

Beispiel 1 (20 Punkte): Permutation

Schreiben Sie eine rekursive Funktion `permute` in C++, die alle Permutationen eines gegebenen Vektors ausgibt. Ein Beispiel für den Vektor {1, 2, 3}:

```
{2, 3, 1}
{3, 2, 1}
{3, 1, 2}
{1, 3, 2}
{2, 1, 3}
{1, 2, 3}
```

Beispiel 2 (20 Punkte): Mischen

Schreiben Sie eine rekursive Funktion `random_shuffle` in C++, die die Elemente eines gegebenen Vektors zufällig durchmischt. Achten Sie auf Effizienz!

Beispiel 3 (20 Punkte): Primzahlen erkennen

Schreiben Sie eine indirekt rekursive Funktion `is_prime` in C++, die prüft, ob eine gegebene Zahl eine Primzahl ist.

Beispiel 4 (20 Punkte): Große Zahlen vergleichen

Schreiben Sie eine rekursive Funktion `compare` in C++, die zwei Zahlen zur Basis 1.000, die in der Form von einfachverketteten Listen vorliegen, vergleicht (-1/0/1).

Beispiel 5 (20 Punkte): Bisektion

Gegeben sei eine im Intervall $[a;b]$ stetige Funktion f , wobei $f(a)$ und $f(b)$ unterschiedliche Vorzeichen besitzen. Schreiben Sie eine rekursive Funktion **bisection**, die eine im Intervall $[a;b]$ liegende Nullstelle der Funktion f mittels Bisektion ermittelt. Die Funktion f wird der Funktion **bisection** per Funktionszeiger übergeben.

| Funktion | Intervalle |
|---|------------------------------------|
| $f_1 = 2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + \frac{1}{2}$ | $[-2, 0]$ und $[-2, 4]$ |
| $f_2 = x + e^x$ | $[-1, 1]$ und $[0, 1]$ |
| $f_3 = \frac{5}{2} \cdot x^2 - 7 \cdot x + 4$ | $[-1, 4]$, $[1, 4]$ und $[-1, 1]$ |

Bisektion: Das gegebene Intervall wird halbiert und dann entschieden, in welcher Hälfte die Nullstelle liegt. Dieser Vorgang wird wiederholt, bis die Intervalllänge eine vorgegebene Größe ϵ (z. B. $\epsilon = 10^{-4}$) unterschreitet. Die Intervallmitte ist dann eine Näherung für die Nullstelle von f .

Berechnen Sie, um Ihr Programm zu testen, mit Ihrem Programm zumindest für die oben gezeigten Funktionen und Intervalle jeweils eine Näherung für eine Nullstelle.

Anmerkungen: (1) Geben Sie Lösungsideen an. (2) Strukturieren und arbeiten Sie sauber. (3) Kommentieren Sie ausführlich. (4) Geben Sie ausreichend Testfälle ab. (5) Prüfen Sie alle Eingabedaten auf ihre Gültigkeit.