

# Smeltwarmte van ijs

Natuurkunde PO Periode 3, Atheneum 4

**Tim Wezeman A4F**  
**Luuk Schouten A4F**



H.N. Werkman Stadslyceum  
Sectie Natuurkunde:  
Nynke Visser  
Groningen, Nederland  
6 juni 2024

## Abstract

In dit verslag laten wij zien hoe wij de smeltwarmte van ijs hebben berekend met een joulemeter. Aan de hand van twee multimeters en een voedingskastje moesten wij de warmtecapaciteit van de joulemeter en vervolgens de smeltwarmte berekenen.

Door met de gemeten spanning en stroomsterkte van een hitte-element de totale hoeveelheid opgewekte warmte te berekenen, kan met een gemeten temperatuursverschil de warmtecapaciteit van de joulemeter berekend worden. Na een blokje ijs toe te voegen en het temperatuursverschil opnieuw te meten, wordt de smeltwarmte berekend. De door ons gemeten smeltwarmte komt nagenoeg overeen met de waarde uit de Binas ( $334 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1}$ ).

We hebben onze berekeningen ook gedaan met een variatie op onze aannames. Deze resultaten weken echter veel verder af van de waarde uit de Binas. Onze oorspronkelijke aannames leidden dus tot het beste resultaat.

# Inhoudsopgave

<b>1</b>	<b>Inleiding</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Hypothese</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Materialen &amp; werkwijze</b>	<b>6</b>
	I Proef I . . . . .	6
	II Proef II . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Resultaten</b>	<b>8</b>
	I Proef I . . . . .	8
	II Proef II . . . . .	9
<b>5</b>	<b>Conclusie</b>	<b>11</b>
<b>6</b>	<b>Discussie</b>	<b>12</b>
<b>7</b>	<b>Nawoord</b>	<b>13</b>
	I Lijst van tabellen . . . . .	14
	II Lijst van figuren . . . . .	14
	III Lijst van berekeningen . . . . .	14
	<b>Literatuur</b>	<b>15</b>

# 1 Inleiding

In dit verslag beschrijven wij de resultaten van onze onderzoeksvraag: meten wij in onze proefopstelling de in de Binas genoemde smeltwarmte van ijs? De smeltwarmte is de hoeveelheid energie die nodig is om een vaste stof (in dit geval ijs) om te zetten in een vloeistof (water).

Deze energie is warmte (Q), en wordt ook wel thermische energie genoemd. Warmte is de energie die door temperatuursverschillen van objecten met een hoge temperatuur naar objecten met een lage temperatuur stroomt (de Jong et al., 2022).

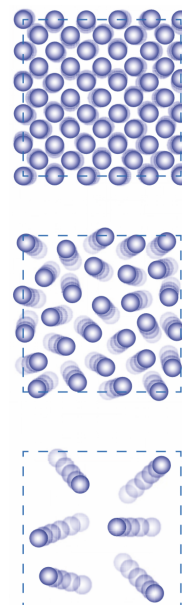
Temperatuur (T) is de gemiddelde kinetische energie van de moleculen in een stof. Hoe sneller de moleculen bewegen (figuur 1), hoe groter de kinetische energie en dus hoe hoger de temperatuur. Bij het absolute 0 punt (-273,15 °C, of 0 K) staan de moleculen stil. Een temperatuurstijging van 1 K komt overeen met de temperatuurstijging van 1 °C.

Warmte wordt net zoals elke andere energievorm uitgedrukt in Joule (J). Joule is de energie die nodig is om een voorwerp over 1 meter te verplaatsen met 1 Newton (NIST Guide, 2023). 1 Watt is gelijk aan 1 Joule per seconde:

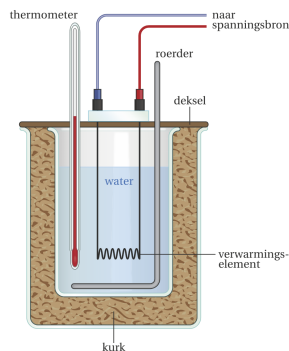
$$1 \text{ J} = 1 \text{ Nm} = 1 \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2} = 1 \text{ Ws} \quad (1)$$

Met een joulemeter kan berekend worden hoeveel warmte een voorwerp of vloeistof heeft opgenomen. Een joulemeter bestaat uit twee bakjes, met daartussen een isolator zoals kurk of piepschuim. Beide bakjes zijn afgedekt met een plastic deksel. Deze bevat gaten voor een verwarmingselement, een thermometer en een roerder. Door de isolator nemen beide bakjes zo min mogelijk warmte op.

Voor het smelten van ijs gaat er warmte van de omgeving, in dit geval het water en de joulemeter, naar het ijs. Dit gebeurt omdat het ijs koud is en de omgeving warm. Dit gaat net zolang door totdat er een thermisch evenwicht ontstaat: het ijs, het water en de joulemeter krijgen dan allemaal dezelfde temperatuur.



Figuur 1: Fasen

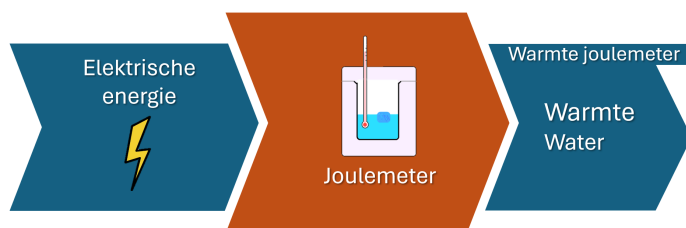


Figuur 2: Joulemeter

De warmte in Joule ( $Q$ ) die nodig is om een stof in temperatuur te doen stijgen kan op twee manieren berekend worden. De eerste maakt gebruik van de warmtecapaciteit ( $C$ ), en de tweede van de soortelijke warmte ( $c$ ). De warmtecapaciteit is de hoeveelheid warmte die nodig is om een voorwerp met 1 K of 1 °C in temperatuur te laten stijgen. Soortelijke warmte is de warmtecapaciteit per kilo. Deze waarden zijn voor verschillende stoffen te vinden in de Binas.

$$Q_{\text{tot}} = C \cdot \Delta T \qquad Q_{\text{tot}} = c \cdot m \cdot \Delta T \qquad (2)$$

Omdat het ijs niet alleen warmte uit het water onttrekt, maar ook uit de joulemeter, is er naast de warmtecapaciteit van het water ook de warmtecapaciteit van de joulemeter nodig. Deze wordt berekend in een losse proef (proef I), waar gedurende een bepaalde tijd een bepaalde hoeveelheid water wordt opgewarmd. Met het verschil in temperatuur, de ontwikkelde warmte en de warmtecapaciteit van water kan de warmtecapaciteit van de joulemeter berekend worden.



Figuur 3: Energie-stroomdiagram

De hoeveelheid warmte dat door het verwarmingselement ontwikkeld wordt, kan berekend worden met de spanning en de de stroomsterkte ( $P = U \cdot I$ ) (Bouwers et al., 2022, tabel 35). Omdat 1 Watt gelijk is aan 1 Joule per seconde, kunnen wij de warmte in Joule berekenen die de joulemeter produceert in een bepaalde tijd:

$$E = P \cdot t \qquad P = U \cdot I \qquad E = U \cdot I \cdot t \qquad (3)$$

Vervolgens kan de warmtecapaciteit van de joulemeter en het water gezamenlijk berekend worden met de temperatuursverandering. Met de soortelijkewarmte van water ( $4,18 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ) (Bouwers et al., 2022, tabel 11) kan de warmtecapaciteit van het water en de joulemeter afzonderlijk berekend worden.

$$\begin{aligned} C_{\text{joulemeter} + \text{water}} &= \frac{Q}{\Delta T} \\ C_{\text{water}} &= 4,18 \cdot 10^3 \cdot m_{\text{water}} \\ C_{\text{joulemeter}} &= C_{\text{joulemeter} + \text{water}} - C_{\text{water}} \end{aligned} \qquad (4)$$

In de proef II kan nu met de warmtecapaciteit van de nieuwe hoeveelheid water en de eerder gevonden warmtecapaciteit van de joulemeter berekend worden hoeveel energie er wordt afgestaan om het ijs te laten smelten ( $Q_{\text{tot}} = C \cdot \Delta T$ ).

Dit is echter nog niet de smeltwarmte, omdat het gesmolten ijs (water) ook nog wat warmte opneemt. Om te berekenen hoeveel dat is, kunnen wij formule 2 invullen met de warmtecapaciteit ( $2,2 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ) (Bouwens et al., 2022, tabel 10A) en de temperatuursverandering van het ijs.

$$Q_{\text{ijs}} = 2,2 \cdot 10^3 \cdot m_{\text{ijs}} \cdot \Delta T \quad (5)$$

We kunnen nu beide uitkomsten invullen om de smeltwarmte van ijs te vinden:

$$r_s = \frac{Q_s}{m} \quad r_s = \frac{Q_{\text{tot}} - Q_{\text{ijs}}}{m} \quad (6)$$

In dit verslag worden 3 aannames gedaan (of verwaarlozingen):

I. Voor stroom en/of spanningsveranderingen gaan we uit van een lineair verband. Hierdoor mag een gemiddelde van beide waarden genomen worden. (Dit wordt later verder toegelicht.)

II. Het blokje ijs staat op het punt om te smelten, wat inhoudt dat de begin temperatuur van het blokje ijs  $0^\circ \text{C}$  ( $273,15 \text{ K}$ ) is.

III. Het blokje ijs neemt alleen warmte op vanuit het water en de joulemeter, niet de lucht. Het warmte-element van de joulemeter staat ook alleen warmte af aan het water en de joulemeter zelf.

## 2 Hypothese

Antoine Lavoisier en Pierre-Simon Laplace hebben een van de eerste primitive joulemeters gemaakt, gebaseerd op het werk van Joseph Black. Daarmee hebben ze als eerste de smeltwarmte en soortelijke warmte van meerdere stoffen bepaald (Karamanou, 2013).

De smeltwarmte van ijs is gelijk aan  $334 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1}$  (Bouwens et al., 2022). Onze hypothese is dat wij een  $r_s > 334 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1}$  meten. Groter, omdat je altijd een beetje warmteverlies hebt (afgifte aan de lucht). Hierdoor wordt er meer warmte onttrokken, dan dat er daadwerkelijk gebruikt wordt.

Maar er blijft ook altijd wel een beetje water achter bij het overgieten. Hierdoor zal het gewicht lager worden. Hierdoor worden waarden lager bij vermenigvuldigen, maar hoger bij delingen. Wij denken dat het effect van dit verlies van water daardoor verwaarloosbaar is.

### 3 Materialen & werkwijze

#### Proef I: Bepalen van de warmtecapaciteit van joulemeter

Op een tafel is een voedingskastje geplaatst met een joulemeter. De ampère meter is serieel geschakeld tussen de voeding en de joulemeter (niet noodzakelijk). De voltmeter is parallel met de joulemeter geschakeld (wel noodzakelijk!).

Voor proef I zijn de volgende materialen gebruikt:

- 1x Joulemeter met verwarmingsselement en roerder
- 1x Weegschaal, KERN, WD190050601, max. gewicht bedraagt 200 g
- 1x Thermometer
- 1x Stopwatch
- 1x Voedingskastje
- 1x Ampèremeter (multimeter)
- 1x Voltmeter (multimeter)
- 1x Stroomdraden
- 1x 100,74 g water
- 1x Maatcilinder

Als eerste is de massa van de joulemeter bepaald. Dit is nodig omdat we alleen de massa van het water (en later het gesmolten ijs) willen weten. Dit wordt als volgt bepaald:

$$m_{\text{water}} = m_{\text{tot}} - m_{\text{joulemeter}}$$

Vervolgens is de schakeling gemaakt die de stroomsterkte en de spanning van het verwarmingsselement in de joulemeter meet. Zie schakeling [4](#).

De joulemeter is gevuld met 100 ml water, wat ongeveer neer kwam op 100,74 gram. Dit was precies genoeg zodat het gehele warmte-element onder water zou staan, maar niet te veel zodat de proef relatief snel zou verlopen.

Na de begintemperatuur te hebben genoteerd, is het water gedurende 3 minuten verwarmd. Tijdens het verwarmen is de spanning en de stroomsterkte gemeten. Na de 3 minuten is de temperatuur van het water opnieuw gemeten.

## Proef II: De smeltwarmte van ijs

Voor proef II hebben wij de volgende materialen gebruikt:

- 1x Joulemeter (dezelfde als in proef I)
- 1x Weegschaal, KERN, WD190050601, max. gewicht bedraagt 200 g
- 1x Thermometer
- 1x Ijsblokje (5,57 g)
- 1x 100,50 g water

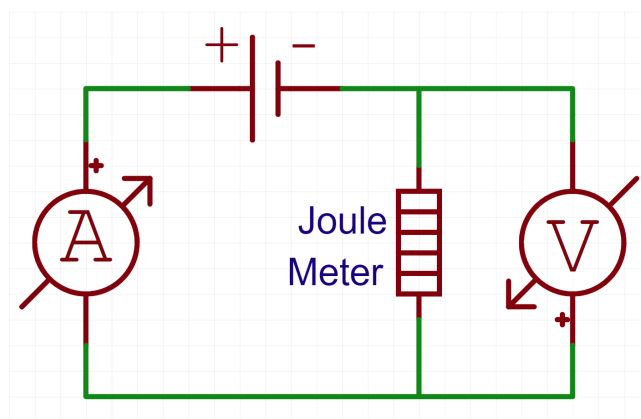
De eerste stap was het afwegen van het water voor in de joulemeter. De joulemeter is opnieuw gewogen voor de zekerheid.

Vervolgens hebben we met een thermometer de begin temperatuur van het water bepaald. Deze waarde hebben we genoteerd.

Nadat we het ijsblokje hadden toegevoegd aan het water, hebben we de roerder rustig heen en weer gezwenkt. Toen het ijs gesmolten was maten we de temperatuur opnieuw. Als laatste noteerden wij de massa van het geheel. Hiermee is de massa van het ijs bepaald:

$$m_{\text{ijs}} = m_{\text{tot}} - m_{\text{joulemeter}} - m_{\text{water}}$$

Vervolgens is hiermee de smeltwarmte van het ijs bepaald.



Figuur 4: Circuit proef I



## 4 Resultaten

Voor alle berekeningen is gekozen om met een significantie van 3 te werken. Dit is meestal de significantie die de Binas gebruikt, en is ook de significantie van de multimeters.

Tussen berekeningen door wordt er niet afgerond. Getallen met 4 cijfers achter de komma zijn niet afgerond in de berekening.

### Proef I: Bepalen van de warmtecapaciteit van joulemeter

Aan het begin was de spanning 6,00 V en de stroomsterkte 1,66 A. Aan het einde van de proef was dit opgelopen naar 6,11 V en 1,70 A. Wij gaan er vanuit dat deze waarden lineair gestegen zijn. Daarom nemen wij een gemiddelde van deze waarden:

$$\begin{aligned} U_{gem} &= \frac{6,00 + 6,11}{2} = 6,055 \text{ V} \\ I_{gem} &= \frac{1,66 + 1,70}{2} = 1,68 \text{ A} \end{aligned} \tag{7}$$

Invullen in formule 3 geeft de volgende hoeveelheid warmte die het warmte element in 3 minuten ( $3 \cdot 60 = 180 \text{ s}$ ) heeft geproduceerd:

$$\begin{aligned} E &= U \cdot I \cdot t \\ E &= 6,055 \cdot 1,68 \cdot 180 = 1831,032 \text{ J} \\ E &\approx 1,83 \cdot 10^3 \text{ J} \end{aligned} \tag{8}$$

Tijdens de 3 minuten is de temperatuur van 22,1 °C (295,25 K) naar 25,9 °C (299,05 K) gestegen. We kunnen nu formule 4 invullen om de individuele warmtecapaciteiten van het water en de joulemeter te vinden:

$$\begin{aligned} \Delta T &= 299,05 - 295,25 = 3,8 \text{ K} \\ C_{\text{joulemeter} + \text{water}} &= \frac{Q}{\Delta T} \\ C_{\text{joulemeter} + \text{water}} &= \frac{1831,032}{3,8} \approx 481,8505 \approx 482 \text{ J K}^{-1} \\ C_{\text{water}} &= 4,18 \cdot 10^3 \cdot 100,74 \cdot 10^{-3} = 421,0932 \text{ J K}^{-1} \\ C_{\text{joulemeter}} &= \frac{1831,032}{3,8} - 421,0932 \approx 60,7573 \text{ J K}^{-1} \\ C_{\text{joulemeter}} &\approx 60,8 \text{ J K}^{-1} \end{aligned} \tag{9}$$

De warmtecapaciteit van de joulemeter is dus ongeveer  $60,8 \text{ J K}^{-1}$ .

## Proef II: De smeltwarmte van ijs

De warmtecapaciteit van de joulemeter is in proef I berekend ( $\approx 60,7573 \text{ J K}^{-1}$ ). Voor de proef is ongeveer 100,50 gram water gebruikt. De totale warmtecapaciteit bij proef II bedraagt dan:

$$\begin{aligned} C_{\text{water}} &= 4,18 \cdot 10^3 \cdot 100,50 \cdot 10^{-3} = 420,09 \text{ J K}^{-1} \\ C_{\text{joulemeter} + \text{water}} &= 60,7573 + 420,09 \approx 480,8473 \text{ J K}^{-1} \end{aligned} \quad (10)$$

Aan het begin van de proef had het water een temperatuur van  $19,6^\circ\text{C}$  ( $292,75 \text{ K}$ ). Aan het einde van de proef was dit  $15,3^\circ\text{C}$  ( $288,45 \text{ K}$ ). De totale hoeveelheid afgestane warmte aan het ijs bedraagt dan:

$$\begin{aligned} Q_{\text{tot}} &= C \cdot \Delta T \\ Q_{\text{tot}} &= 480,847 \cdot |288,45 - 292,75| = 2067,6435 \text{ J} \\ Q_{\text{tot}} &\approx 2,07 \cdot 10^3 \text{ J} \end{aligned} \quad (11)$$

De soortelijke warmte van ijs bedraagt  $2,20 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ . Als het blokje ijs een oorspronkelijke temperatuur van  $0^\circ\text{C}$  ( $273,15 \text{ K}$ ) had, geldt door het thermisch evenwicht:  $\Delta T = 15,3 \text{ K}$ . Nu kan de hoeveelheid warmte berekend worden die het gesmolten ijs opneemt:

$$\begin{aligned} Q_{\text{ijs}} &= c \cdot m \cdot \Delta T \\ Q_{\text{ijs}} &= 2,20 \cdot 10^3 \cdot 5,57 \cdot 10^{-3} \cdot 15,3 = 187,4862 \text{ J} \\ Q_{\text{ijs}} &\approx 187 \text{ J} \end{aligned} \quad (12)$$

De totale afgestane warmte minus de opgenomen warmte van het gesmolten ijs geeft de volgende smeltwarmte:

$$\begin{aligned} r_s &= \frac{Q_s}{m} \\ r_s &= \frac{2067,6435 - 187,4862}{5,57 \cdot 10^{-3}} = 337550,1436 \text{ J kg}^{-1} \\ r_s &= 338 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1} \end{aligned} \quad (13)$$

Bij een lineaire stroomsterkte en spanningsstijging, en een blokje ijs van oorspronkelijk  $0^\circ\text{C}$  ( $273,15 \text{ K}$ ) is de smeltwarmte van ijs dus  $338 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1}$ . Maar als de stijging niet lineair was, of als de oorspronkelijke temperatuur anders was, is de berekende smeltwarmte ook anders. Op de volgende pagina wordt alles opnieuw verkort (en afgerond) berekend.

Links en rechts boven tonen respectievelijk de berekeningen met de minimale en maximale stroomsterktes en spanning, en een blokje ijs van  $0^\circ\text{C}$  ( $273,15 \text{ K}$ ). De onderste drie zijn met een begin temperatuur van  $-18^\circ\text{C}$  ( $255,15 \text{ K}$ ) gemaakt. Het subscript van  $Q_{\dots}$  geeft de stroomsterkte en spanning aan.

$U_{\min} = 6,00 \text{ V} \quad I_{\min} = 1,66 \text{ A}$ $E_{\min} = 6,00 \cdot 1,66 \cdot 180$ $E_{\min} = 1792,8 \text{ J}$ $C_{\text{meter}, \min} = \frac{1792,8}{3,80} - 421,0932$ $C_{\text{meter}, \min} \approx 50,7 \text{ J K}^{-1}$ $C_{\text{mter} + \text{w}, \min} = 50,7 + 420,09$ $C_{\text{mter} + \text{w}, \min} = 470,8 \text{ J K}^{-1}$ $Q_{\min} = 470,8 \cdot  15,3 - 19,6 $ $Q_{\min} = 2024,44 \text{ J}$ $r_{s,\min} = \frac{2024,44 - 187,4862}{5,57 \cdot 10^{-3}}$ $r_{s,\min} \approx 322 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1}$	$U_{\max} = 6,11 \text{ V} \quad I_{\max} = 1,70 \text{ A}$ $E_{\max} = 6,11 \cdot 1,70 \cdot 180$ $E_{\max} = 1869,66 \text{ J}$ $C_{\text{meter}, \max} = \frac{1869,66}{3,80} - 421,0932$ $C_{\text{meter}, \max} \approx 71 \text{ J K}^{-1}$ $C_{\text{mter} + \text{w}, \max} = 71 + 420,09$ $C_{\text{mter} + \text{w}, \max} = 491 \text{ J}$ $Q_{\max} = 491 \cdot  15,3 - 19,6 $ $Q_{\max} = 2111,30 \text{ J}$ $r_{s,\max} = \frac{2111,30 - 187,4862}{5,57 \cdot 10^{-3}}$ $r_{s,\max} \approx 355 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1}$												
$Q_{\min} = 2024,44 \text{ J}$ $Q = 2,20 \cdot 10^3 \cdot 5,57 \cdot 10^{-3} \cdot 33,3$ $Q_{\text{ijs}} = 408,0582 \text{ J}$ $r_{s,\min} = \frac{2024,44 - 408,0582}{5,57 \cdot 10^{-3}}$ $r_{s,\min} \approx 294 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1}$	$Q_{\max} = 2111,30 \text{ J}$ $Q = 2,20 \cdot 10^3 \cdot 5,57 \cdot 10^{-3} \cdot 33,3$ $Q_{\text{ijs}} = 408,0582 \text{ J}$ $r_{s,\max} = \frac{2111,30 - 408,0582}{5,57 \cdot 10^{-3}}$ $r_{s,\max} \approx 306 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1}$												
$Q_{\text{gem}} = 2067,64 \text{ J}$ $Q = 2,20 \cdot 10^3 \cdot 5,57 \cdot 10^{-3} \cdot 33,3$ $Q_{\text{ijs}} = 408,0582 \text{ J}$ $r_{s,\text{gem}} = \frac{2067,64 - 408,0582}{5,57 \cdot 10^{-3}}$ $r_{s,\text{gem}} \approx 298 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1}$	<p>De vijf berekeningen op deze pagina zijn ingekort en soms gedeeltelijk afgerond. Ze zijn dan ook meer als indicatie bedoeld om aan te geven wat het effect is van een variatie op de aannames. Smeltwarmte in <math>\times 10^3 \text{ J kg}^{-1}</math>:</p> <table><tr><td>U &amp; I:</td><td>gem</td><td>min</td><td>max</td></tr><tr><td><math>T = 0 \text{ }^\circ\text{C}</math></td><td>338</td><td>322</td><td>355</td></tr><tr><td><math>T = -18 \text{ }^\circ\text{C}</math></td><td>298</td><td>294</td><td>306</td></tr></table>	U & I:	gem	min	max	$T = 0 \text{ }^\circ\text{C}$	338	322	355	$T = -18 \text{ }^\circ\text{C}$	298	294	306
U & I:	gem	min	max										
$T = 0 \text{ }^\circ\text{C}$	338	322	355										
$T = -18 \text{ }^\circ\text{C}$	298	294	306										

## 5 Conclusie

Wij hebben met behulp van 2 proeven de smeltwarmte van ijs berekend. Uit proef I bleek dat de joulemeter een warmtecapaciteit heeft van  $\approx 60,8 \text{ J K}^{-1}$ . Hiermee is de smeltwarmte van het ijs berekend, wat uitkwam op  $338 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1}$ .

Bij onze hypothese verwachtten wij een smeltwarmte van  $r_s > 334 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1}$  te vinden. Met onze proef met de oorspronkelijke aannames kwamen wij inderdaad hoger uit, namelijk  $338 \cdot 10^3 \text{ J kg}^{-1}$ . Onze hypothese is hierdoor bevestigd.

Procentuele afwijking van de Binas waarde:

$$\frac{(338 \cdot 10^3) - (334 \cdot 10^3)}{334 \cdot 10^3} \cdot 100\% = 1,2\% \quad (14)$$

Wij hadden verwacht dat door invloed van meetfouten en warmteverlies de afwijking groter zou zijn.

## 6 Discussie

Als we terug gaan naar de inleiding, vinden we een aanwijzing waarom onze gemeten waarde niet precies overeenkomt met de genoemde waarde uit de Binas. In het einde van de inleiding gaan we uit van 3 aannames. Alle drie zijn ze hoogstwaarschijnlijk niet helemaal correct.

Wij vermoeden dat de stroomsterkte en spanning redelijk lineair zijn gestegen, wij hebben hier echter geen goed bewijs voor. In de toekomst is het daarom raadzaam om de spanning en stroomsterkte om een bepaalde tijd te meten. Deze kunnen vervolgens in een grafiek geplot worden om een beter beeld te krijgen van de veranderingen in stroomsterkte en spanning.

Voor proef II zijn wij er vanuit gegaan dat het ijs een begin temperatuur van  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  had. Dit is echter niet erg aannemelijk, omdat het ijs dan op het punt zat van fase over te gaan. Het is logischer dat het ijs een temperatuur had van ergens tussen de  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  en de gemiddelde temperatuur van een vriezer ( $-18\text{ }^{\circ}\text{C}$ ).

Bij de resultaten hebben wij al alle berekeningen opnieuw uitgevoerd met een variatie op de aannames. In tabel 1 en 2 is goed de invloed van onze aannames op het eindresultaat te zien.

U & I:	gem	min	max
$T = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$	338	322	355
$T = -18\text{ }^{\circ}\text{C}$	298	294	306

Tabel 1: Smeltwarmte ( $\times 10^3\text{ J kg}^{-1}$ )

U & I:	gem	min	max
$T = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$	1,2	-3,6	6,3
$T = -18\text{ }^{\circ}\text{C}$	-10,8	-12	-8,4

Tabel 2: Afwijking (%) t.o.v. Binas

Hier valt goed te zien dat onze oorspronkelijke aannames het dichtste bij de Binas komen. De stroomsterkte en spanning zijn dus redelijk lineair gestegen.

Uit de tabellen blijkt ook dat een oorspronkelijke temperatuur van  $-18\text{ }^{\circ}\text{C}$  erg overdreven is. Toch denken wij dat het ijs niet precies een temperatuur van  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$  heeft gehad. Wij kunnen ook uitrekenen wat de temperatuur van het ijs moest zijn geweest om op de waarde van de Binas te komen. Ervan uitgaande dat alle andere waarden perfect zijn. Zie hiernaast.

Begin temperatuur ijs:

$$r_s = \frac{Q_s}{5,57 \cdot 10^{-3}} = 334 \cdot 10^3$$

$$Q_s = 5,57 \cdot 10^{-3} \cdot 334 \cdot 10^3 = 1860,38$$

$$Q_s = Q_{\text{tot}} - Q_{\text{ijs}}$$

$$Q_s = 1860,38 = 2067,6435 - 12,254 \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = \frac{2067,6435 - 1860,38}{12,254} \approx 16,9\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T_{\text{ijs}} = T_{\text{eind}} - \Delta T$$

$$T_{\text{ijs}} = 15,3 - 16,9 \approx -1,6\text{ }^{\circ}\text{C}$$

## 7 Nawoord

De proef zelf uitvoeren bleek erg makkelijk. Het bepalen van de massa van het water bleek echter een stuk moeilijker dan verwacht. Dit kwam door de limitatie van de weegschaal. Hierdoor konden wij het geheel niet in totaal wegen, in verband met het maximale gewicht van 200 g.

Uiteindelijk kwamen wij op het idee om de joulemeter uit elkaar te halen. Zo hoefden wij alleen het bakje met water te wegen. Dit werkte uiteindelijk wel goed. We hebben ook voor de zekerheid het volume van het water bepaald, zodat we sowieso met de dichtheid het gewicht konden bepalen. Dit bleek niet nodig te zijn omdat de massa van het losse bakje met water wel te wegen viel.

Met deze waarden zijn we uiteindelijk verder gegaan. Luuk en Tim hebben met de metingen elk afzonderlijk de warmtecapaciteit van de joulemeter en de smeltwarte van het ijs berekend. Dit leidde bij Tim eerst tot problemen. Hij ging met die problemen naar Luuk, die er nog grotere problemen van kreeg. Maar na er samen rustig naar gekeken te hebben zijn wij er uiteindelijk uit gekomen.

Nadat we met de oorspronkelijke aannames op een conclusie zijn gekomen, hebben we de berekeningen opnieuw uitgevoerd met een variatie op deze aannames. Zo konden we goed het effect van onze aannames zien. We hadden niet verwacht dat dit zo veel effect zou hebben op het eindresultaat.

Het meest leerzame deel van deze opdracht was het verwerken van onze bevindingen in een verslag. Wij hebben gekozen voor het programma  $\text{\LaTeX}$ , omdat hier zeer makkelijk berekeningen in weer te geven zijn. Sinds ons vorige natuurkunde verslag over Atwood hebben wij een stuk meer ervaring met deze software. Voorbeelden hiervan zijn dubbele kolommen en het plaatsen van figuren.

In totaliteit hebben wij zeer veel van deze opdracht geleerd. In het vorige PO hadden wij gezegd dat wij een toekomstige proef op dezelfde manier zouden vastleggen, en dat hebben wij gedaan.

## I Lijst van tabellen

1	Smeltwarmte ( $\times 10^3 \text{ J kg}^{-1}$ ) . . . . .	12
2	Afwijking (%) t.o.v. Binas . . . . .	12

## II Lijst van figuren

1	Fasen . . . . .	3
2	Joulemeter . . . . .	3
3	Energie-stroomdiagram . . . . .	4
4	Circuit proef I . . . . .	7

## III Lijst van berekeningen

1	Afleiding Joule . . . . .	3
2	Warmtecapaciteit en soortelijke warmte . . . . .	4
3	Vermogen berekenen . . . . .	4
4	Individuele warmtecapaciteiten . . . . .	5
5	Opgenomen warmte gesmolten ijs . . . . .	5
6	Smeltwarmte . . . . .	5
7	Gemiddelde spanning en stroomsterkte . . . . .	8
8	Geproduceerde hoeveelheid warmte . . . . .	8
9	Warmtecapaciteit joulemeter invullen . . . . .	8
10	Warmtecapaciteit water nieuw . . . . .	9
11	Totale hoeveelheid energie . . . . .	9
12	Opgenomen warmte gesmolten ijs . . . . .	9
13	Smeltwarmte invullen . . . . .	9
14	Procentuele afwijking Binas . . . . .	11

## Literatuur

- Bouwens, R., Kranendonk, W., & Lune, J.van. (2022). Noordhoff (7de ed.)  
Binas Tabel 10A. Groningen: Noordhoff Uitgevers.
- Bouwens, R., Kranendonk, W., & Lune, J.van. (2022). Noordhoff (7de ed.)  
Binas Tabel 11. Groningen: Noordhoff Uitgevers.
- Bouwens, R., Kranendonk, W., & Lune, J.van. (2022). Noordhoff (7de ed.)  
Binas Tabel 35. Groningen: Noordhoff Uitgevers.
- de Jong, R., Keurentjes, A., van Polen, J., Bosman, M., Duijnstee, M., van  
Goolen, T., Hooyman, K., Kortland, K., Philippens, M., & Vink, H. (2022).  
Systematische Natuurkunde (9de ed., Vol. 10). 2022.
- Karamanou, M., Tsoucalas, G., & Androutsos, G. (2013). Hallmarks in the  
study of respiratory physiology and the crucial role of Antoine-Laurent de  
Lavoisier (1743–1794). *American Journal Of Physiology. Lung Cellular  
And Molecular Physiology*, 305(9), L591–L594. Geraadpleegd op 15 april  
2024. <https://doi.org/10.1152/ajplung.00142.2013>
- NIST Guide to the SI, Chapter 4: The Two Classes of SI Units and the SI  
Prefixes — NIST. (2023, 22 september). NIST. Geraadpleegd op 11 april  
2024. <https://www.nist.gov/pml/special-publication-811/nist-guide-si-chapter-4-two-classes-si-units-and-si-prefixes>