1a) $S(1,1) = 47 \cdot 0 + 162 \cdot 0 + 47 \cdot 0 + 0 + 0 + 0 - 47 \cdot 0 - 162 \cdot 100 - 47 \cdot 100 = -20900$

$S(1,2) = 100 \cdot 162 + 47 \cdot 100 + 0 + 0 + 0 - 100 \cdot 162 - 47 \cdot 100 - 47 \cdot 100 = -4700$

$S(2,1) = 100 \cdot 47 + 0 + 0 + 0 - 47 \cdot 100 - 162 \cdot 100 - 47 \cdot 100 = -20900$

$S(2,2) = 0$

$S(1,3) = 0$

$S(2,3) = 100 \cdot 162 + 47 \cdot 100 = 20900$

$S(3,1) = 0$

$S(3,2) = 4700$

$S(3,3) = 20900$

$$\Rightarrow R_h = \begin{pmatrix} -20900 & -4700 & 0 \\ -20900 & 0 & 20900 \\ 0 & 4700 & 20900 \end{pmatrix}$$

b) $$R_v = \begin{pmatrix} -20900 & -20900 & 0 \\ -4700 & 0 & 4700 \\ 0 & 20900 & 20900 \end{pmatrix}$$ Rechnung analog zu oben für die Werte nur mit G_v

c) $S \approx \sqrt{S_x(x,y)^2 + S_y(x,y)^2}$

$S(1,1) = \sqrt{20900^2 + (-20900)^2} \approx 29557$

$\vdots$

$$S = \begin{pmatrix} 29557 & \sqrt{4700^2 + 20900^2} & 0 \\ \sqrt{20900^2 + 4700^2} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{4700^2 + 20900^2} & 29557 \end{pmatrix}$$

d) $$\theta \approx \begin{cases} \arctan(S_y(x,y) / S_x(x,y)) & \text{für } S_x(x,y) \neq 0 \\ 90^\circ & \text{für } S_x(x,y) = 0,\ S_y(x,y) \neq 0 \end{cases}$$

$$\theta = \begin{pmatrix} 45 & 77 & ? \\ 13 & ? & 13 \\ ? & 77 & 45 \end{pmatrix}$$

→ undefiniert, da $S_x(x,y) \wedge S_y(x,y) = 0$

→ gerundete Werte

3.

a) $\frac{\partial f}{\partial x_1} = 2x_1 \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} - 2x_2 \quad \frac{\partial f}{\partial x_3} = 2x_3$

$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} = 2 \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} = 2 \quad \frac{\partial f}{\partial x_3} = 2$

$\nabla^2 f = 2+2+2 = 6$

b) $\frac{\partial f}{\partial x_1} = (2x_1) \cdot x_2^2 \cdot x_3$

$\frac{\partial f}{\partial x_2} = x_1^2 \cdot (2x_2) \cdot x_3$

$\frac{\partial f}{\partial x_3} = x_1^2 \cdot x_2^2 \cdot 1$

$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} = 2 \cdot x_2^2 \cdot x_3$

$\frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} = x_1^2 \cdot (2) \cdot x_3$

$\frac{\partial^2 f}{\partial x_3^2} = x_1^2 \cdot x_2^2 \cdot 0$

$\nabla^2 f = 2x_2^2 \cdot x_3 + 2x_1^2 x_3 + 0$

$= 2x_3(x_1^2 + x_2^2)$