MAS3/GST3 Übung 1

Auszuarbeiten bis 14. bzw. 16. 10. 2025

1. Für dieses Beispiel betrachten wir ein Aufteilungsproblem, wie es im Buch als Beispiel 7.3 beschrieben wird. Dabei werde "best of 13" gespielt: gewonnen hat also derjenige Spieler, der zuerst sieben Runden gewinnt. Nach der neunten Runde wird beim Stand von 5:4 für Spieler A das Spiel abgebrochen. Wie soll der Gesamteinsatz des Spieles aufgeteilt werden?

2. Geben Sie den Ereignisraum für jedes der folgenden Zufallsexperimente an:

   (a) Eine faire Münze wird zehnmal geworfen.

   (b) Eine unfaire Münze mit $P(\text{Kopf}) = 0.6$ wird zehnmal geworfen.

   (c) Eine Person tippt zufällig auf einen der Buchstaben im Wort "HAGENBERG".

   (d) Ein fairer Würfel wird solange geworfen, bis er zum ersten Mal einen Dreier zeigt.

3. Ein Würfel wird dreimal geworfen. Geben Sie die Elementarereignisse für das Ereignis "Augensumme ist kleiner gleich 5" an, und berechnen Sie damit die Wahrscheinlichkeit dieser Ereignisses. Sind die Ereignisse "Augensumme 5" und "Augensumme 6" gleich wahrscheinlich?

4. Eine faire Münze wird viermal geworfen. Wir definieren verschiedene Ereignisse: A sei "es erscheint genau zweimal Kopf", B sei "Kopf und Zahl alternieren", und C sei "die ersten beiden Würfe sind Kopf".

   (a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten dieser Ereignisse.

   (b) Welche Ereignisse sind disjunkt?

   (c) Welche Ereignisse sind Teilmengen voneinander?

5. Eine Meinungsumfrage ergab, dass von 100 Studierenden 25 gerne indisch essen (aber nicht thailändisch), und 10 gerne thailändisch (aber nicht indisch). 15 Studierende mögen weder indisch noch thailändisch.

   Wieviele Studierende mögen indisch, wieviele thailändisch, und wieviele sowohl indisch als auch thailändisch?

6. Bei einem europäischen Roulette-Spiel setzt eine Spielerin jedesmal auf eine Zwölfer-Spalte (z.B. erste Spalte: 1, 4, 7, 10, 13, ...). Was ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie fünfmal hintereinander gewinnt? Was die Wahrscheinlichkeit, dass sie unter diesen fünf Mal nie gewinnt?

   Hinweis: Bei europäischen Roulette-Spiel gibt es 37 Felder: die Zahlen 1–36, sowie ein Feld mit 0.

7. Stellen Sie für jedes der Zufallsexperimente und Ereignisräume in Aufgabe 2 fest, ob die Wahrscheinlichkeitsverteilung auf diesen Ereignisräumen die Gleichverteilung ist, es sich somit um Laplace-Räume handelt oder nicht.

   a ✓

   b ×

   c ×

   d ×

1a) $R(A,A,A,A) = A$ $\quad$ $R(B,A,A,A) = A$

A	A	A	B	A	B	A	A	B	A
A	A	B	A	A	B	A	B	A	A
A	A	B	B	A	B	A	B	B	B 2
A	B	A	A	A	B	B	A	A	A
A	B	A	B	A	B	B	A	B	B 3
A	B	B	A	A	B	B	B	A	B 4
A	B	B	B	B 1	B	B	B	B	B 5

$P(\text{"A gewinnt"}) = 11/16$

$P(\text{"B gewinnt"}) = 5/16$

A.: A:B erhalten das Geld im Verhältnis 11:5

2a) $\Omega = \{\text{"Kopf"}, \text{"Zahl"}\}^{10}$

b) $\Omega = \{\text{"Kopf"}, \text{"Zahl"}\}^{10}$

c) $\Omega = \{'H', 'A', 'G', 'E', 'N', 'B', 'R'\}$

d) $\Omega = \left(\bigcup_{i=0}^{\infty} \{1,2,4,5,6\}^{i} \right) \times \{3\} = \{1,2,4,5,6\}^{*} \times \{3\}$

3) $A = \{(1,1,1), (1,1,2), (1,1,3),$ $|A| = 10 \Rightarrow P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \underline{\frac{10}{6^3}}$

$(1,2,1), (1,2,2), (1,3,1),$

$(2,1,1), (2,2,1), (2,1,2),$

$(3,1,1)\}$

A.: P(Augensumme 5) != P(Summe 6) weil 6 mehr Kombinationen zulässt

4) $A = \{(K,Z,Z,K), (K,Z,K,Z), (K,K,Z,Z), (Z,K,K,Z), (Z,K,Z,K), (Z,Z,K,K)\}$

$B = \{(K,Z,K,Z), (Z,K,Z,K)\}$

$C = \{(K,K,K,K), (K,K,K,Z), (K,K,Z,K), (K,K,Z,Z)\}$

a) $\underline{P(A) = \frac{|A|}{2^4} = \frac{6}{16}}$ $\quad \underline{P(B) = \frac{2}{16} = 12{,}5\%}$ $\quad \underline{P(C) = \frac{4}{16} = 25\%}$

b) B, C disjunkt

c) $B \subseteq A$

5) $P(I \setminus T) = 25\%$ $\quad P(T \setminus I) = 10\%$ $\quad P(\overline{T \cup I}) = 15\% \Rightarrow P(T \cup I) = 85\%$

$P(T) = P(T \cup I) - P(I \setminus T) = 60\%$

$P(I) = P(T \cup I) - P(T \setminus I) = 75\%$

$\Rightarrow P(T \cap I) = P(T) + P(I) - P(T \cup I) = 50\%$

A.: thailändisch mögen 60 Schüler, indisch mögen 75 Schüler und 50 Schüler mögen beides

6) $A = \{3, 6, 9, 12, \ldots, 36\}$ $\quad |A| = 12$ $\quad P(A) = \frac{12}{37}$ $\quad P(A)^5 = \left(\frac{12}{37}\right)^5 \approx \underline{0{,}4\%}$

$P(\bar{A}) = \frac{25}{37}$ $\quad P(\bar{A})^5 = \left(\frac{25}{37}\right)^5 \approx \underline{14{,}1\%}$

A.: 5x hintereinander gewinnen ist praktisch unmöglich, 5x hintereinander verlieren hat 0.9% Wahrscheinlichkeit