

## Ответы на вопросы к программе.

1. Использовали критерий прекращения итераций:  $\|x^{k+1} - x^k\| \leq \frac{1 - \|C\|}{\|C\|} \epsilon$ . Для оценки погрешности решения и оценки невязки использовали октоэдрическую и кубическую нормы. Так как в критерии останова используется норма матрицы и норма вектора одновременно, а также для оценки связи невязки и нормы погрешности используется норма матрицы  $A$ , то были выбраны такие нормы, которые, применительно к матрице, согласованы с нормой вектора.
2. В наших расчетах при прогонке 1-го и 2-го тестовых примеров быстрее всего сходилась метод Зейделя и, соответственно, релаксации при  $\omega = 1$ . В методах простой итерации, Зейделя, Релаксации достигнута точность  $10^{-3}$ , в методе Якоби была достигнута точность  $10^{-4}$ . Исследовали 1-ю систему уравнений с  $\|\cdot\|_\infty$  нормой и требуемой точностью решения  $10^{-3}$ :

Название метода	погрешность решения	невязка	число итераций
Простой итерации	0.000399567	0.00193487	15
Якоби	$5.19879e - 005$	0.000595697	17
Зейделя	0.000215504	0.000733303	9
Релаксации	0.000266694	0.00109198	11

Таблица 1

\*( $\tau = 0.06 \approx \tau_{\text{опт}}$ ;  $\omega = 0.9$ ).

3. Так как применительно к нашей программе не имеет значения выбор начального приближения, если не известно хоть что-то о точном решении, то мы решили остановиться на нулевом векторе.
4. Норма невязки меньше либо равна нормы матрицы  $A$  умноженной на норму погрешности решения т.е.

$$\|b - b^*\| \leq \|A\| \|x - x^*\|.$$

Для данной оценки можно использовать только согласованные нормы. Результаты наших расчетов удовлетворяют этому условию.

5. Правильность работы метода релаксации проверяли, прогоняя симметричную положительно определенную матрицу при значениях  $\omega \in (0, 2)$ , так как при данных значениях и матрице, обладающей описанными выше свойствами, метод должен сходиться при любом начальном приближении. Так же при  $\omega = 1$  метод релаксации должен быть идентичен с методом Зейделя.
6. В нашей работе оптимальным  $\omega$  в 1-ом и 2-ом тестовых примерах, а также в двух системах нашего варианта является значение  $\omega = 1$ .