



INSA

INSTITUT NATIONAL
DES SCIENCES
APPLIQUÉES
TOULOUSE

BE Trottinette

Chaine d'Acquisition et Commande Numérique

Arthur Gautheron, Emily Holmes,
Olivier Lagrost

Bureau d'Etudes Trottinette

Introduction

L'objectif de ce bureau d'études est d'établir l'asservissement en courant et en vitesse d'une trottinette électrique.

Pour ce faire, nous allons d'abord modéliser l'ensemble du système. À partir de cette modélisation, nous implémenterons un correcteur en courant. Celui-ci devra être discrétisé pour une implémentation sur microcontrôleur (STM32F103) via Keil μ Vision, puis des tests seront effectués sur la maquette. La démarche sera poursuivie une deuxième fois pour l'implémentation du correcteur en vitesse.

Tout au long du projet, nous nous servirons de Matlab et plus particulièrement de Simulink pour vérifier nos calculs et comparer le comportement théorique avec celui observé sur la maquette de trottinette et sur la vraie trottinette électrique.

Mission 1 : Asservissement du couple

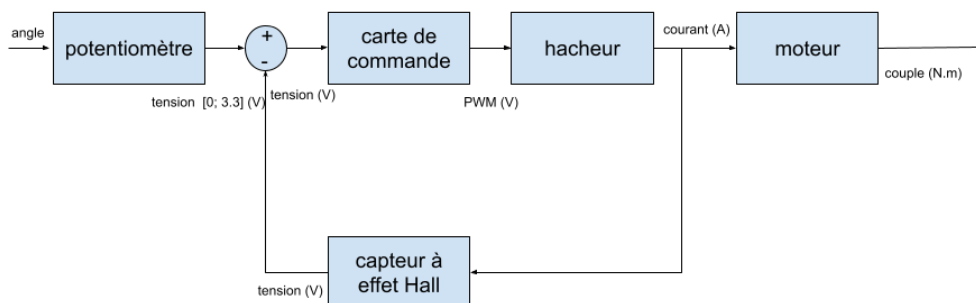
Première approche

La première question que nous nous posons est : comment modéliser le système ?

Il fonctionne avec une batterie d'une tension de 24V, ce qui peut paraître beaucoup, mais n'est en réalité pas dangereux. En effet, le corps humain constitue une résistance d'environ $100k\Omega$, donc le courant qui le traverse est de $I = \frac{U}{R} = \frac{24}{100 \cdot 10^3} = 240\mu A$. Ce courant est bien inférieur à 30mA, qui est le courant limite de fibrillation cardiaque, c'est-à-dire le courant minimum mortel pour l'homme. La trottinette peut donc être manipulée en sécurité, tout en prenant soin de respecter les règles de sécurité de base d'électronique.

La trottinette utilise un moteur à courant continu à excitation séparée (dit à aimants permanents) de 24V avec un courant de 10A et une puissance nominale de 100W. Notre objectif est d'asservir le couple, c'est-à-dire imposer un courant qui fournit un couple proportionnel.

L'utilisateur peut contrôler la trottinette grâce à un potentiomètre dont la tension permet de donner la commande au système. Il y a également une boucle de régulation, à partir d'un capteur à effet Hall (le LTS-6 NP) qui mesure le courant injecté dans le moteur.



Premier schéma du système

Cette représentation est trop grossière : il faut donc définir et caractériser les fonctions de transfert qui serviront à la description du système.

Nous définissons :

- $C(p)$, la loi de commande réalisée dans le microcontrôleur.
- $F(p)$, représentant la boucle de régulation, avec le capteur à effet Hall ainsi que le filtre (entre la grandeur asservie et l'ADC, donc au niveau du microcontrôleur).
- $G(p)$, l'ensemble du hacheur et du moteur (entre la commande du système et la grandeur asservie).

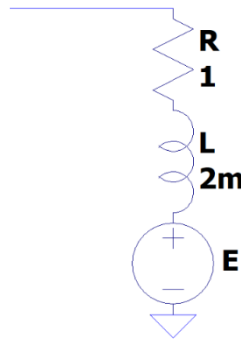
Définition de G(p) :

Le hacheur reçoit en entrée une PWM, caractérisable par son duty cycle α . La sortie du hacheur est une tension que l'on appelle U_m . Les caractéristiques du hacheur permettent d'écrire les équations suivantes :

$$U_m = (2\alpha - 1)U_{bat}$$

$$G_1(p) = \frac{dU_m}{d\alpha} = 2U_{bat}$$

Pour finir de modéliser G(p), il est nécessaire d'obtenir un modèle du moteur DC. Celui-ci peut être représenté de la manière suivante :



La résistance R représente la consommation de courant par le moteur, l'inductance L représente le bobinage, et la source de tension E représente la force électromotrice créée par le moteur lorsqu'il tourne. Or le moteur est piloté ici par un courant que l'on ne peut pas déterminer simplement. La fonction de transfert du hacheur $G_1(p)$ est connue. Ainsi, en utilisant les impédances équivalentes des composants :

$$G_2(p) = \frac{I_m(p)}{U_m(p)} = \frac{\frac{1}{R}}{1 + \frac{L}{R}p} = \frac{K_m}{1 + \tau_m p}$$

Avec $K_m = \frac{1}{R} = 1 \Omega^{-1}$ et $\tau_m = \frac{L}{R} = 2.10^{-3} s$.

On obtient donc :

$$G(p) = G_1(p) \times G_2(p) = \frac{I_M(p)}{\alpha(p)} = \frac{2 \cdot U_{sat} \cdot K_m}{1 + \tau_m p}$$

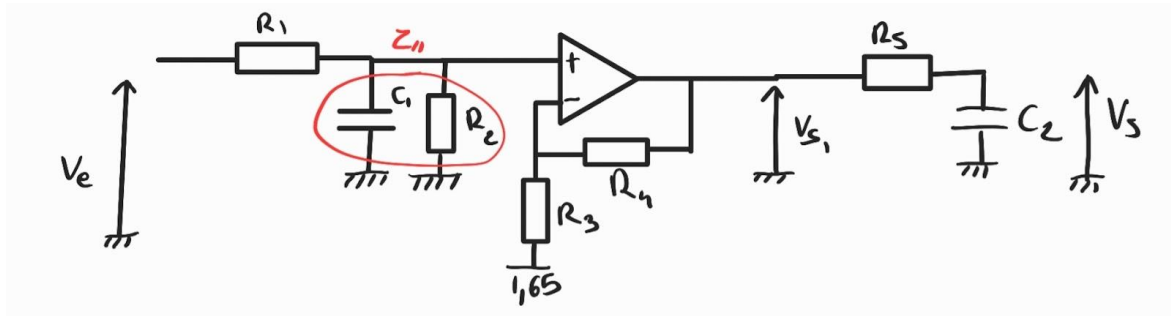
$$\Gamma_{em} = K_\Phi \cdot I_m$$

Définition de F(p) :

F(p) contient à la fois la fonction de transfert du capteur à effet Hall ainsi que le filtre présent en amont. Le gain du capteur à effet Hall peut être trouvé en lisant la datasheet du LTS-6 NP et en regardant son câblage dans le schéma électrique de la carte (fonctionnement à un seul tour) :

$$K_{capteur} = 0.104$$

Le schéma du filtre est le suivant :



$$v^- = \frac{V_{s1}R_3 + V_{1.65}R_4}{R_4 + R_3} \quad v^+ = \frac{V_e R_2}{R_1 R_2 C_p + R_1 + R_2}$$

$$\frac{V_s}{V_{s1}} = \frac{1}{1 + R_5 C_2 p}$$

Or, on s'intéresse ici à une variation de tension : $dV_{1.65} = 0$

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{R_4 + R_3}{R_3} * \frac{R_2}{R_1 + R_2} * \frac{1}{(R_1 // R_2) C_1 p + 1} * \frac{1}{1 + R_5 C_2 p}$$

On définit donc : $K_{filtre} = \frac{R_4 + R_3}{R_3} * \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 1.45$

$$\tau_1 = (R_1 // R_2) C_1 = 7.43 * 10^{-5} s \Rightarrow f_{c1} = 2142 Hz$$

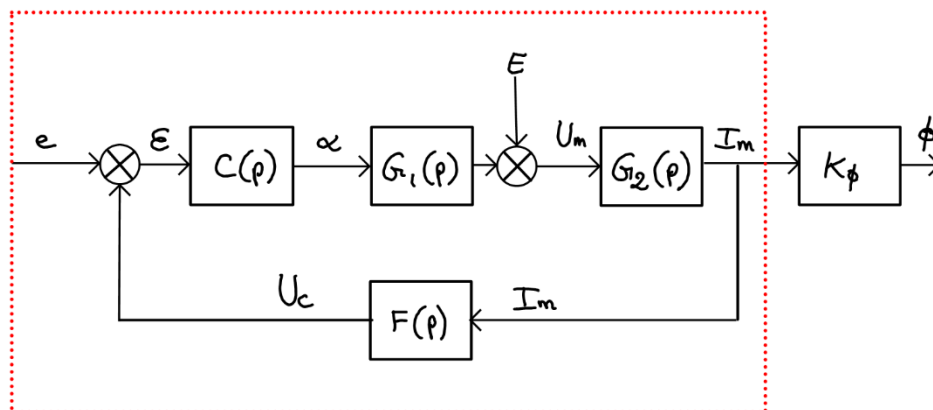
$$\tau_2 = R_5 C_2 = 4.84 * 10^{-6} s \Rightarrow f_{c2} = 32.883 kHz$$

$$\frac{V_s}{V_e} = K_{filtre} * \frac{1}{\tau_1 p + 1} * \frac{1}{1 + \tau_2 p}$$

Enfin,

$$F(p) = K_{capteur} * K_{filtre} * \frac{1}{\tau_1 p + 1} * \frac{1}{1 + \tau_2 p}$$

Au final, on peut dessiner le schéma bloc définitif du système, nommer chaque signal, et définir les excursions de chacun d'entre eux.



Nom	Description	Dimension	Excursion min	Repos	Excursion max
$e(p)$	Commande de gaz	Tension (V)	0	1.65	3.3
$\varepsilon(p)$	Entrée ADC	Tension (V)	0	1.65	3.3
$\alpha(p)$	Duty cycle	Pourcentage	-1	0	1
$U_m(p)$	Entrée moteur	Tension (V)	0	12	24
$I_m(p)$	Courant moteur	Intensité (A)	-10	0	10
$U_c(p)$	Sortie capteur	Tension (V)	0	2.5	5

Maintenant que nous comprenons mieux notre système, nous pouvons passer à l'asservissement du couple grâce au correcteur $C(p)$.

Asservissement dans le domaine continu

Nous souhaitons modéliser $C(p)$ tel que :

- La marge de phase soit supérieure ou égale à 45° .
- La fréquence de transition en boucle ouverte soit entre 300 et 500Hz.
- L'erreur statique soit nulle en boucle fermée.

Dans un premier, on réalise l'étude de la fonction de transfert en boucle ouverte sans le correcteur :

$$F(p)G(p) = 2U_{bat}K_{capteur}K_{filtre} \times \frac{K_m}{1 + \tau_m p} \times \frac{1}{1 + \tau_1 p} \times \frac{1}{1 + \tau_2 p}$$

Avec trois fréquences de coupure :

$$f_m = 79.6Hz, \quad f_{c1} = 2142Hz, \quad f_{c2} = 32883Hz$$

Le gain statique total du système est donc :

$$K_{système} = 3.61V/V = 11.15dB$$

Le diagramme de Bode des deux fonctions correspond à la figure suivante (la dernière fréquence de coupure f_m est trop loin, elle ne sera donc pas représentée).

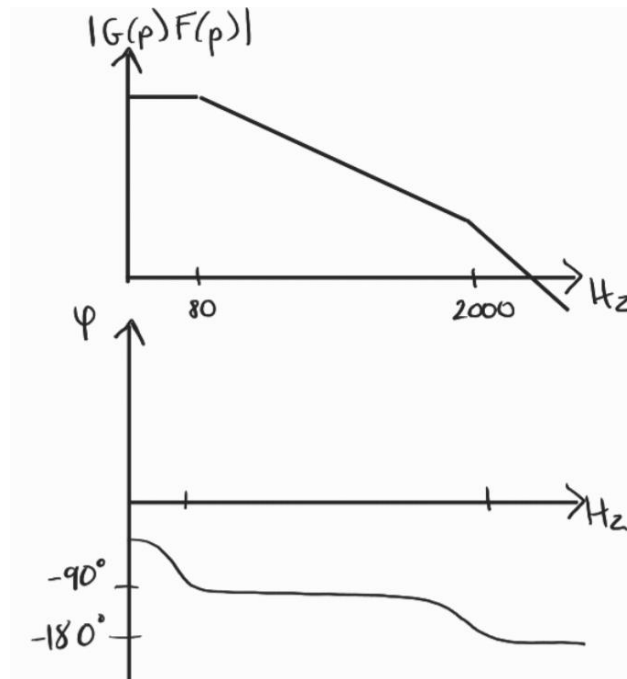
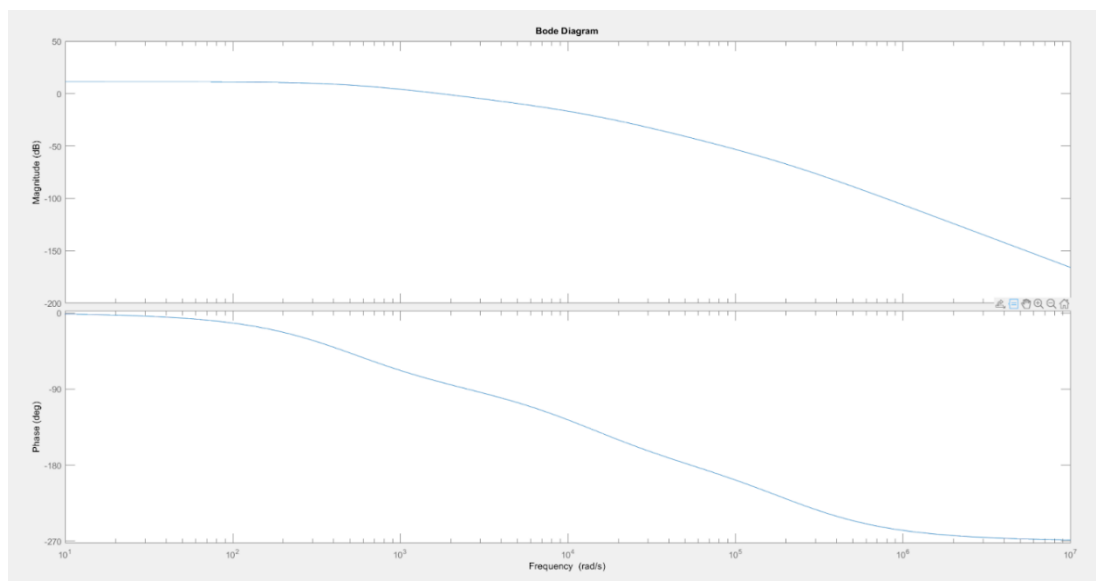


Diagramme de Bode de $G(p)F(p)$

On trace le Bode de $F(p)G(p)$ avec Matlab de manière qualitative.



Bode de $F(p)G(p)$

Il existe de multiples types de correcteurs pour atteindre notre but. Afin d'avoir une erreur statique nulle, il est obligatoire de passer par un intégrateur : nous songeons donc à un correcteur intégrateur pur. Cependant, nous découvrons rapidement qu'il ne sera jamais possible d'avoir la marge de phase espérée, nous abandonnons donc cette idée.

A la place, nous pensons donc à utiliser un correcteur PI. Sa fonction de transfert aurait la forme suivante :

$$C(p) = \frac{1 + \tau p}{\tau_i p}$$

Notre but est de placer la fréquence de coupure à 80Hz, tout comme la fréquence de coupure de $F(p)G(p)$. De ce fait, nous croiserons l'axe des abscisses à 20dB/décade. Nous réglerons le gain de sorte à pouvoir placer la fréquence de transition à environ 400Hz.

Donc, $f_c = 80\text{Hz}$ soit $\tau = 0.002\text{s}$

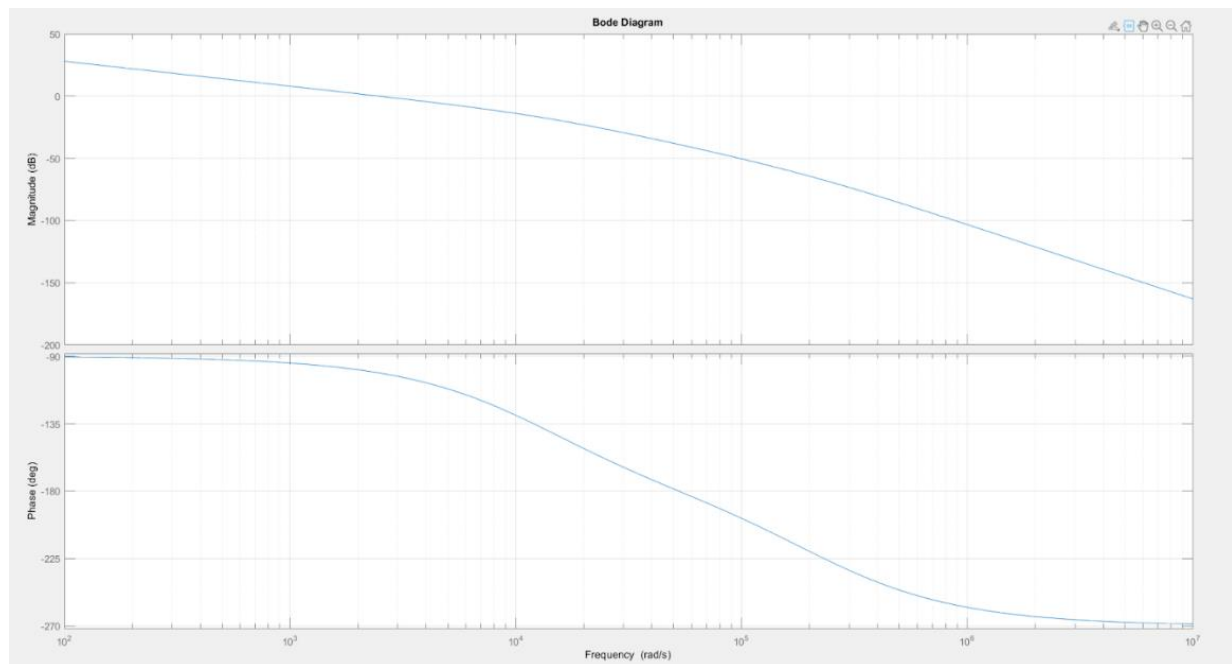
On peut approximer notre boucle ouverte comme étant simplement $FBO = \frac{K}{\tau_i p}$. Avec $K = |FG(f = 400\text{Hz})|$, on peut calculer le gain du système corrigé à 1 car 400Hz est la fréquence de transition souhaitée.

$$\frac{K}{p\tau_i} \rightarrow \frac{K}{2\pi f\tau_i} = 1$$

Et donc $\tau_i = \frac{K}{2\pi f} = 0.001442\text{s}$

On trouve ainsi la forme complète du compensateur : $C = \frac{1+0.002p}{0.001442p}$

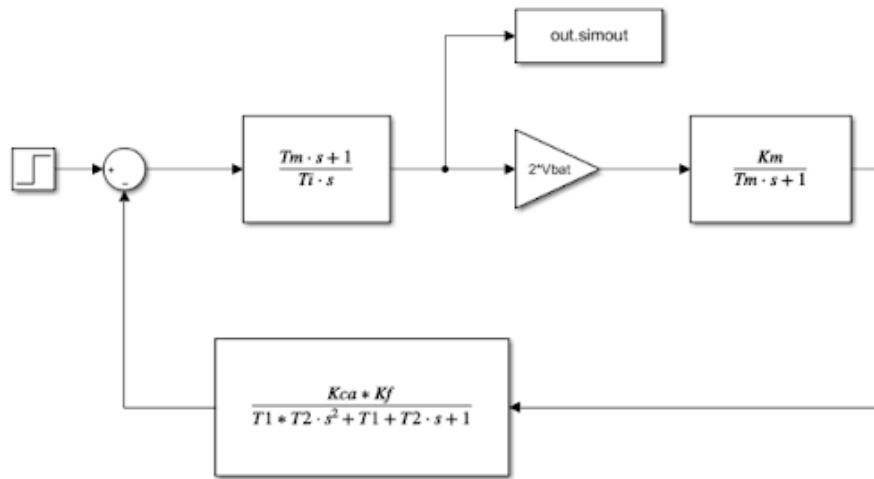
On ajoute le bloc $C(p)$ dans la simulation.



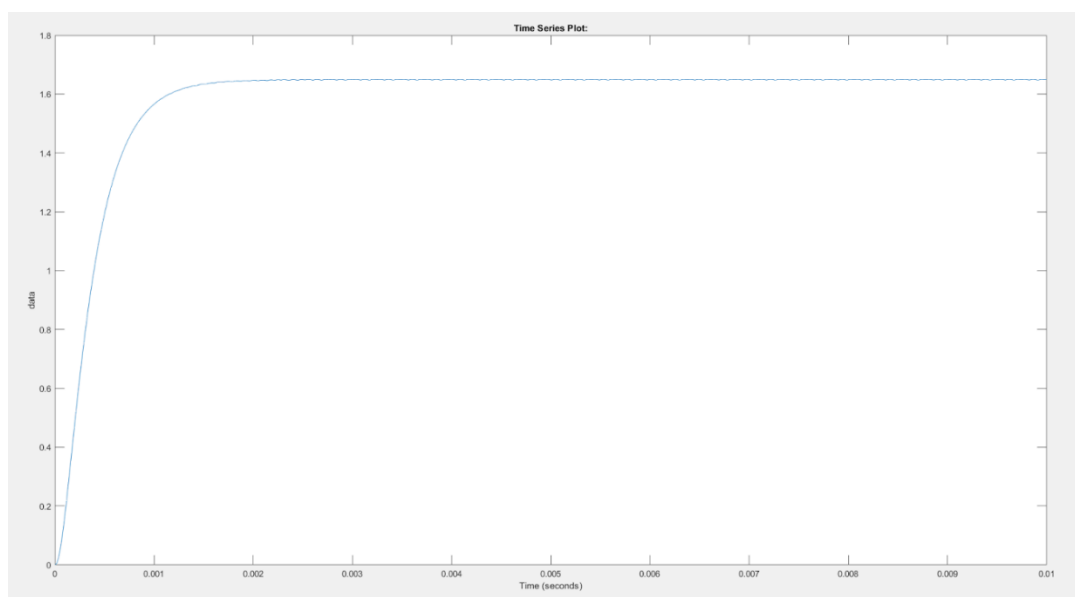
Bode de $C(p)G(p)F(p)$ en boucle ouverte

La fréquence de transition est à 399Hz. Pour cette fréquence, le Bode présente une phase bien supérieure à -135°, donc la marge de phase de 45° est garantie.

Lorsque l'on observe le montage sur Simulink :

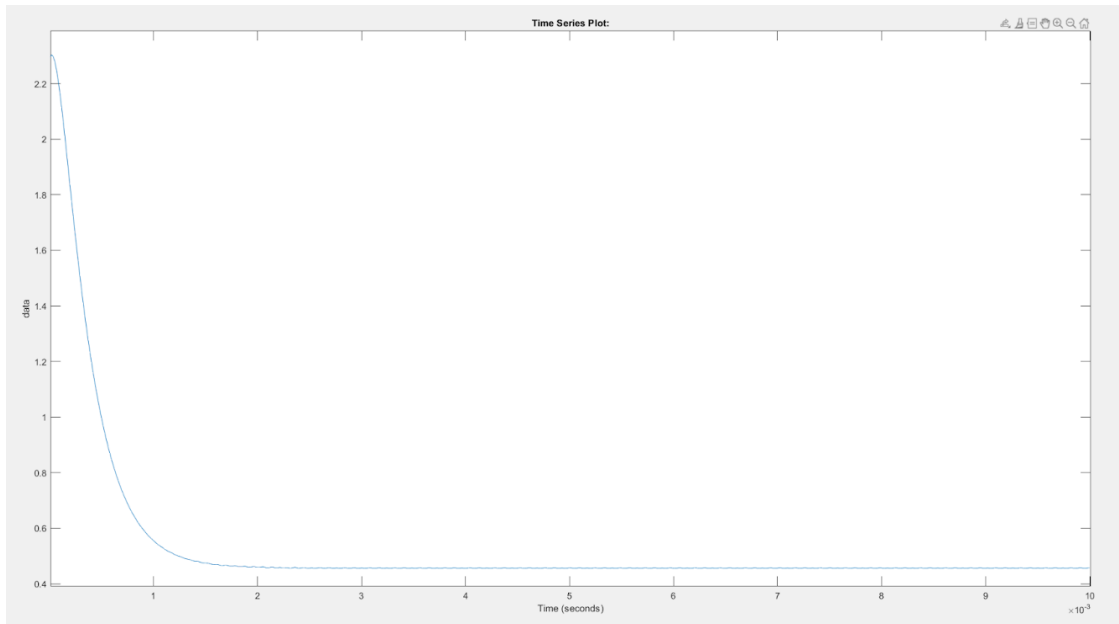


Montage sur Simulink



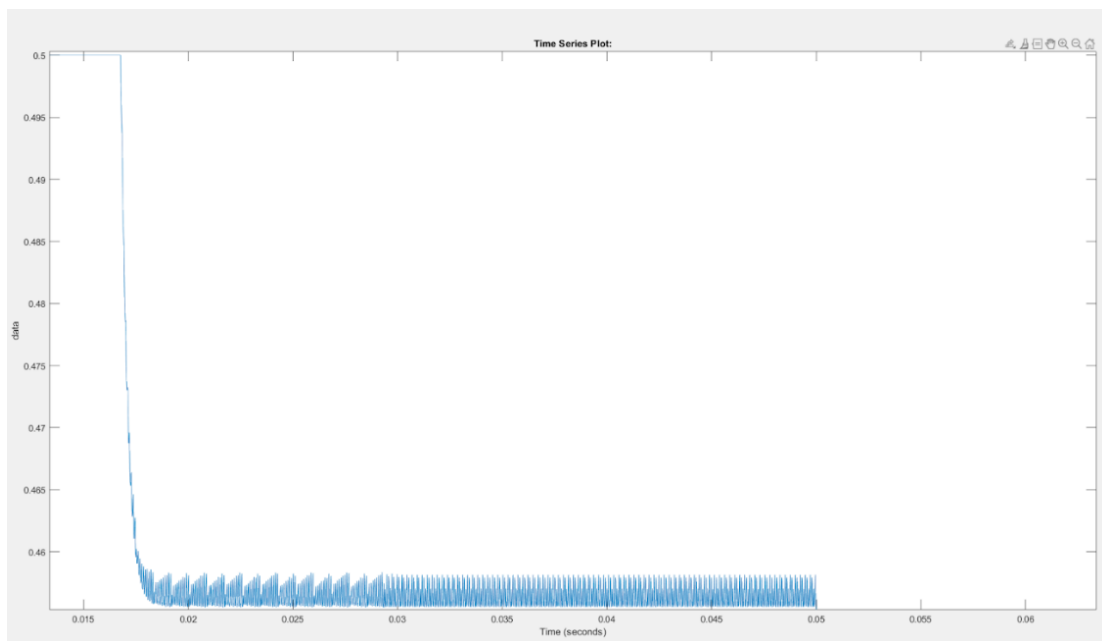
Réponse du système à un échelon de 1.65

Le courant mesuré est bien de 1.65, donc le système a une réponse en courant/couple satisfaisante. Cependant, le duty cycle α atteint des valeurs telles que 1.4, ce qui n'est pas possible (un duty cycle est un pourcentage entre 0 et 1).



Duty cycle α mesuré pour un échelon de 1.65V

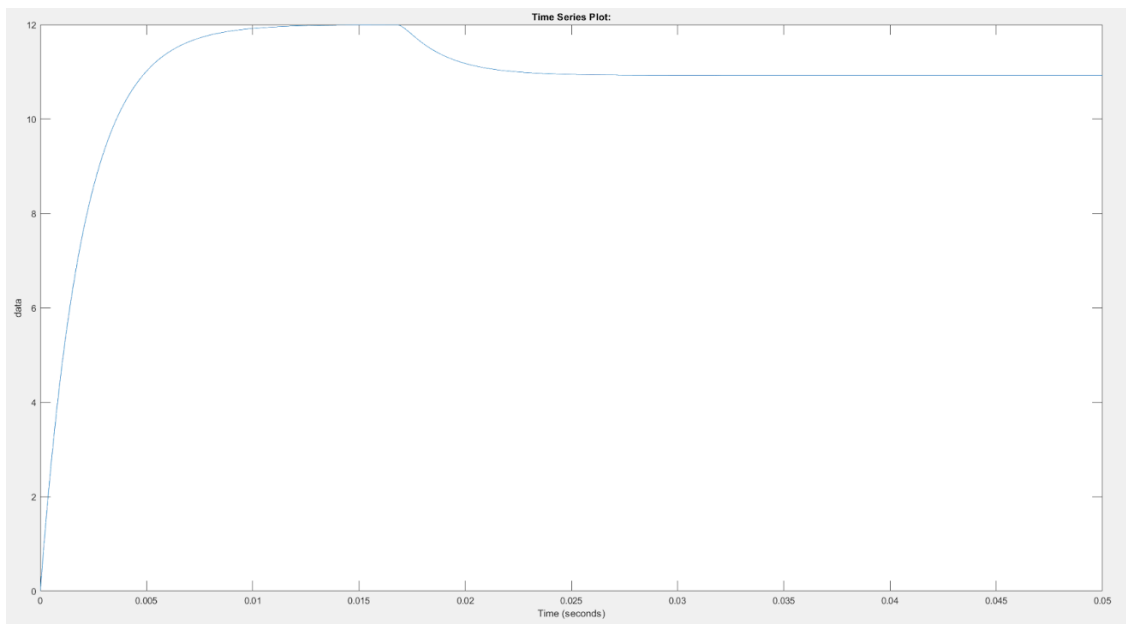
Pour résoudre ce problème, il est obligatoire d'ajouter un saturateur $+0.5/-0.5$ en sortie du correcteur, pour respecter la physique du système réel.



Duty cycle α mesuré après le saturateur en réponse à un échelon de 1.65V

La présence du saturateur pose un nouveau problème. Le saturateur représente physiquement l'impossibilité pour le microcontrôleur de fournir une PWM avec un duty cycle qui sort de l'intervalle $[-0.5; 0.5]$. Or lors du début de l'échelon, le duty cycle veut atteindre une valeur d'environ 1.4. C'est impossible à atteindre, donc cette valeur sera saturée à 0.5. L'intégrateur va "forcer" pour que le duty cycle atteigne la valeur pour la commande. Une fois une valeur palier atteinte correspondant à un duty cycle inférieur à 0.5, l'intégrateur arrête de "forcer" et se rend compte que la valeur de sortie du système est trop grande par rapport à l'objectif. Le duty cycle va donc diminuer jusqu'à atteindre la valeur de croisière. La non-

linéarité représentée par ce saturateur montre ainsi les limites de la modélisation linéaire d'un système.



Sortie du système après réponse à un échelon avec saturateur

Asservissement dans le domaine discret (transformée bilinéaire)

La conception du système continu étant terminée, on va maintenant chercher à discrétiser la fonction de transfert continue du correcteur $C(s)$. Dans la logique de conception d'un système numérique, il faut définir la période d'échantillonnage pour discrétiser le correcteur continu.

Choix de la période d'échantillonnage

La période d'échantillonnage du système a une incidence sur les données lues et sur la PWM en sortie. En effet, il faut que la période d'échantillonnage respecte le théorème de Shannon-Nyquist. Si le signal d'entrée a une bande de fréquence de 500Hz, alors le théorème de Shannon-Nyquist donne $F_e > 2 \cdot F_{max} = 1kHz$ et donc $T_e < 1ms$.

En sortie, le moteur a besoin d'une PWM de période $\tau_{PWM} = \frac{1}{20k} = 50\mu s$.

On choisit alors combien de pulse de la PWM le moteur subit entre 2 échantillons. On choisit 4 pulses par échantillon $T_e = 4 \cdot \tau_{PWM} = 200\mu s$.

Cette période d'échantillonnage respecte le théorème de Shannon-Nyquist, et correspond à une fréquence de 5kHz.

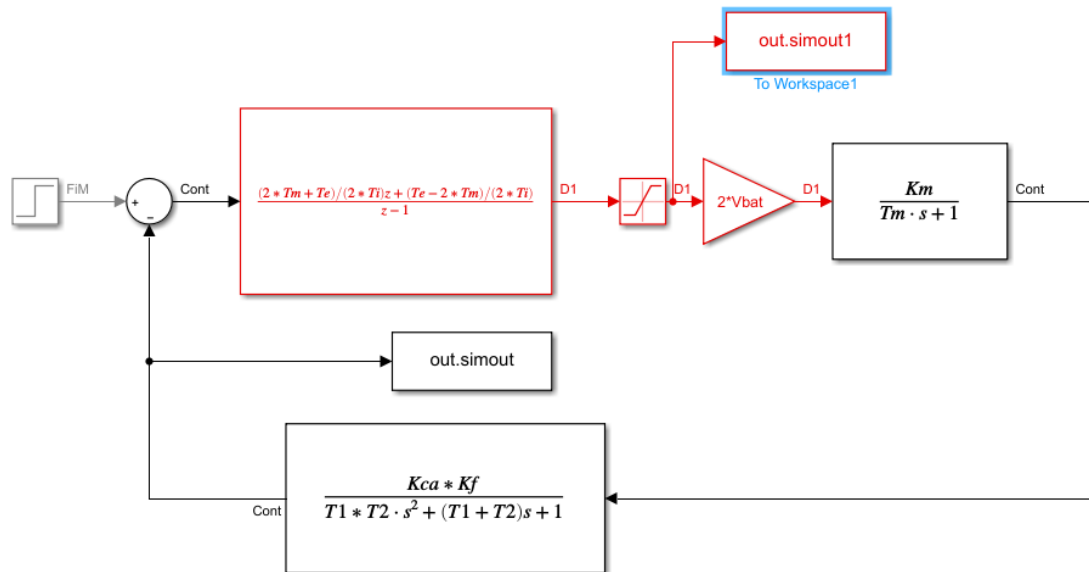
Discrétisation du correcteur

On choisit d'utiliser l'approximation bilinéaire de la variable de Laplace p sur $C(p)$ en faisant un changement de variable.

$$p = \frac{2}{T_e} * \frac{z - 1}{z + 1}$$

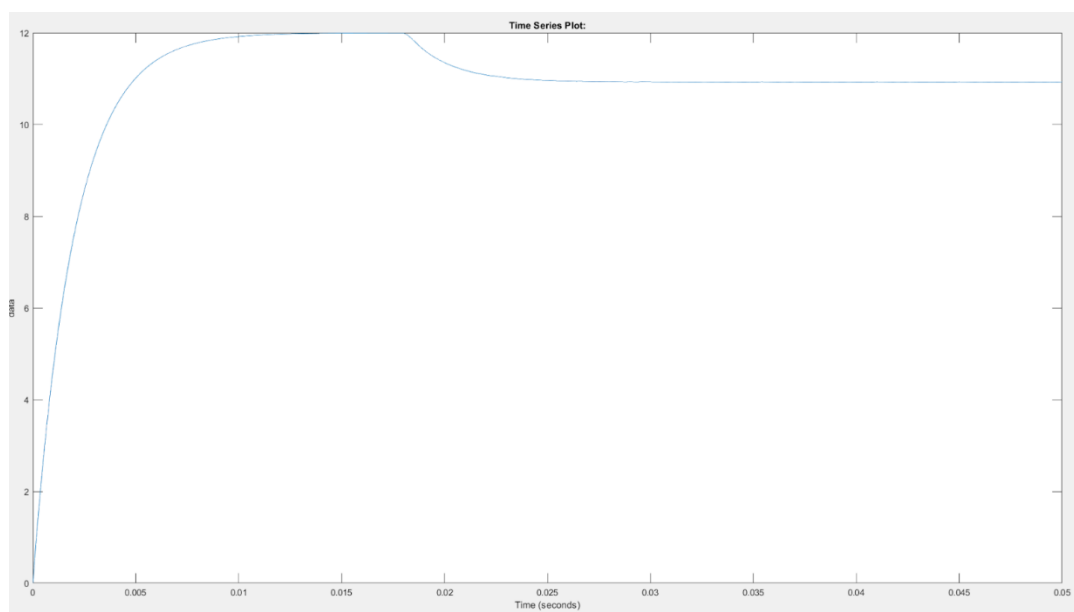
$$C(z) = \frac{z * \frac{2 * \tau_m + T_e}{2 * \tau_i} + \frac{T_e - 2 * \tau_m}{2 * \tau_i}}{z - 1}$$

On remplace C(p) par la nouvelle fonction discrète C(z) sur Simulink.

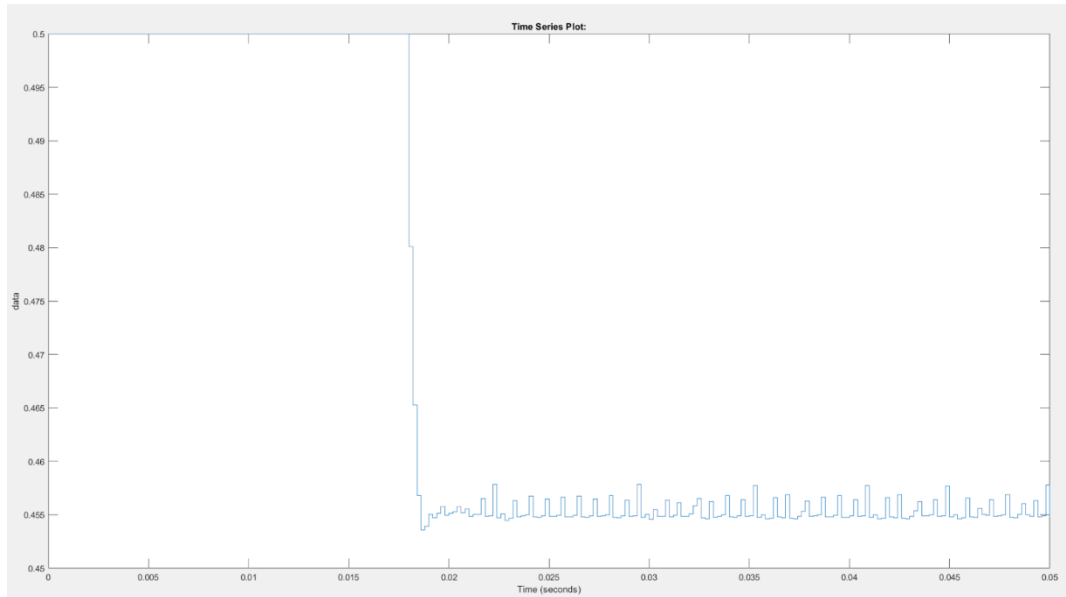


Simulink avec la fonction de transfert discrète

Si l'on regarde la réponse à un échelon en boucle fermée, elle est inchangée, comme ce que l'on voulait :



Réponse à un échelon avec C(z)



Alpha avec $C(z)$ dans le système

On observe tout de même des pics d'amplitude faible sur α pour maintenir le couple. Cela peut-être du au couplage de la non-linéarité et de la discrétisation.

Implémentation de la loi de commande sur le micro-contrôleur

L'objectif, à présent, est d'implémenter la loi de commande de α sur le micro-contrôleur. Pour cela, on transforme la fonction de transfert $C(z)$ en équation récurrente.

On pose $b_1 = \frac{2\tau_m + T_e}{2\tau_i}$ et $b_0 = \frac{T_e - 2\tau_m}{2\tau_i}$

Alors :

$$C(z) = \frac{\alpha(z)}{\varepsilon(z)} = \frac{b_1 z + b_0}{z - 1}$$

$$\Leftrightarrow \alpha(z) \cdot (z - 1) = (b_1 z + b_0) \cdot \varepsilon(z)$$

$$\Leftrightarrow \alpha(z) \cdot (1 - z^{-1}) = (b_1 + b_0 z^{-1}) \cdot \varepsilon(z)$$

$$\Leftrightarrow \alpha_k - \alpha_{k-1} = b_1 \cdot \varepsilon_k + b_0 \cdot \varepsilon_{k-1}$$

$$\Leftrightarrow \alpha_k = b_1 \cdot \varepsilon_k + b_0 \cdot \varepsilon_{k-1} + \alpha_{k-1}$$

Le code implémenté est tel que :

```
// Recuperer valeurs ADC et convertir en Volt
capteur_courant_actuel = (float)I1()/4095.0*3.3;
potentiometre_actuel = (float)Entree_3V3()/4095.0*3.3;

entree_correcteur_actuel = potentiometre_actuel - capteur_courant_actuel;
```

```

// Calcul de alpha à partir de C(s)
alpha = alpha_old + b1*entree_correcteur_actuel + b0*entree_correcteur_old;

if (alpha > 1) {
    alpha = 1;
} else if (alpha < 0) {
    alpha = 0;
}

// Mise à jour des valeurs
entree_correcteur_old = entree_correcteur_actuel;
alpha_old = alpha;

// Lancement de la PWM
R_Cyc_1((int)(4095*(alpha)));
R_Cyc_2((int)(4095*(alpha)));

```

Le code est très simple : au sein d'une interruption, nous récupérons les valeurs du potentiomètre et du capteur de courant (grâce à l'ADC). L'entrée du correcteur `entree_correcteur_actuel` représente la différence entre ces deux valeurs. Puis, l'équation de récurrence permet de calculer alpha qui sera utilisé comme duty cycle de la PWM. Nous n'oublions pas de mettre à jour les valeurs pour la prochaine exécution du code.

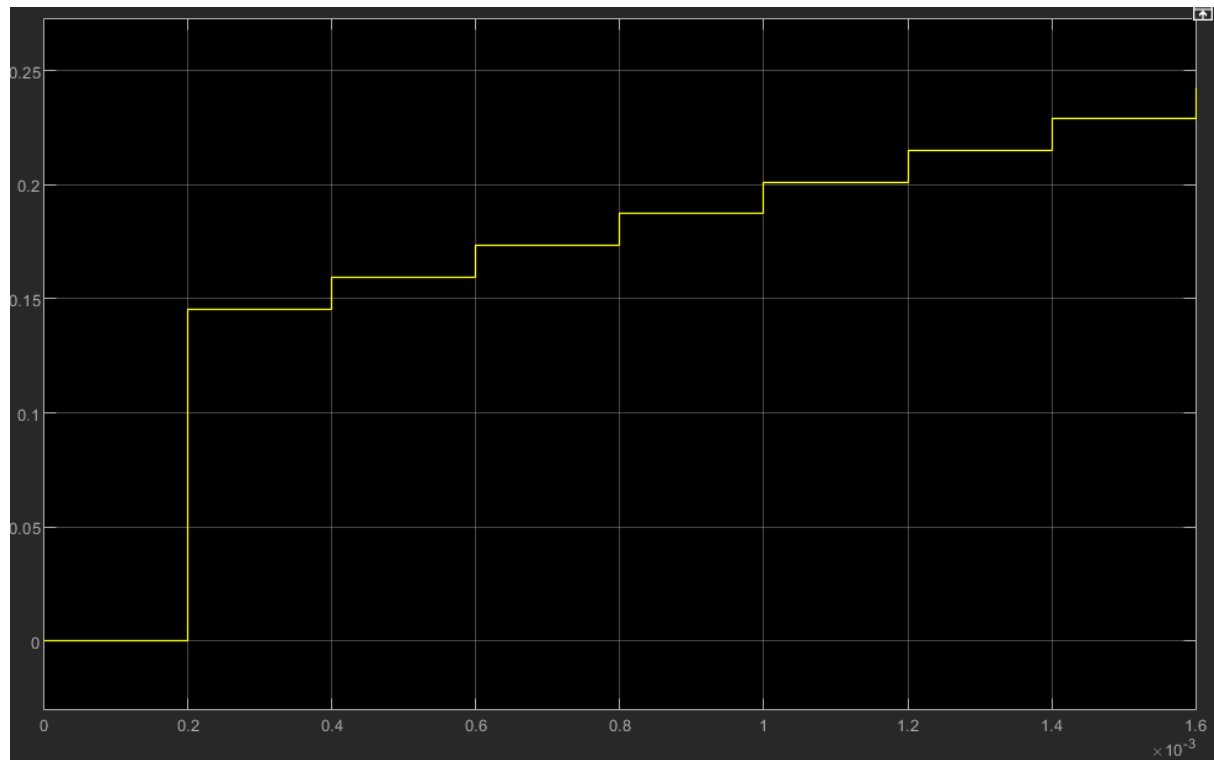
Une fois le correcteur implémenté, nous comparons notre implémentation en C avec un montage Simulink. Pour ceci, nous fixons un epsilon à 0.1 manuellement.

Nous espérons obtenir les mêmes valeurs pour confirmer une implémentation correcte de la fonction récurrente.

Sur Simulink, on utilise le montage suivant :

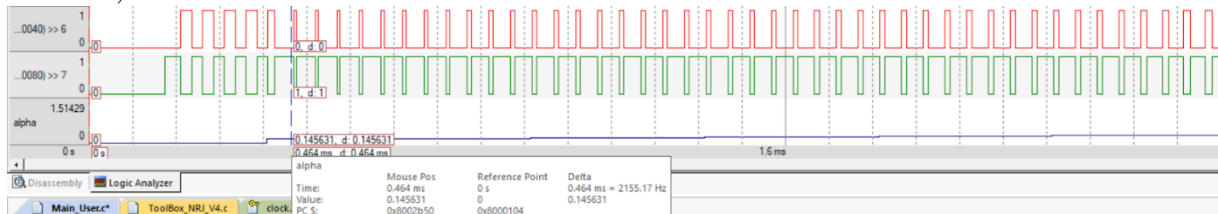


On obtient le résultat suivant :



α en fonction du temps

Sur Keil, le résultat est le suivant :

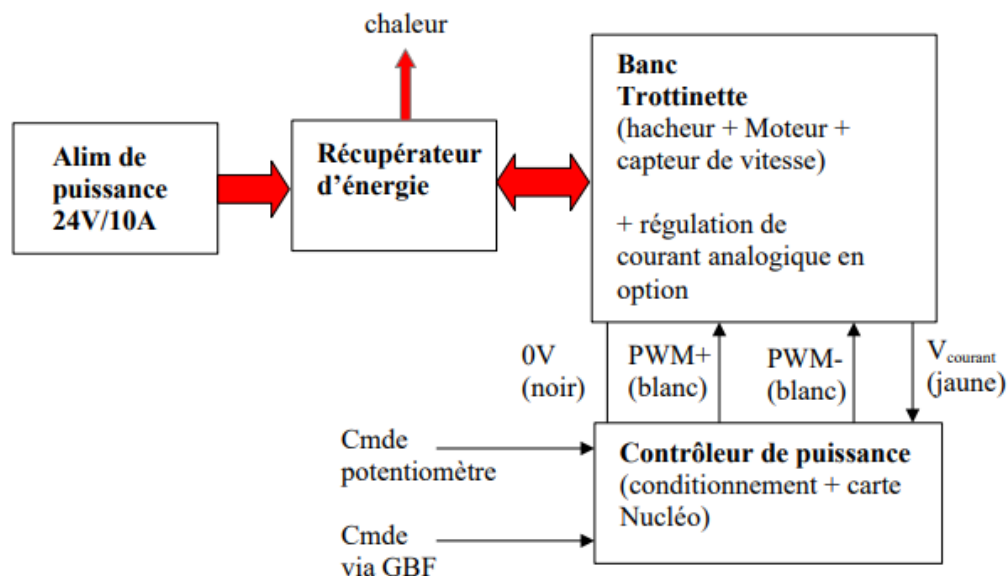


Les deux PWM ainsi que α en fonction du temps

On trouve bien une valeur de départ à $\alpha = 0.145$. On compare les valeurs à différent T_e et elles sont identiques, donc on augmente bien du bon coefficient. On confirme donc la correcte implémentation.

Implémentation de la régulation de couple

La suite du travail porte sur la maquette de la trottinette, dont l'architecture est décrite ci-dessous :



Tout d'abord, il convient de **tester le dispositif**.

Le système utilise un récupérateur d'énergie. Ce récupérateur d'énergie sert de protection pour l'alimentation de puissance. En effet, celle-ci est unipolaire. Le récupérateur d'énergie permet d'assurer qu'aucun courant venant du moteur ne puisse « entrer » dans l'alimentation, ce qui représenterait un danger et pourrait casser l'ensemble du système. Ceci est possible en rejetant l'excès de courant sous forme de chaleur.

Dans un premier temps, la maquette est testée avec le correcteur déjà implémenté sur la carte analogique. Ce correcteur devrait être identique à celui qui a été programmé numériquement à la partie précédente. Un rapide test du banc permet de confirmer que l'équipement fonctionne correctement.

Nous remplaçons la carte analogique par la carte Nucléo sur laquelle nous avons chargé notre code. Quelques légères modifications sont nécessaires pour corriger des erreurs de conversion entre valeurs de l'ADC et valeurs physiques en Volts. Après ces corrections, la régulation fonctionne. **Ce code est utilisé sur la vraie trottinette, que nous pouvons contrôler à partir du potentiomètre !**

Une fois ce test terminé, le système physique réel est caractérisé pour confirmer que l'entièreté du cahier des charges est bien respectée. Plusieurs critères sont à vérifier, listés ci-après :

- L'erreur statique doit être nulle.
- La fréquence de coupure doit être de 400Hz.
- La marge de phase doit être respectée (stabilité en BF).

Le potentiomètre en entrée est remplacé par un signal issu d'un GBF. Le signal a une amplitude de 200mV et un offset de 1.65V, pour correspondre au point de repos du système. Ceci permet de comparer à l'oscilloscope le signal d'entrée et de sortie avec une plus grande précision.

Un pic de résonance anormal est observé autour de 1000Hz. Il est possible que les paramètres que nous avons utilisés pour caractériser le système mécaniquement soient erronés, potentiellement à cause de l'âge du banc d'essai. Dans tous les cas, le tracé de la boucle fermée est donc incorrect : il est décalé vers la droite (résonance à 1000Hz et non pas aux alentours de 400Hz). Il nous faut donc modifier le gain du système pour compenser cette erreur. Dans notre cas, le coefficient du correcteur correspondant au gain est τ_i .

Les coefficients du correcteur sont tels que $b_1 = \frac{2\tau_m + T_e}{2\tau_i}$ et $b_0 = \frac{T_e - 2\tau_m}{2\tau_i}$, donc τ_i intervient au dénominateur de b_0, b_1 . Afin d'abaisser le diagramme de Bode, il faut diminuer ces coefficients et par conséquent augmenter τ_i . Dans notre programme, celui-ci est multiplié par deux.

Avec ce nouveau τ_i , la fréquence de coupure se situe aux alentours de 400Hz. Nous revenons aux critères que nous souhaitons valider.

Pour valider l'erreur statique nulle :

L'entrée est comparée avec II. En les observant à l'oscilloscope, les signaux se superposent parfaitement. Nous avons donc $\epsilon = 0$ donc une erreur statique nulle.

Pour valider la fréquence de coupure à 400Hz :

Le signal d'entrée a une amplitude de 160mV. La fréquence de coupure à -3dB, devrait donner une amplitude de 113mV à 400Hz. Le coefficient τ_i plus précisément de manière à obtenir cette valeur, ce qui nous mène à $\tau_i = \tau_{i_{ancien}} * 2.3$. La fréquence de coupure est maintenant correcte.

Pour valider la marge de phase :

Il n'y a pas de résonance, donc la marge de phase est suffisante pour assurer un système stable comme désiré dans le cahier des charges.

Conclusion de la première partie

Le correcteur en courant a été correctement conçu, discrétisé et implémenté sur STM32.

In fine, nous testons notre système sur la trottinette. Il est possible de contrôler la vitesse à l'aide d'un potentiomètre sur le guidon pour pouvoir avancer plus ou moins vite. La « marche arrière » sert de frein.

Cependant, ce système n'est pas parfait. En effet, si le couple moteur venait à être impacté par un poids différent, une montée, ou autre, la vitesse ne serait plus constante. De ce fait, il est intéressant d'implémenter un correcteur en vitesse, ce qui sera notre deuxième mission dans la suite de ce bureau d'études.

Mission 2 : Asservissement de la vitesse

Redéfinition du cahier des charges

Le cahier des charges est modifié pour espérer asservir le système en vitesse.

Pour cela, on réutilise la boucle de commande en couple utilisée pendant la première mission. On vient mesurer la force électromotrice du moteur, qui est proportionnelle à la vitesse de rotation du moteur :

$$\begin{aligned}E \cdot I_M &= \Omega \cdot \Gamma_{em} \\ \Omega &= \frac{E \cdot I_M}{\Gamma_{em}} \\ \Omega &= \frac{E \cdot I_M}{K_\Phi I_M} = \frac{E}{K_\Phi}\end{aligned}$$

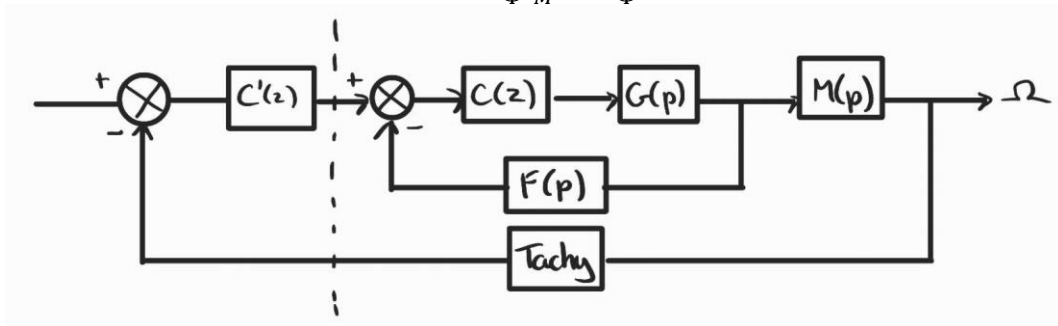


Schéma-bloc de la boucle de vitesse

Notre stratégie :

- Identification du système réel entier, situé à droite des pointillés.
- Calcul du $C'(z)$ qui commande la boucle de vitesse.

Identification du système à commander

Le bloc $C(z) - G(p) - F(p)$ en BF peut s'apparenter à un système d'ordre 1, avec une fréquence de coupure de 400Hz (cf. Mission 1). Le bloc $M(p)$ convertit le couple en vitesse, et s'apparente à un intégrateur. Le tachymètre est un gain qui convertit des tours/min en V.

On souhaite que le système fonctionne à de très basses fréquences (<10Hz). A de telles fréquences, le système d'ordre 1 se comporte comme un simple gain.

La mesure du couple (pour des fréquences <10Hz) peut s'apparenter à l'identification d'un intégrateur, qui s'écrit de la manière suivante :

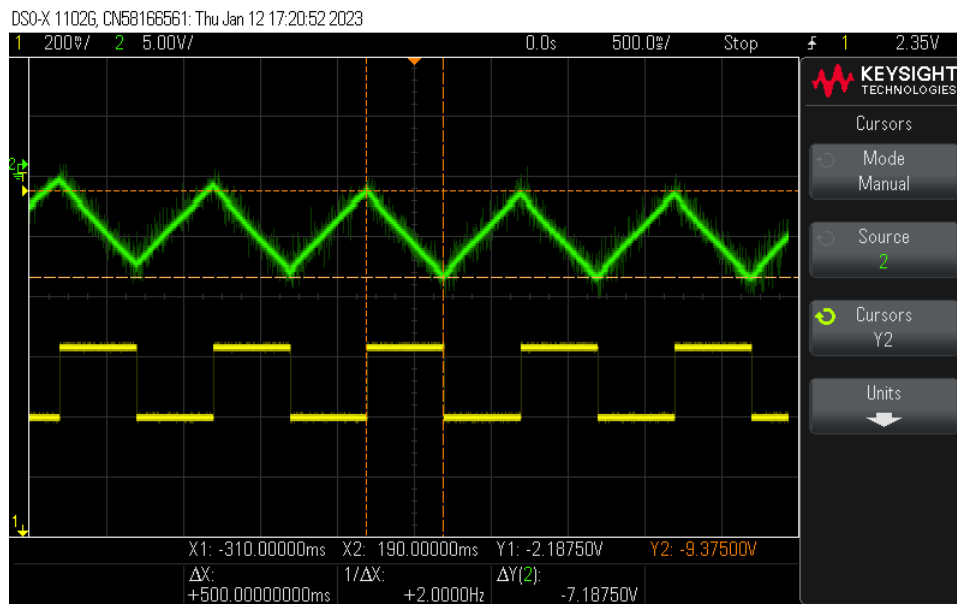
$$B(p) = \frac{K_B}{p}$$

Protocole expérimental pour la mesure du paramètre K_B :

Le système étudié comporte une zone morte : il est difficile de trouver les paramètres de la zone linéaire autour du point de repos. Nous décalons l'offset de 1.65V à 1.717V pour sortir de cette zone.

Pour caractériser le système, il est plus simple d'utiliser un signal carré qui permet de voir le comportement intégrateur. Nous mettons en entrée de la boucle de courant un tel signal de fréquence 5Hz et d'amplitude 233mV.

Le signal de sortie observé à l'oscilloscope est le suivant :



Observation de la réponse du système aux bornes du tachymètre

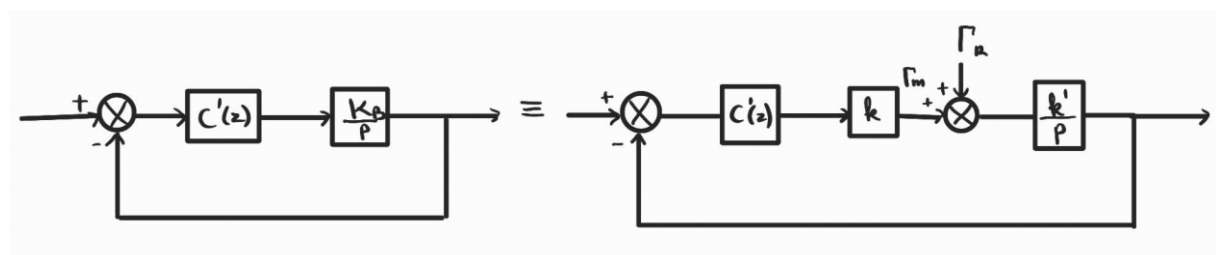
La pente en sortie du tachymètre est telle que :

$$K_B * e_0 = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} = \frac{7.18750}{0.5}$$

Avec $e_0 = 233mV$ l'amplitude du signal carré en entrée. De ce fait, le gain K_b de l'intégrateur est $K_b = 61V/V = 35.7dB$

L'ensemble du système réel sera maintenant assimilé à une boîte noire contenant un intégrateur.

Le schéma du correcteur en vitesse ainsi que de la boîte noire est dessiné à gauche. Or, celui-ci n'a l'air de présenter aucune erreur statique. Ceci est dû à une erreur importante dans la modélisation du système. En effet, nous supposons que le couple moteur ne serait jamais perturbé. Dans une utilisation réelle cependant, beaucoup de perturbations (comme une montée par exemple) peuvent créer un couple résistif qui modifiera le couple moteur (schéma de droite). Au final, ceci va créer une erreur statique non-nulle.



Ajout des perturbations de couple dans le système simplifié en basses fréquences

Cette observation nous permet de choisir un correcteur PI pour le correcteur en vitesse. Il permettra de corriger l'erreur mentionnée ci-dessus ainsi que d'assurer la marge de phase nécessaire pour stabiliser de système.

De plus, une autre erreur de modélisation a été commise : la vitesse du moteur est mesurée à l'aide d'un tachymètre qui transforme le $\pm 10V$ en $0/3V3$. Il y a donc un gain que nous n'avons pas pris en compte.

Il faut donc ajouter dans la boucle ouverte le gain de tachymètre $K_T = \frac{3.3}{20}$.

Commande dans le domaine continu

Objectif : Trouver les caractéristiques d'un correcteur PI tel que

- La marge de phase est supérieure à 45° .
- La fréquence de transition se situe à $f_T = 10Hz$, pour assurer la validité de notre simplification du système.

Le correcteur PI est de la forme :

$$C'(p) = \frac{1 + \tau_{c2}p}{\tau_{i2}p}$$

Par conséquent, la fonction de transfert en boucle ouverte est telle que :

$$G'(p) = C'(p) \frac{K_B K_T}{p} = \frac{K_T K_B (1 + \tau_{c2}p)}{\tau_{i2}p^2}$$

Le diagramme de Bode de cette fonction de transfert est représenté qualitativement avec des paramètres choisis arbitrairement :

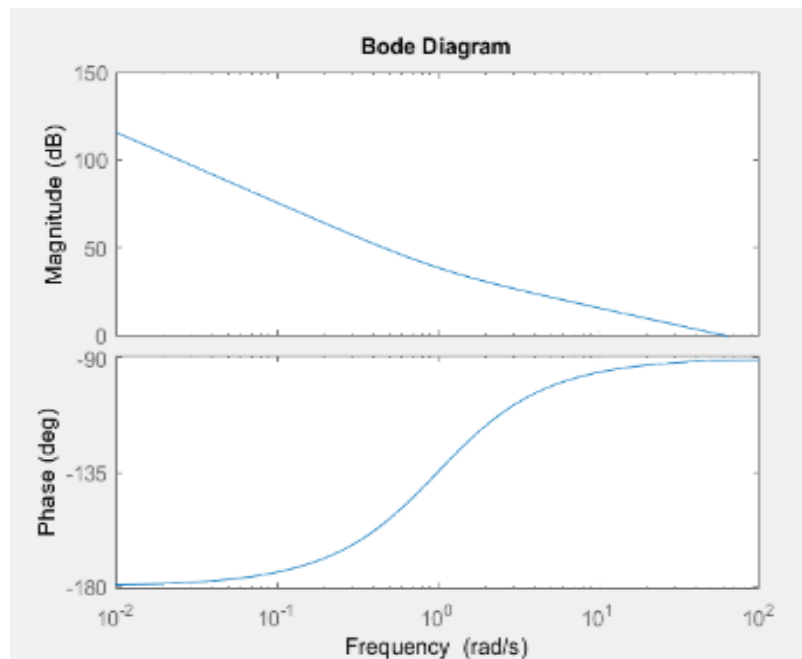


Diagramme de Bode de la FTBO

Sur le diagramme ci-dessus, la phase est à -180° pour les basses fréquences, et à -90° pour les hautes fréquences. A la fréquence de coupure représentée par le zéro, la phase est de -135° , ce qui représenterait une marge de phase de 45° si la fréquence correspondante est la fréquence de transition (i.e. $|G'(j\omega)| = 0dB = 1$).

Nos deux critères sont donc :

- Placer le zéro pour avoir une fréquence de coupure de 10Hz.
- Modifier l'amplitude pour avoir 0dB à 10Hz.

Placement du zéro à 10Hz :

$$f_{c2} = 10\text{Hz} = \frac{1}{2\pi\tau_{c2}}$$

$$\tau_{c2} = \frac{1}{2\pi f_{c2}} = 15.92\text{ms} = 1.592 \times 10^{-2}\text{s}$$

Placement de l'amplitude à 0dB à 10Hz :

$$|G'(j\omega)| = \left| \frac{K_B K_T \cdot (1 + j2\pi \times 10 \times \tau_{c2})}{-4\pi^2 \times 10^2 \times \tau_{i2}} \right| = \frac{K_T K_B \cdot \sqrt{1^2 + 4\pi^2 \tau_{c2}^2 \times 10^2}}{4\pi^2 \tau_{i2} \times 10^2} = 0\text{dB} = 1$$

$$\tau_{i2} = \frac{K_B K_T \cdot \sqrt{1^2 + 4\pi^2 \tau_{c2}^2 \times 10^2}}{4\pi^2 \times 10^2} = 3.606 \times 10^{-3}$$

Conclusion : la fonction de transfert du correcteur sera la suivante :

$$C'(p) = \frac{1 + \tau_{c2}p}{\tau_{i2}p}$$

Avec $\tau_{c2} = 1.592 \times 10^{-2}$ et $\tau_{i2} = 3.606 \times 10^{-3}$.

Les calculs précédents sont confirmés en implémentant quantitativement le correcteur sur Matlab avec ces valeurs.

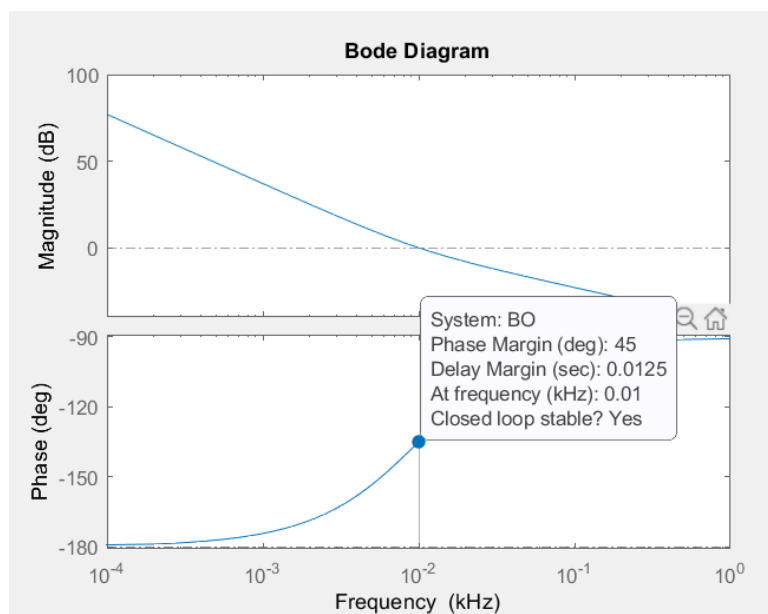


Diagramme de Bode de la FTBO après calcul du correcteur

De manière analogue à ce qui a été fait dans la première partie, la fonction de transfert est discrétisée en utilisant la transformée bilinéaire :

$$p = \frac{2}{T_{e2}} * \frac{z - 1}{z + 1}$$

Pour T_{e2} , il est possible de garder la même période d'échantillonnage que pour le premier correcteur, ou bien en prendre un multiple. Nous choisissons ici $T_{e2} = n * T_e$.

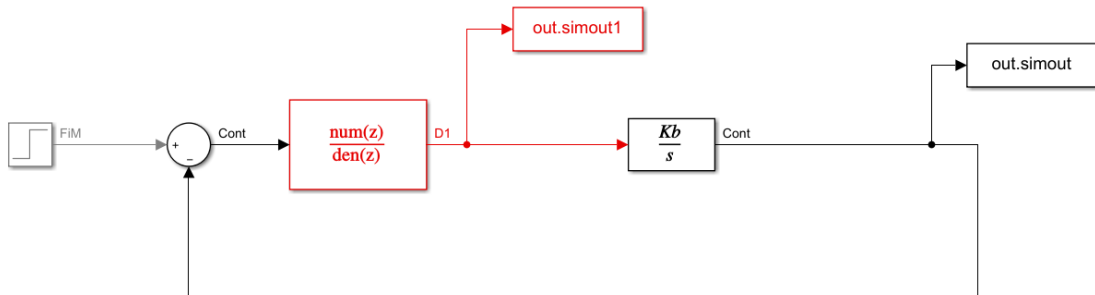
$$C'(z) = \frac{1 + \tau_{c2} * \frac{2}{T_{e2}} * \frac{z - 1}{z + 1}}{\tau_{i2} * \frac{2}{T_{e2}} * \frac{z - 1}{z + 1}} = \frac{T_{e2}(z + 1) + 2\tau_{c2}(z - 1)}{2\tau_{i2}(z - 1)} = \frac{z(T_{e2} + 2\tau_{c2}) + T_{e2} - 2\tau_{c2}}{2\tau_{i2}z - 2\tau_{i2}}$$

Par identification :

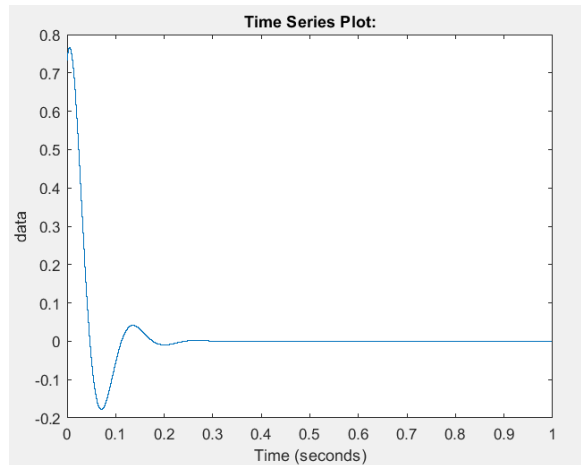
$$C'(z) = \frac{b_{11}z + b_{10}}{a_{11}z + a_{10}}$$

$$b_{21} = T_{e2} + 2\tau_{c2}, b_{20} = T_{e2} - 2\tau_{c2}, a_{21} = 2\tau_{i2}, a_{20} = -2\tau_{i2}$$

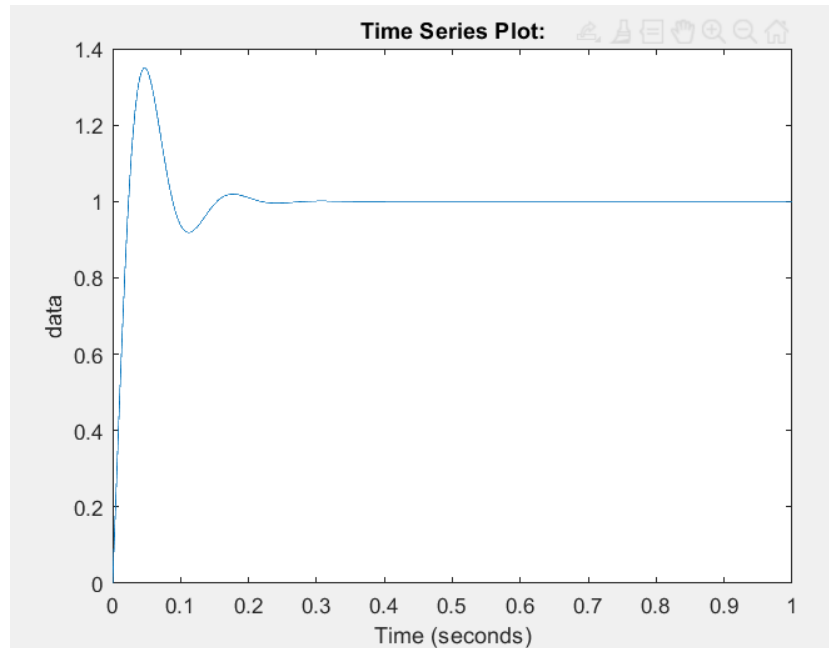
Le correcteur discrétisé est représenté sous Simulink. Un échelon unitaire est placé à l'entrée du système.



L'erreur statique est nulle, comme souhaité :



Commande à la sortie du nouveau correcteur



Système corrigé avec erreur nulle

Une fois ces vérifications sur Simulink faites, la prochaine étape est d'implémenter ce nouveau correcteur sur Keil μ Vision.

Implémentation sur microcontrôleur

Comme dans la première partie du BE, le correcteur discrétisé est programmé sur STM32. Le code est très semblable à celui précédemment conçu. Cependant, nous décidons de laisser le choix à l'utilisateur d'avoir un temps d'échantillonnage différent pour cette deuxième boucle de vitesse. Ici on a $T_{e2} = 2 * T_e$.

Pour implémenter le correcteur sur le microcontrôleur, on part de la fonction de transfert du correcteur :

$$C'(z) = \frac{b_{11}z + b_{10}}{a_{11}z + a_{10}}$$

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_{11}z + b_{10}}{a_{11}z + a_{10}}$$

$$Y(z)(a_{11}z + a_{10}) = U(z)(b_{11}z + b_{10})$$

$$Y(z)(a_{11} + a_{10}z^{-1}) = U(z)(b_{11} + b_{10}z^{-1})$$

$$a_{11}y_k + a_{10}y_{k-1} = b_{11}u_k + b_{10}u_{k-1}$$

$$y_k = \frac{b_{11}}{a_{11}}u_k + \frac{b_{10}}{a_{11}}u_{k-1} - \frac{a_{10}}{a_{11}}y_{k-1}$$

La mise en place de l'équation de l'équation récurrente est réalisée avec le code suivant :

```
// Recuperer valeurs ADC
capteur_courant_actuel = (float)I1()/4095.0*3.3;

//potentiometre_actuel = (float)Entree_3V3()/4095.0*3.3; // a modifier
// Te2
if (indexTe++ == facteur)
{
    indexTe = 0;
    entree_c2_old = entree_c2_actuel;
    consigne_c1_old = consigne_c1_actuel;
    capteur_fem_actuel = (float)Entree_10V()/4095.0*3.3;
    consigne_vit_actuel = (float)Entree_3V3()/4095.0*3.3;

    entree_c2_actuel = consigne_vit_actuel - capteur_fem_actuel;
    consigne_c1_actuel = -a20/a21*consigne_c1_old + b21/a21*entree_c2_actuel
                        + b20/a21*entree_c2_old;

    if (consigne_c1_actuel < 0) {
        consigne_c1_actuel = 0;
    } else if (consigne_c1_actuel > 3.3) {
        consigne_c1_actuel = 3.3;
    }
}

//potentiometre_actuel - capteur_courant_actuel;
entree_correcteur_actuel = consigne_c1_actuel - capteur_courant_actuel;
//Te
// Calcul de alpha à partir de C(s)
alpha = alpha_old + b1*entree_correcteur_actuel + b0*entree_correcteur_old;
if (alpha > 1) {
    alpha = 1;
} else if (alpha < 0) {
    alpha = 0;
}
// Mise à jour des valeurs
entree_correcteur_old = entree_correcteur_actuel;
alpha_old = alpha;

// Lancement de la PWM
R_Cyc_1((int)(4095*(alpha)));
R_Cyc_2((int)(4095*(alpha))); // Pas besoin d'inverser alpha
```

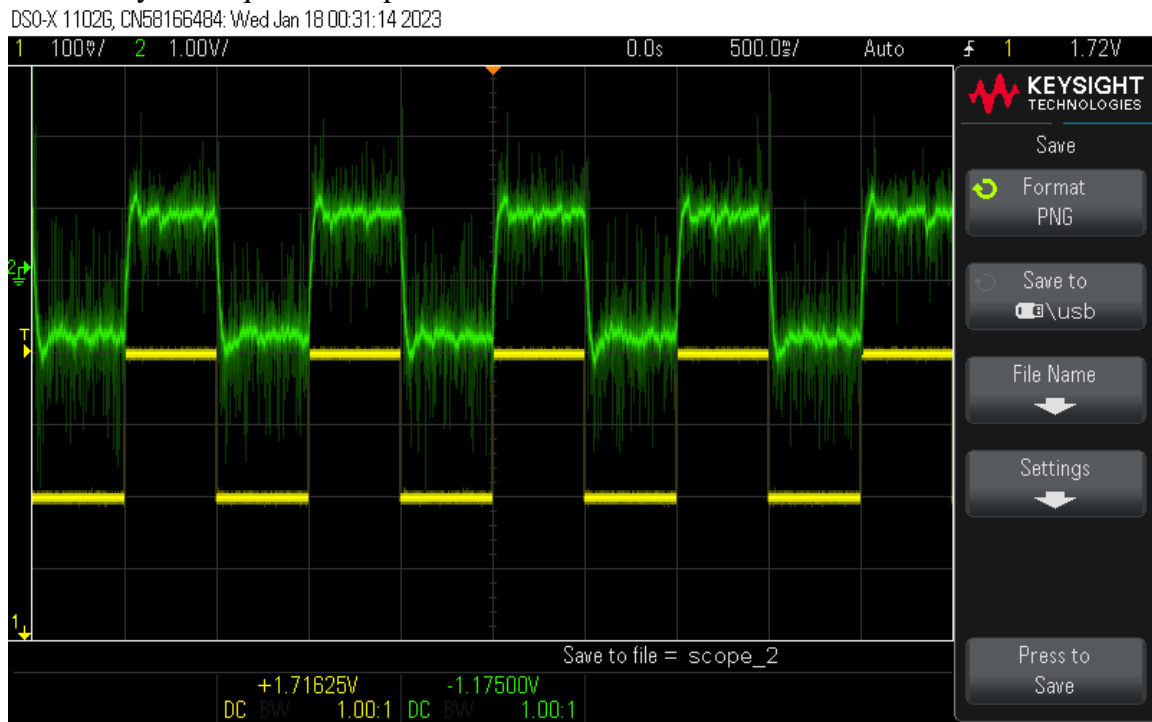
Le code de la première partie est réutilisé, et le nouveau correcteur est ajouté dans la même interruption. Cependant, nous rajoutons un bloc if ne s'activant que lorsque l'interruption a été appelée un certain nombre de fois, correspondant à $\frac{T_{e2}}{T_e}$.

Nous récupérons la force électromotrice aux bornes du tachymètre, ainsi que la consigne envoyée par le potentiomètre. La différence est appelée entree_c2, et utilisée pour réaliser le

calcul de l'équation récurrente. La sortie du correcteur remplace la consigne (potentiomètre) dans le premier code.

En test, nous avons réalisé qu'il est très important que la valeur de la période d'échantillonnage soit bien celle utilisée dans les calculs des coefficients de l'équation récurrente. En tournant la molette du potentiomètre, le moteur vient tourner sans saturer en vitesse, l'objectif est donc réussi.

Une fois de plus, ces résultats sont observés sur le banc d'essais à l'aide d'un signal carré à l'entrée du système qui est comparé à la sortie :



Observation de la réponse du système aux bornes du tachymètre

L'observation de ces signaux nous permet de confirmer l'erreur statique nulle de notre signal. Sur la sortie (en vert), la résonance que nous observions sur Matlab est également présente.

Conclusion de la deuxième partie

L'implémentation du correcteur en vitesse est réussie et correspond au cahier des charges.

Ces deux correcteurs en place, nous pouvons maintenant prendre du recul sur notre projet et sur ce que nous avons appris ainsi que sur les éléments à améliorer.

Conclusion du bureau d'études

Dans ce bureau d'études, nous avons à la fois travaillé sur des exercices de modélisation de systèmes, mais également sur la conception de correcteurs et l'implémentation sur microcontrôleur. À la différence des précédents projets d'automatique, c'est la première fois que nous avons travaillé sur un système si complet.

Ceci nous a permis de mieux appréhender ce travail. Nous avons dû plusieurs fois calculer une solution, la mettre en place, réaliser que nous avons oublié un élément physique, pour modifier nos calculs initiaux et proposer une autre solution plus complète. Cependant, il y a encore plusieurs pistes d'amélioration pour ce projet.

Dans un premier temps, il est toujours possible d'utiliser la marche arrière de la trottinette, ce qui est peu logique. Il faudrait donc modifier le code pour interdire ceci.

Mais le problème majeur reste l'efficacité de nos correcteurs sous différentes conditions. Il est nécessaire de remettre en question la validité de notre modélisation. Nous avons négligé de nombreux détails, comme la présence d'éléments non-linéaires ou des perturbations. Cela nous permettrait d'améliorer encore la robustesse de notre système, mais il s'agit d'un pan de l'automatique que nous avons peu exploré jusqu'à présent. Il est toutefois intéressant de comprendre l'enjeu crucial de tels sujets scientifiques dans des applications réelles, comme dans l'aéronautique.

À la fin de ce bureau d'études, nous avons une trottinette fonctionnelle dans des conditions peu hostiles, avec un correcteur en courant et une boucle de vitesse correspondant aux cahiers des charges que nous avons conçus.

INSA Toulouse

135, avenue de Rangueil
31077 Toulouse Cedex 4 - France
www.insa-toulouse.fr



MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION NATIONALE,
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE