

提高数据结构

广水一中 吴俊彤

主要内容：

ST表

并查集

线段树

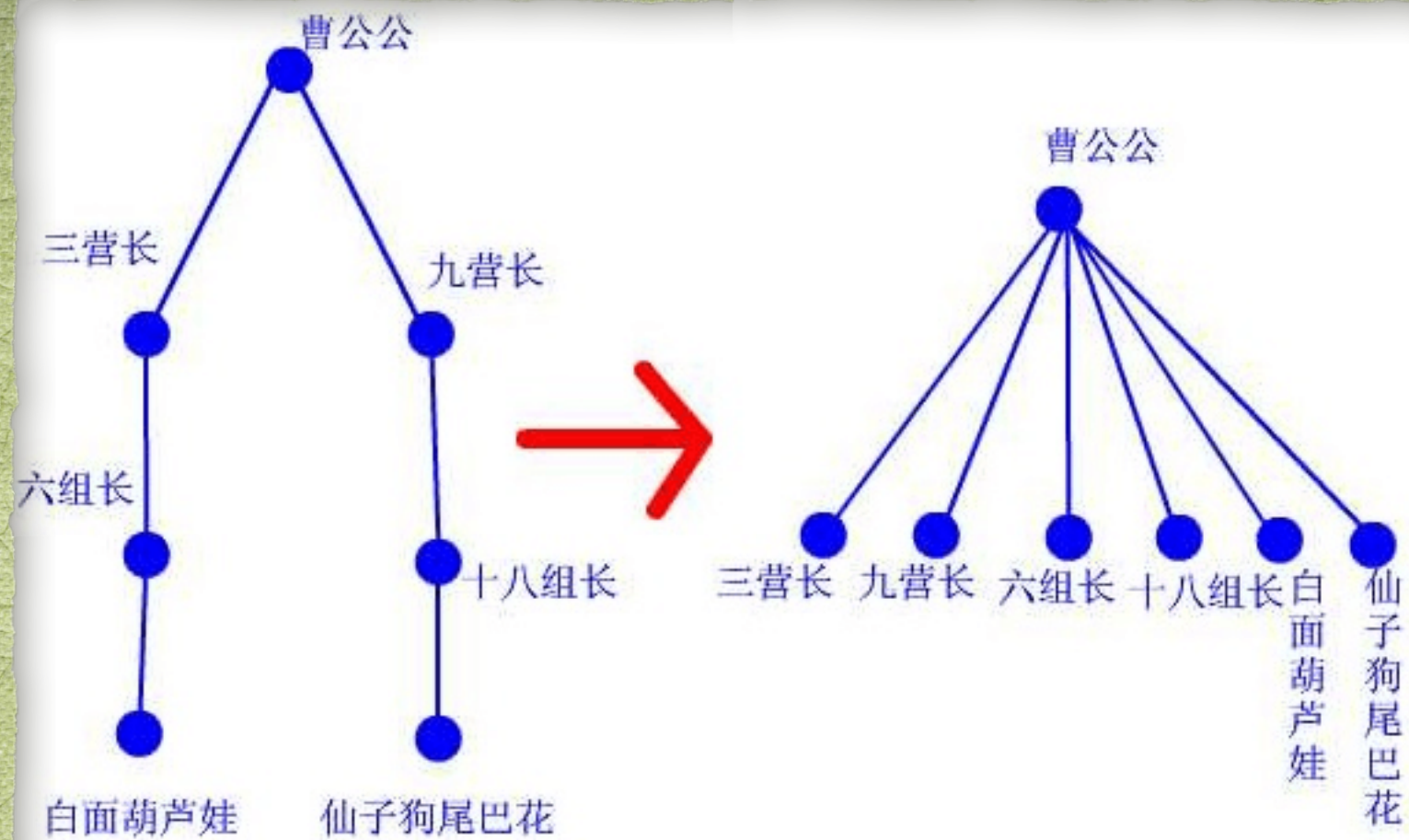
树状数组

并查集：

- 动态维护集合
- 支持合并集合，查找元素处于的集合
- 复杂度 $O(n \log n)$ （可优化至线性）
- 经常在图论中使用

结合洛谷课本讲解

P15



一张图表示路径压缩的原理

下面来看一道例题

题目描述

[展开](#)

很久以前，在一个遥远的星系，一个黑暗的帝国靠着它的超级武器统治着整个星系。

某一天，凭着一个偶然的机遇，一支反抗军摧毁了帝国的超级武器，并攻下了星系中几乎所有的星球。这些星球通过特殊的以太隧道互相直接或间接地连接。

但好景不长，很快帝国又重新造出了他的超级武器。凭借这超级武器的力量，帝国开始有计划地摧毁反抗军占领的星球。由于星球的不断被摧毁，两个星球之间的通讯通道也开始不可靠起来。

现在，反抗军首领交给你一个任务：给出原来两个星球之间的以太隧道连通情况以及帝国打击的星球顺序，以尽量快的速度求出每一次打击之后反抗军占据的星球的连通块的个数。（如果两个星球可以通过现存的以太通道直接或间接地连通，则这两个星球在同一个连通块中）。

给定一个无向联通图

多次删边，每次删边后求连通块个数

P1197 星球大战 - sol

- 考虑每次删除一条边后，很难维护并查集的状态
- 因为并查集只能合并集合，但不能分离两个集合
- 但如果是每次增加一条边，求联通块的个数，是不是就很容易用并查集维护

P1197 星球大战 - sol

- 所以我们引入离线操作的思想
- 先将所有的操作存起来并执行，然后由最终的状态向开始的状态变换（加边），并得到目前联通块个数
- 然后我们发现先得到的是后面的答案，后得到前面的答案
- 将得到的答案排序后输出就可以了。

- 另外还有拓展域并查集与边带权并查集
- 这里并不多讲，感兴趣的话可以自行了解

ST表

- 一种通过倍增来优化查询的数据结构
- 本身并没有很大的优越性，但倍增的思维值得学习
- 绝大部分情况下可以被更高级别的数据结构代替
- 查找的速度最快，为 $O(1)$ ，但维护的信息的局限性较大

结合洛谷课本进行讲解

P43

ST表的一些特点：

- 维护的信息具有区间可加性，并且区间重合对答案不造成影响
- 这就是为什么局限性大，常用的有这个性质的只有区间极值与区间最大公约数
- 甚至难以维护区间求和
- 但查询速度值得肯定，少了一个 \log 。

例题：「模板」ST表
学会写法就行

重点：线段树

首先结合洛谷教材P36讲一遍

然后根据王嘉树的PDF再讲一遍

然后我们来看一下例题

题目描述

展开

AKN觉得第一题太水了，不屑于写第一题，所以他又玩起了新的游戏。在游戏中，他发现，这个游戏的伤害计算有一个规律，规律如下

- 1、拥有一个伤害串为长度为 n 的01串。
- 2、给定一个范围 $[l,r]$ ，伤害为伤害串的这个范围内中1的个数
- 3、会被随机修改伤害串中的数值，修改的方法是把 $[l,r]$ 中的所有数xor上1

AKN想知道一些时刻的伤害，请你帮助他求出这个伤害

给定一个01串，支持区间异或1（0变1，1变0）
与区间查询1的个数

P2574 XOR的艺术 - sol

- 把打标记操作弄明白后，就会发现这是一道很水的题
- 只需要维护一个区间异或对标记就可以了
- 属于水题

P2574 XOR的艺术 - sol

- 那我们再拓展一下
- 给定一段正整数序列（所有数小于 10^6 ），要求：
- 区间对 x 异或
- 查询区间和
- 如果是这样的话又怎么写呢？

拓展题：sol

- 其实也是水题
- 考虑到每个数都可以二进制分解为一堆01串
- 我们只需要对每一个01串进行异或1的操作就可以了
- 考虑到数小于 10^6 ，二十棵线段树就够了。

树状数组

- 考虑到前面内容过多可能讲不完
- 暂时只到这里
- 如果还有多余的时间就再讲一下树状数组