Modus ponens $\dfrac{A \to B \quad A}{B}$

Prolog konkret:

$a$

$b \leftarrow a$

Answer sets: $\{a, b\}$ ist die einzige Antwortmenge von

Modelle der zugeh. Theorie $th = \{a, a \to b\}$ in klassischer AL:

$$\{\{a, b\}, \{a, b, c\}, \ldots \{a, b, c, d, e, \ldots\} \ldots\}$$

$$\Updownarrow$$

$m : \{a, b, c, d \ldots\} \to \mathbb{B}$ $\quad m\,b = \mathrm{True}$

$m\,a = \mathrm{True}$ $\quad m\,x = \mathrm{False}$

Klassisch: Abzählbare Menge von Aussage-variablen:

$\mathrm{Var} = \{X_0, X_1, X_2, \dots\}$

Operatoren $= \{\wedge, \vee, \neg\}$

$(\mathbb{P} =)$ Interpretation $= \mathrm{Var} \to \mathbb{B}$

$\wedge_{\mathbb{B}} : \mathbb{B} \to \mathbb{B} \to \mathbb{B}$

$\vee_{\mathbb{B}} : \mathbb{B} \to \mathbb{B} \to \mathbb{B}$

$\neg_{\mathbb{B}} : \mathbb{B} \to \mathbb{B}$

Formeln:

data $F$ where

$V : \mathrm{Var} \to F$

$\wedge : F \to F \to F$

$\vee : F \to F \to F$

$\neg : F \to F$

$\mathrm{eval} : \mathbb{P} \to F \to \mathbb{B}$

$\mathrm{eval}\ f\ (V x) = f x$

$\mathrm{eval}\ f\ (A \wedge B) =$
$(\mathrm{eval}\ f\ A) \wedge_{\mathbb{B}} (\mathrm{eval}\ f\ B)$

$\mathrm{eval}\ f\ (A \vee B) =$
$(\mathrm{eval}\ f\ A) \vee_{\mathbb{B}} (\mathrm{eval}\ f\ B)$

$\mathrm{eval}\ f\ (\neg A) = \neg_{\mathbb{B}} (\mathrm{eval}\ f\ A)$

Klassisch: Abzählbare Menge von Aussagenvariablen:

$Var = \{x_0, x_1, x_2, \dots\}$

$Operatoren = \{\wedge, \vee, \neg\}$

$(IP :=)$ Interpretation $: Var \to \mathbb{B}$

$\wedge_{\mathbb{B}} : \mathbb{B} \to \mathbb{B} \to \mathbb{B}$

$\vee_{\mathbb{B}} : \mathbb{B} \to \mathbb{B} \to \mathbb{B}$

$\neg_{\mathbb{B}} : \mathbb{B} \to \mathbb{B}$

data $F$ where

$V : Var \to F$

$\wedge : F \to F \to F$

$\vee : F \to F \to F$

$\neg : F \to F$

$eval : IP \to F \to \mathbb{B}$

$eval\ f\ (V x) = f\ x$

$eval\ f\ (A \wedge B) = (eval\ f\ A) \wedge_{\mathbb{B}} (eval\ f\ B)$

$eval\ f\ (A \vee B) = (eval\ f\ A) \vee_{\mathbb{B}} (eval\ f\ B)$

$eval\ f\ (\neg A) = \neg_{\mathbb{B}} (eval\ f\ A)$

Theorie:

$Th : Type$

$Th = List\ F$ (eigentlich $\mathcal{P}(F)$)

Modell:

$Mo : Th \to Type$

$$Mo\ th = \sum_{m:IP} \prod_{f:F} \underbrace{f \in th}_{:Type} \to (eval\ m\ f =_{\mathbb{B}} True)$$

$m : IP$ ist ein Modell einer Theorie $th : Th \overset{def}{\Longleftrightarrow}$

$\forall f : F .\ f \in th \to eval\ m\ f = True$

Alternativ (vielleicht besser?):

Modellrelation:

$MR : Th \to IP \to Type$

$$MR\ th\ m = \prod_{f:F} f \in th \to eval\ m\ f =_{\mathbb{B}} True$$

Unter Verwendung von MR ist dann:

$$Mo\ th = \sum_{m:IP} MR\ th\ m$$