2.1. $1 + v^T A u = 0$ mit $u \neq 0$

$\Leftrightarrow (1 + v^T A u)\cdot u = 0 \cdot u$

$\Leftrightarrow u + (v^T A u)\cdot u = 0$

$\Leftrightarrow \underbrace{(A + uv^T)}_{=0 \;\Leftarrow} \underbrace{(A^{-1} u)}_{\neq 0} = 0$

$\Downarrow$

keinen vollen Rang $\Rightarrow$ nicht invertierbar

2.2 $\hat{A}^{-1} = A^{-1} - \alpha A^{-1} u v^T A^{-1}$

$$E = (A + uv^T)(A^{-1} - \alpha A^{-1} u v^T A^{-1})$$
$$= (E + uv^T A^{-1} - \alpha(A A^{-1} u v^T A^{-1} + u v^T A^{-1} u v^T A^{-1}))$$
$$= E + uv^T A^{-1} - \alpha(uv^T A^{-1} + uv^T A^{-1} u v^T A^{-1})$$
$$= E + uv^T A^{-1} - \alpha\, uv^T A^{-1}(\underbrace{1 + uv^T A^{-1}}_{=\alpha^{-1}})$$
$$= E + uv^T A^{-1} - uv^T A^{-1}$$

$\underline{E = E}$ ✓

3 a)
$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{3}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & \sqrt{6}/2 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{4}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & \sqrt{6}/2 & 0 & 0 \\ 0 & -2/\sqrt{6} & 2/\sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{3}/2 & \frac{5}{4} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{6}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2}{\sqrt{6}} & \frac{2}{\sqrt{3}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{5}}{2} \end{pmatrix}$$

es werden nur die Enträge auf der Hauptdiagonalen & eins darunter