überlapp	Alex	links	$b \rightarrow d$	4	$11,70 \pm 0,19$	$161,04 \pm 21,52$
Überlapp	Felix	links	$b \rightarrow d$	2	$11,87 \pm 0,14$	$182,24 \pm 22,53$
Überlapp	Felix	links	$b \rightarrow d$	3	$11,87 \pm 0,14$	$175,98 \pm 17,70$
Überlapp	Felix	links	$b \rightarrow d$	4	$11,87 \pm 0,14$	$158,78 \pm 21,14$
Überlapp	Felix	links	$b \rightarrow d$	5	$11,87 \pm 0,14$	$184,45 \pm 24,56$
Überlapp	Felix	rechts	$b \rightarrow d$	2	$11,50 \pm 0,19$	$181,23 \pm 23,60$
Überlapp	Felix	rechts	$b \rightarrow d$	3	$11,50 \pm 0,19$	$166,78 \pm 17,93$
Überlapp	Felix	rechts	$b \rightarrow d$	4	$11,50 \pm 0,19$	$176,41 \pm 21,77$
Überlapp	Philip	links	$b \rightarrow d$	2	$11,77 \pm 0,14$	$179,76 \pm 23,37$
Überlapp	Philip	links	$b \rightarrow d$	3	$11,77 \pm 0,14$	$177,35 \pm 17,84$
Überlapp	Philip	links	$b \rightarrow d$	4	$11,77 \pm 0,14$	$160,02 \pm 21,31$
Überlapp	Philip	links	$b \rightarrow d$	5	$11,77 \pm 0,14$	$168,37 \pm 24,52$
Überlapp	Philip	rechts	$b \rightarrow d$	2	$11,50 \pm 0,19$	$178,44 \pm 23,18$
Überlapp	Philip	rechts	$b \rightarrow d$	3	$11,50 \pm 0,19$	$166,78 \pm 17,93$
Überlapp	Philip	rechts	$b \rightarrow d$	4	$11,50 \pm 0,19$	$176,41 \pm 21,76$
Überlapp	Alex	links	$c \rightarrow d$	1	$11,62 \pm 0,14$	$56,43 \pm 14,27$
Überlapp	Alex	links	$c \rightarrow d$	2	$11,62 \pm 0,14$	$54,93 \pm 13,09$
Überlapp	Alex	links	$c \rightarrow d$	3	$11,62 \pm 0,14$	$50,16 \pm 17,82$
Überlapp	Alex	links	$c \rightarrow d$	4	$11,62 \pm 0,14$	$60,70 \pm 21,56$
Überlapp	Felix	links	$c \rightarrow d$	1	$11,77 \pm 0,11$	$49,52 \pm 13,89$
Überlapp	Felix	links	$c \rightarrow d$	2	$11,77 \pm 0,11$	$54,22 \pm 12,92$
Überlapp	Felix	links	$c \rightarrow d$	3	$11,77 \pm 0,11$	$62,21 \pm 17,72$
Überlapp	Felix	links	$c \rightarrow d$	4	$11,77 \pm 0,11$	$45,12 \pm 21,33$
Überlapp	Felix	links	$c \rightarrow d$	5	$11,77 \pm 0,11$	$69,33 \pm 24,62$
Überlapp	Felix	rechts	$c \rightarrow d$	1	$11,48 \pm 0,15$	$50,79 \pm 14,25$
Überlapp	Felix	rechts	$c \rightarrow d$	2	$11,48 \pm 0,15$	$55,62 \pm 13,26$
Überlapp	Felix	rechts	$c \rightarrow d$	3	$11,48 \pm 0,15$	$50,29 \pm 17,87$
Überlapp	Felix	rechts	$c \rightarrow d$	4	$11,48 \pm 0,15$	$45,90 \pm 21,70$
Überlapp	Philip	links	$c \rightarrow d$	1	$11,69 \pm 0,12$	$49,58 \pm 14,67$
Überlapp	Philip	links	$c \rightarrow d$	2	$11,69 \pm 0,12$	$55,38 \pm 13,20$
Überlapp	Philip	links	$c \rightarrow d$	3	$11,69 \pm 0,12$	$50,39 \pm 17,90$
Überlapp	Philip	links	$c \rightarrow d$	4	$11,69 \pm 0,12$	$45,46 \pm 21,49$
Überlapp	Philip	links	$c \rightarrow d$	5	$11,69 \pm 0,12$	$52,20 \pm 24,67$
Überlapp	Philip	rechts	$c \rightarrow d$	1	$11,41 \pm 0,15$	$44,73 \pm 14,16$
Überlapp	Philip	rechts	$c \rightarrow d$	2	$11,41 \pm 0,15$	$55,21 \pm 13,16$
Überlapp	Philip	rechts	$c \rightarrow d$	3	$11,41 \pm 0,15$	$50,61 \pm 17,98$
Überlapp	Philip	rechts	$c \rightarrow d$	4	$11,41 \pm 0,15$	$61,34 \pm 21,79$
Dopplung	Alex	links	$a + c \rightarrow b + d$	1	$10,01 \pm 0,10$	$39,84 \pm 16,07$
Dopplung	Alex	links	$a + c \rightarrow b + d$	2	$10,01 \pm 0,10$	$69,30 \pm 32,78$

Fortsetzung auf der nächsten Seite

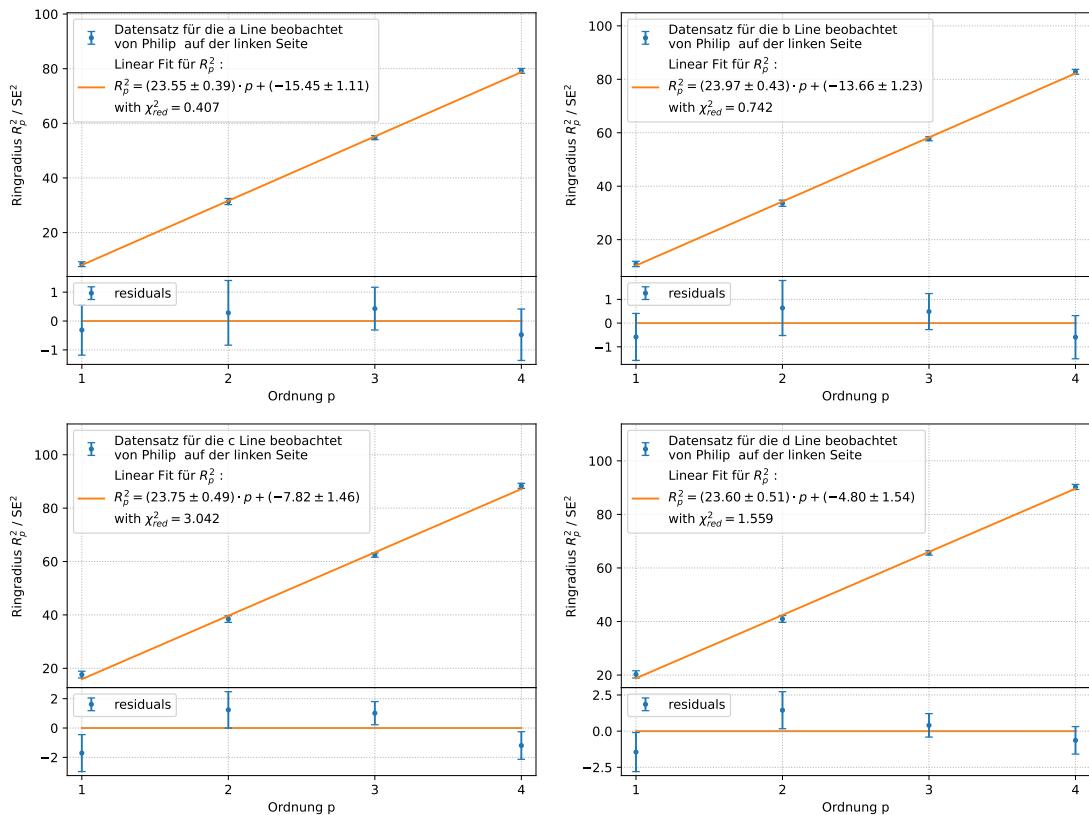
**Tabelle B.6:** (Fortg.) Alle bestimmten Wellenzahlendifferenzen  $\Delta\nu$ .

Konfiguration	Experimentator	Seite	Aufspaltung	Ordn.	Steigung m	$\Delta\nu/10^{-3} \text{ cm}^{-1}$
Dopplung	Alex	links	$a + c \rightarrow b + d$	3	$10,01 \pm 0,10$	$137,81 \pm 48,95$
Dopplung	Alex	links	$a + c \rightarrow b + d$	4	$10,01 \pm 0,10$	$86,13 \pm 30,57$
Dopplung	Alex	links	$a + c \rightarrow b + d$	5	$10,01 \pm 0,10$	$101,79 \pm 36,12$
Dopplung	Felix	links	$a + c \rightarrow b + d$	1	$10,84 \pm 0,06$	$30,81 \pm 12,64$
Dopplung	Felix	links	$a + c \rightarrow b + d$	2	$10,84 \pm 0,06$	$52,85 \pm 29,96$
Dopplung	Felix	links	$a + c \rightarrow b + d$	3	$10,84 \pm 0,06$	$93,23 \pm 44,06$
Dopplung	Felix	links	$a + c \rightarrow b + d$	4	$10,84 \pm 0,06$	$79,50 \pm 28,20$
Dopplung	Felix	links	$a + c \rightarrow b + d$	5	$10,84 \pm 0,06$	$93,95 \pm 33,33$
Dopplung	Felix	links	$a + c \rightarrow b + d$	6	$10,84 \pm 0,06$	$79,95 \pm 37,76$
Dopplung	Felix	links	$a + c \rightarrow b + d$	7	$10,84 \pm 0,06$	$118,53 \pm 42,05$
Dopplung	Felix	links	$a + c \rightarrow b + d$	8	$10,84 \pm 0,06$	$64,68 \pm 45,78$
Dopplung	Felix	rechts	$a + c \rightarrow b + d$	1	$21,56 \pm 0,36$	$79,97 \pm 34,09$
Dopplung	Felix	rechts	$a + c \rightarrow b + d$	2	$21,56 \pm 0,36$	$71,43 \pm 33,76$
Dopplung	Felix	rechts	$a + c \rightarrow b + d$	3	$21,56 \pm 0,36$	$72,48 \pm 41,07$
Dopplung	Felix	rechts	$a + c \rightarrow b + d$	4	$21,56 \pm 0,36$	$66,89 \pm 23,75$
Dopplung	Philip	links	$a + c \rightarrow b + d$	1	$10,37 \pm 0,06$	$20,50 \pm 12,75$
Dopplung	Philip	links	$a + c \rightarrow b + d$	2	$10,37 \pm 0,06$	$74,74 \pm 30,33$
Dopplung	Philip	links	$a + c \rightarrow b + d$	3	$10,37 \pm 0,06$	$65,00 \pm 46,02$
Dopplung	Philip	links	$a + c \rightarrow b + d$	4	$10,37 \pm 0,06$	$74,83 \pm 26,55$
Dopplung	Philip	links	$a + c \rightarrow b + d$	5	$10,37 \pm 0,06$	$67,74 \pm 32,00$
Dopplung	Philip	links	$a + c \rightarrow b + d$	6	$10,37 \pm 0,06$	$55,56 \pm 39,32$
Dopplung	Philip	links	$a + c \rightarrow b + d$	7	$10,37 \pm 0,06$	$61,60 \pm 43,60$
Dopplung	Philip	links	$a + c \rightarrow b + d$	8	$10,37 \pm 0,06$	$68,03 \pm 48,14$
Dopplung	Philip	rechts	$a + c \rightarrow b + d$	1	$21,55 \pm 0,35$	$93,83 \pm 33,39$
Dopplung	Philip	rechts	$a + c \rightarrow b + d$	2	$21,55 \pm 0,35$	$70,92 \pm 33,52$
Dopplung	Philip	rechts	$a + c \rightarrow b + d$	3	$21,55 \pm 0,35$	$72,51 \pm 41,09$
Dopplung	Philip	rechts	$a + c \rightarrow b + d$	4	$21,55 \pm 0,35$	$66,55 \pm 23,63$

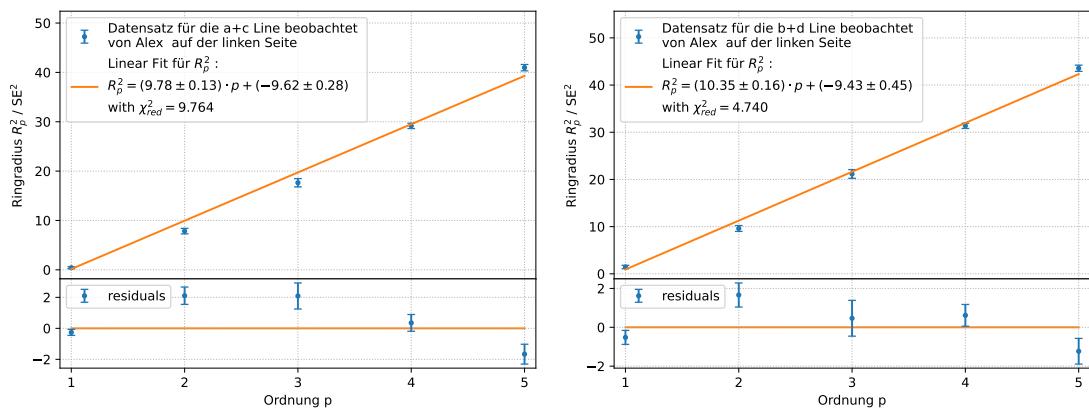
**Abbildung B.1:** Fits bzgl. der ersten Messung basierend auf den Daten aus Tabelle B.1



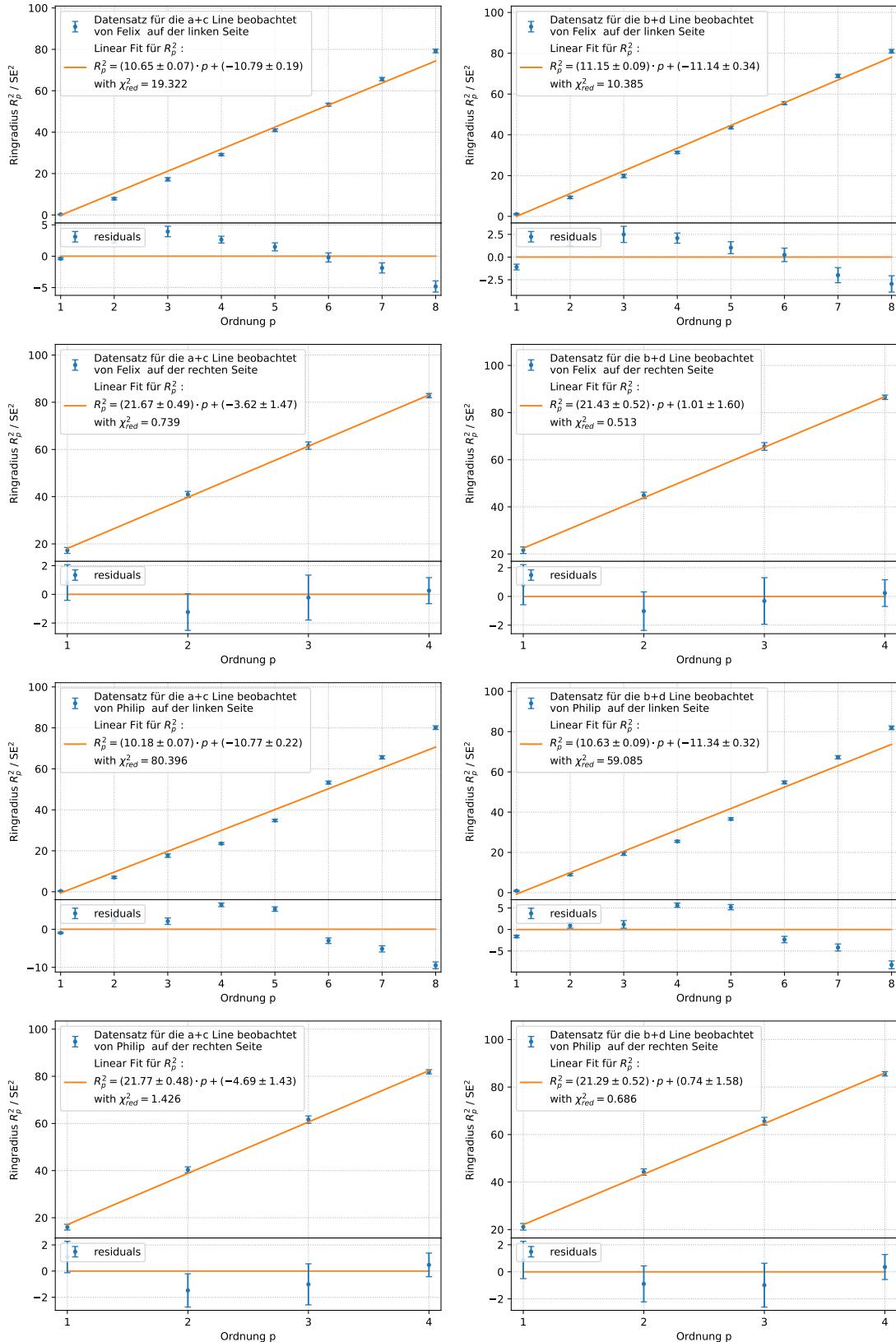
**Abbildung B.1:** Weiterführung der Fits bzgl. der ersten Messung



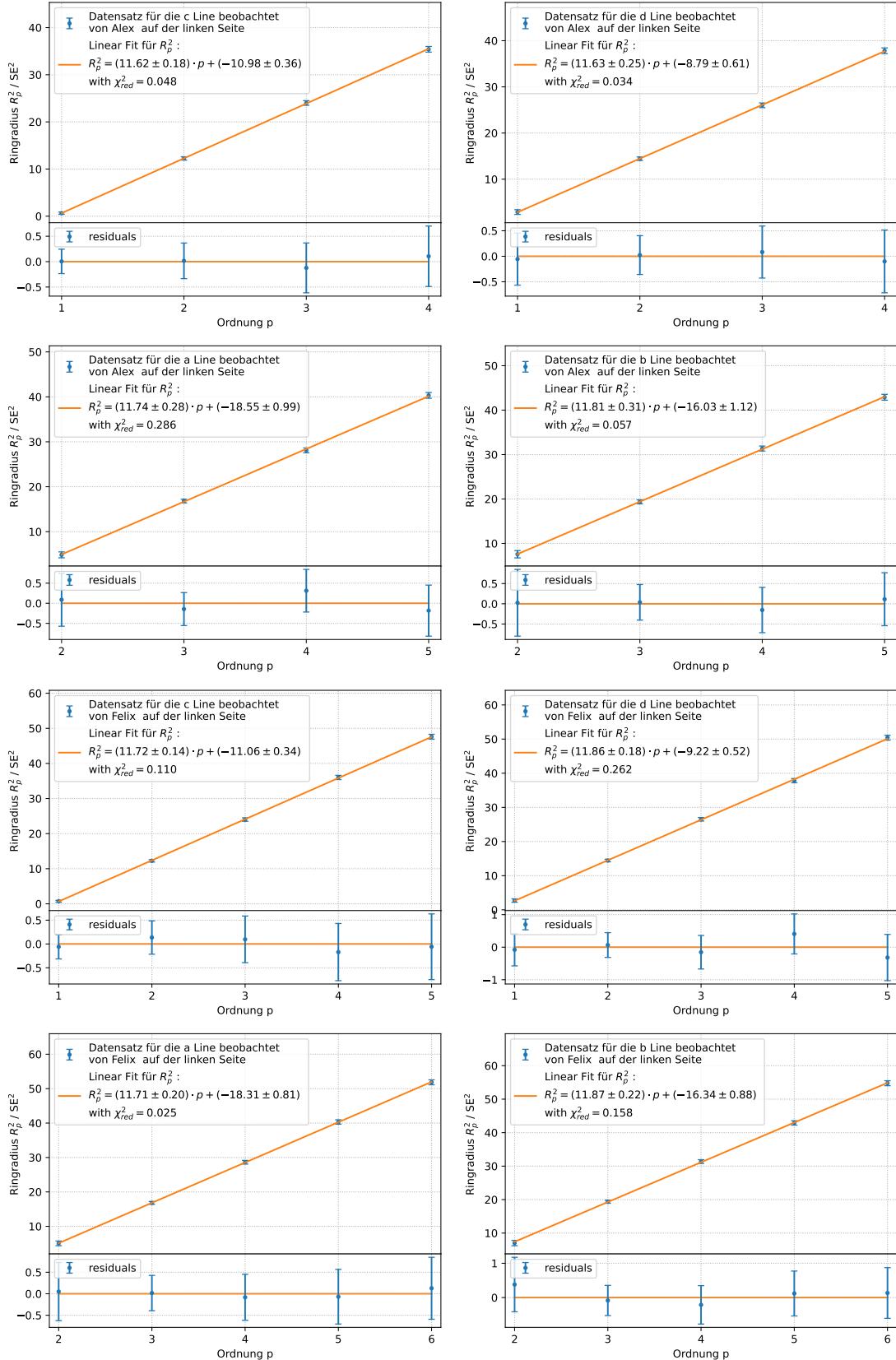
**Abbildung B.2:** Fits bzgl. der zweiten Messung basierend auf den Daten aus [Tabelle B.2](#) und [Tabelle B.3](#)



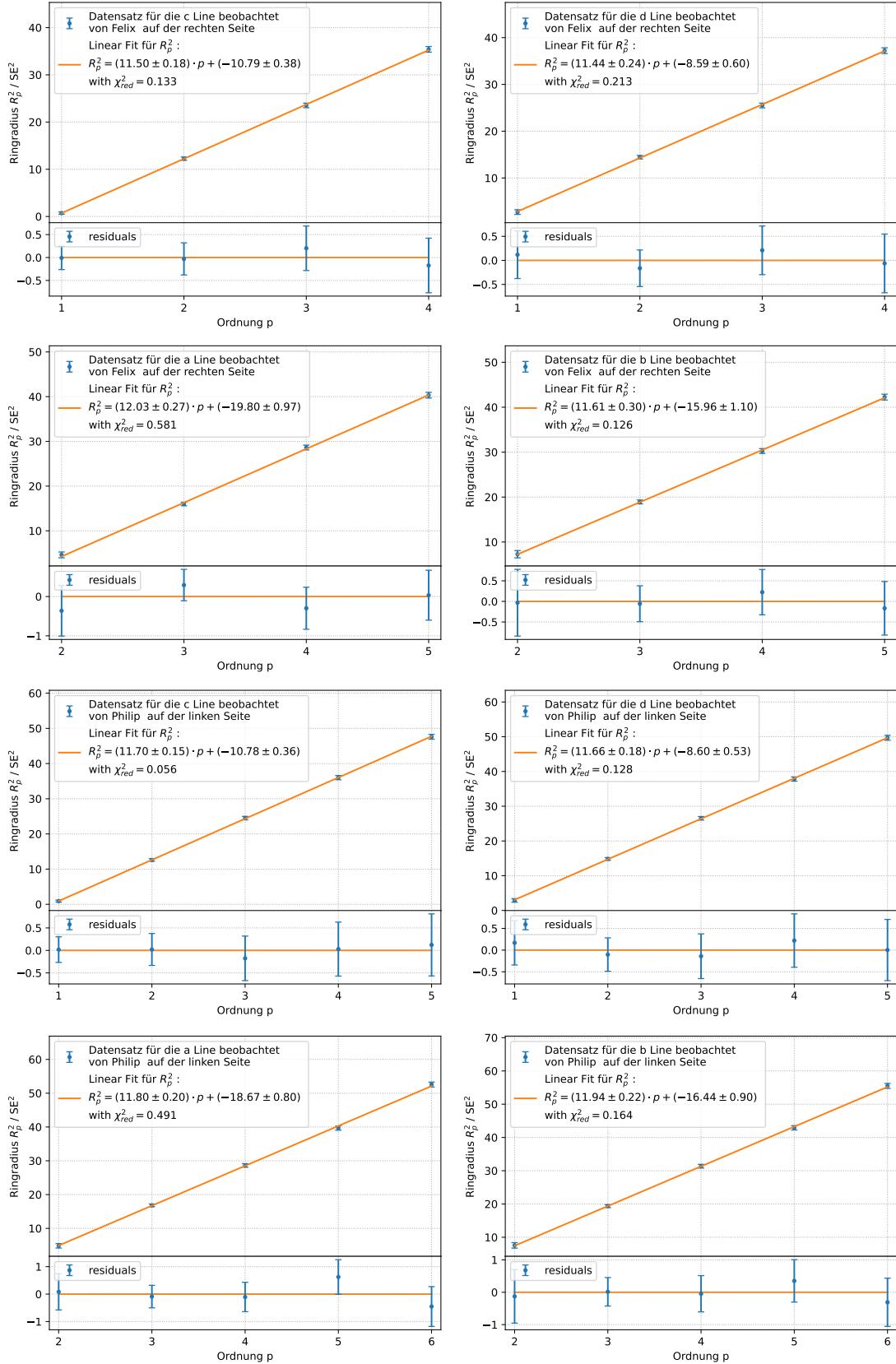
**Abbildung B.2:** Weiterführung der Fits bzgl. der zweiten Messung



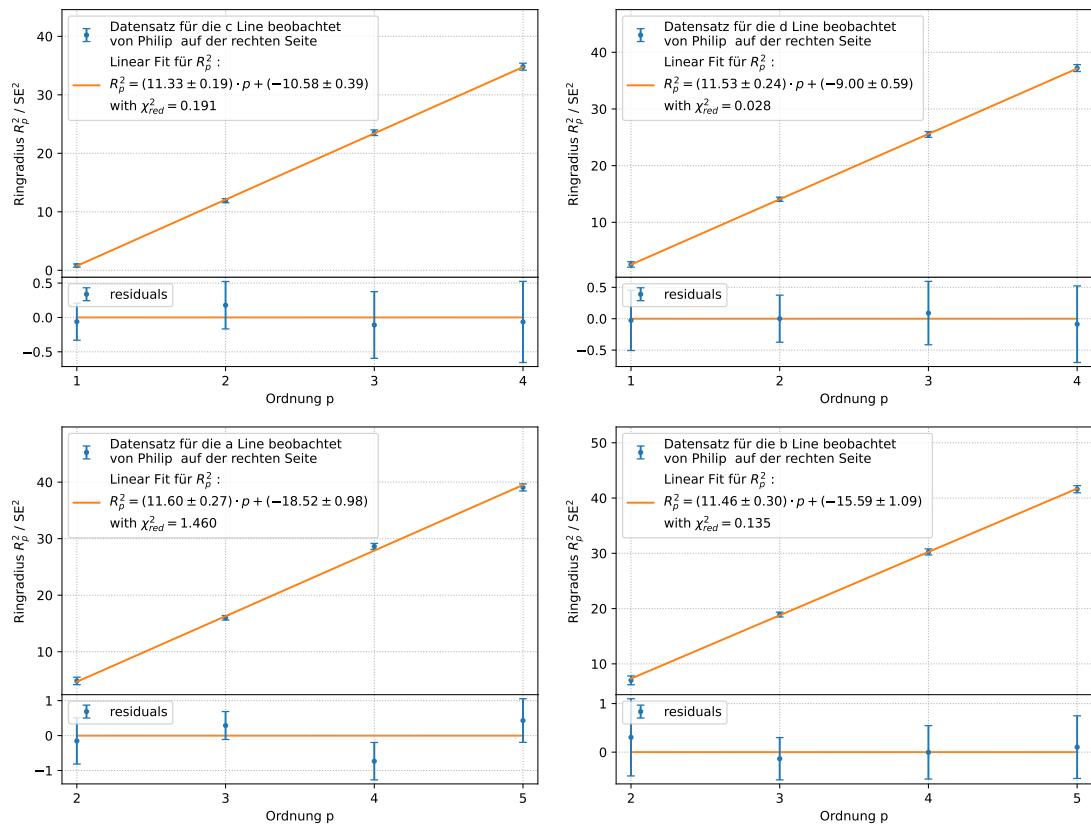
**Abbildung B.3:** Fits bzgl. der dritten Messung basierend auf den Daten aus Tabelle B.4 und Tabelle B.5



**Abbildung B.3:** Weiterführung der Fits bzgl. der dritten Messung



**Abbildung B.3:** Weiterführung der Fits bzgl. der dritten Messung



## C Gaußsche Fehlerfortpflanzung

Oft genug wird die zu ermittelnde Observable nicht direkt durch das Experiment gemessen, sondern durch andere primäre Observablen (eine Spannung, ein elektrischer Strom, etc.) berechnet. In diesem Fall muss der Fehler der zu bestimmenden sekundären Observable mithilfe der Fehler der primären Observablen bestimmt werden. Mit der Annahme, dass die Messwerte der primären identisch-unabhängig-Gauß-verteilt sind, kann der Fehler der sekundären Observable gut genähert werden durch

$$\Delta f(x, y, \dots) = \sqrt{\left(\Delta x \frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\Delta y \frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \dots},$$

mit den primären Observablen  $x, y, \dots$ , der sekundären  $f(x, y, \dots)$  und den jeweiligen Fehlern  $\Delta f, \Delta x, \Delta y$  etc. Dies ist die sogenannte Gaußsche Fehlerfortpflanzung.

## Literatur

- [1] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 3 Atome, Moleküle und Festkörper*. Springer-Verlag GmbH Deutschland, 2016.
- [2] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 4 Kern-, Teilchen- und Astrophysik*. Springer-Verlag GmbH Deutschland, 2017.
- [3] Nang-Chian Shie u. a. „Frequency measurement of the  $6P_{3/2} \rightarrow 7S_{1/2}$  transition of thallium“. In: *Phys. Rev. A* 88 (6 Dez. 2013), S. 062513. DOI: [10.1103/PhysRevA.88.062513](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.88.062513). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.88.062513>.
- [4] J.E. Keyston H. Schüler. „Über einen Isotopenverschiebungseffekt der Hyperfeinstrukturterme von Thallium“. In: *Z. Physik* 70, 1–9 (1931). DOI: [10.1007/BF01391027](https://doi.org/10.1007/BF01391027). URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF01391027>.
- [5] A.C.T. Geppert. *Imagining Outer Space*. Palgrave Macmillan London, 2018.
- [6] Wolfgang Demtröder. *Experimentalphysik 2 Elektrizität und Optik*. Springer-Verlag GmbH Deutschland, 2017.
- [7] J. Napolitano A. C. Melissinos. *Experiments in Modern Physics*. Academic Press, Elsevier Science, 2003.
- [8] H.C. Wolf H. Haken. *Atom- und Quantenphysik Einführung in die experimentellen und theoretischen Grundlagen*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2004.
- [9] Washington, D.C.: National Institute of Standards und Technology. URL: [https://physics.nist.gov/cgi-bin/Compositions/stand\\_alone.pl?ele=Tl&ascii=ascii](https://physics.nist.gov/cgi-bin/Compositions/stand_alone.pl?ele=Tl&ascii=ascii) (besucht am 23.02.2024).
- [10] Anleitung zum Versuch FP3 (Hyperfeinstruktur und Isotopenverschiebung). [https://moodle.uni-wuppertal.de/pluginfile.php/1102214/mod\\_resource/content/1/FP3\\_HFS\\_Isoptopieverschiebung.pdf](https://moodle.uni-wuppertal.de/pluginfile.php/1102214/mod_resource/content/1/FP3_HFS_Isoptopieverschiebung.pdf).
- [11] Anleitung zum Versuch FP2 (Zeeman-Effekt). [https://moodle-alt.uni-wuppertal.de/pluginfile.php/614458/mod\\_resource/content/1/FabryPerot2017.pdf](https://moodle-alt.uni-wuppertal.de/pluginfile.php/614458/mod_resource/content/1/FabryPerot2017.pdf).