

# LGI1/MAG1 Übung 3

Auszuarbeiten bis 28.10.2025

Für die ersten beiden Aufgaben auf diesem Übungszettel seien:

$+, -, *, /$	zweistellige Funktionskonstanten,
$f$	eine dreistellige Funktionskonstante,
$P, Q, \leq$	zweistellige Prädikatenkonstanten,
$x, y, z$	Variablen
$1, 2, 3, \dots$	Objektkonstanten

Beachten Sie, dass alle Funktions- und Prädikatenkonstanten *vor* den Argumenten geschrieben werden, wie in der Mitschrift bzw. in Definitionen 2.8 und 2.9 im Buch angegeben (also in Präfix-Notation).

1. Bestimmen Sie die Baumstruktur der folgenden zusammengesetzten Aussage bzw. des folgenden Terms. Schreiben Sie dazu über jedes Symbol seinen Typ (also "V", "OK", "FK" und "PK", mit der jeweiligen Stelligkeit), und stellen Sie die Zeichenketten als Baumstrukturen dar. Identifizieren Sie dazu speziell auch, aus welchen Unterteilen (Terme oder Aussagen) diese Baumstrukturen bestehen. Beachten Sie, dass der Junktor in Teil (b) in Infix-Notation geschrieben ist.
  - (a)  $Q(/(+x, *(2, y)), -(3, z)), /(+f(y, x, 3), /(z, 2)), f(2, z, 1))$
  - (b)  $P(*(/(x, 2), +(y, 3)), f(z, -(y, 1), +(x, 2))) \Rightarrow \leq (/f(x, y, z), 3), -(4, *(2, y)))$
2. Welche der folgenden Zeichenketten in Präfix-Notation sind *Terme* (laut Definition 2.8), welche *atomare Aussagen* (laut Definition 2.9), und welche keines von beiden?
  - (a)  $P(/(x, 2), +(y, 3))$
  - (b)  $f(-(x, 3), *(2, y), +(1, 2))$
  - (c)  $+(2, f(3, 4, P(1, 2)))$
  - (d)  $Q(P(2, 3), x)$
  - (e)  $/(f(2, 3, 4), +(x, 1))$
  - (f)  $\leq (2, Q(x, y))$
3. Drücken Sie die folgenden Quantoraussagen über dem Universum der ganzen Zahlen (in dem also auch negative Zahlen sind) sprachlich aus und argumentieren Sie, welche von ihnen wahr sind. Wir haben noch nicht angesprochen, wie man das formal korrekt machen könnte, probieren Sie aber so gut wie möglich zu begründen (etwa so, wie wir dies am Ende der letzten Vorlesung gemacht haben).
  - (a)  $\exists x \exists y \ x + y = 0$
  - (b)  $\forall x \exists y \ x + y = 0$
  - (c)  $\exists x \forall y \ x + y = 0$
  - (d)  $\forall x \forall y \ x + y = 0$

4. Finden Sie den bzw. die Fehler in folgenden Formalisierungen des deutschen Satzes “es gibt eine graue Katze”. Überlegen Sie dazu zuerst, welche syntaktische Rolle Ausdrücke wie “Katze”, “grau”, “istKatze” und “istGrau” spielen (können): Welche von ihnen sind Objektkonstanten, Funktionskonstanten, Prädikatenkonstanten, oder Variablen?
- (a) Katze = grau
  - (b)  $\exists x \text{ istKatze}(x) = \text{grau}$
  - (c)  $\exists x \text{ istKatze}(x) = \text{istGrau}(x)$
  - (d)  $\exists x \text{ istKatze}(\text{istGrau}(x))$
  - (e)  $\exists x \text{ istKatze}(x = \text{grau})$
  - (f)  $\exists x \text{ istKatze}(x) \Rightarrow \text{istGrau}(x)$
5. Wie Aufgabe 4, für den deutschen Satz “es gibt jemanden, der einen Hund besitzt”. Überlegen Sie dazu zuerst, welche syntaktische Rolle Ausdrücke wie “es gibt jemanden”, “besitzt”, “Hund” oder “istHund” spielen (können): Welche von ihnen sind Objektkonstanten, Funktionskonstanten, Prädikatenkonstanten, oder Variablen?
- (a)  $\exists x \text{ jemand}(x) \wedge \text{besitzt}(x, \text{Hund})$
  - (b)  $\exists x \text{ besitzt}(x, \text{Hund})$
  - (c)  $\exists x \text{ besitzt}(\text{istHund}(x))$
  - (d)  $\exists x \text{ besitzt}(x) \wedge \text{istHund}(x)$
  - (e)  $\exists x \exists y \text{ besitzt}(x) \wedge \text{istHund}(y)$
  - (f)  $\exists x \exists y \text{ besitzt}(x, \text{istHund}(y))$
  - (g)  $\exists x \exists y \text{ istHund}(y) \Rightarrow \text{besitzt}(x, y)$

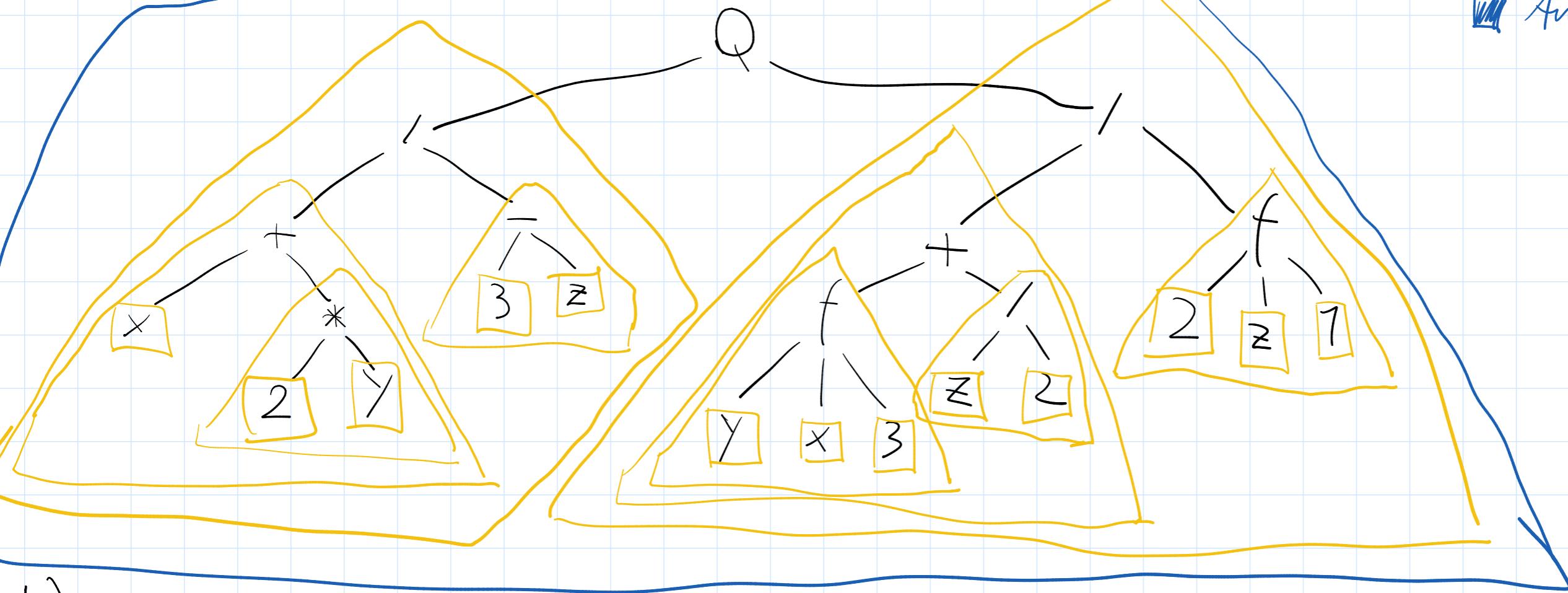
1a)  $Q(/(+x, *(2, y)), -(3, z), /(+f(y, x, 3), /(z, 2)), f(2, z, 1))$

$\text{PK}_2 \text{ FK}_2 \text{ FK}_2 \vee \text{FK}_2 \text{ OK } \vee \text{FK}_2 \text{ OK } \vee \text{FK}_2 \text{ FK}_2 \text{ FK}_3 \vee \text{V} \text{ V } \text{OK} \text{ FK}_2 \text{ V } \text{OK} \text{ FK}_3 \text{ OK } \vee \text{OK}$

Terme

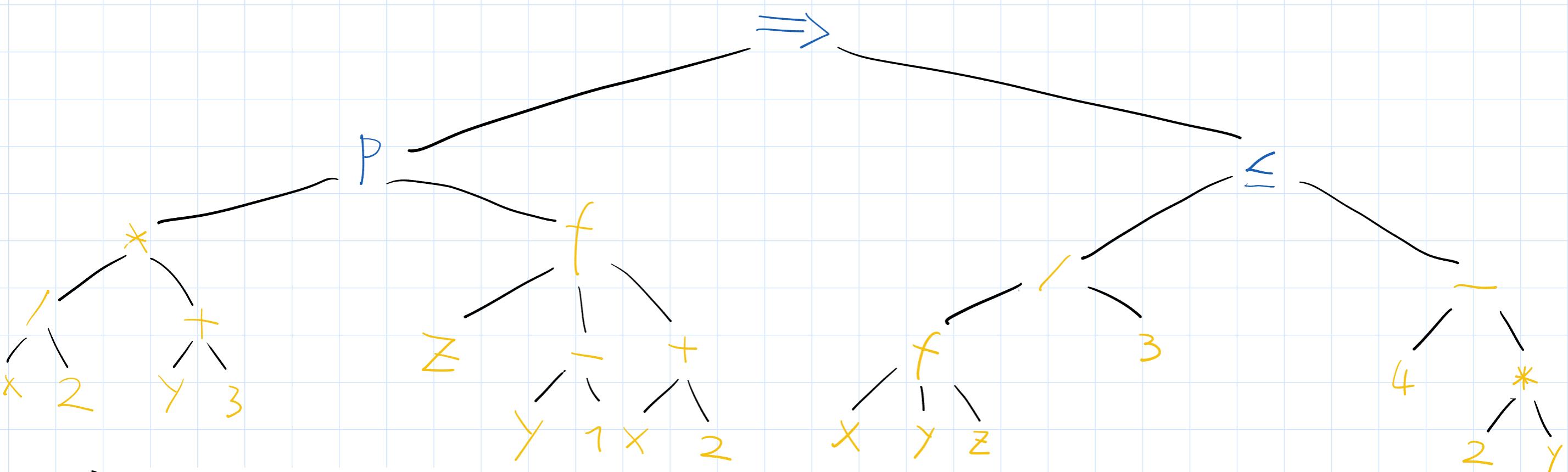
Aussagen

$\text{FK}_2 \text{ OK } \vee \text{FK}_2 \text{ FK}_2 \text{ FK}_3 \vee \text{V} \text{ V } \text{OK} \text{ FK}_2 \text{ V } \text{OK} \text{ FK}_3 \text{ OK } \vee \text{OK}$



b)  $P(*(/(x, 2), +(y, 3)), f(z, -(y, 1), +(x, 2))) \Rightarrow \leq (/((f(x, y, z), 3), -(4, *(2, y))))$

$\text{PK}_2 \text{ FK}_2 \text{ FK}_2 \text{ V } \text{OK} \text{ FK}_2 \text{ V } \text{OK} \text{ FK}_3 \text{ V } \text{FK}_2 \text{ V } \text{OK} \text{ FK}_2 \text{ V } \text{OK} \text{ J } \text{ PK}_2 \text{ FK}_2 \text{ FK}_3 \text{ V } \text{V } \text{V } \text{OK} \text{ FK}_2 \text{ OK } \text{FK}_2 \text{ OK } \text{V}$



2a)  $P(/(x, 2), +(y, 3)) \Rightarrow \text{Aussage}$

b)  $f(-(x, 3), *(2, y), +(1, 2)) \Rightarrow \text{Term}$

c)  $+ (2, f(3, 4, P(1, 2))) \Rightarrow \text{keines}$

d)  $Q(P(2, 3), x) \Rightarrow \text{keines}$

e)  $/ (f(2, 3, 4), +(x, 1)) \Rightarrow \text{Term}$

f)  $\leq (2, Q(x, y)) \Rightarrow \text{keines}$

3a) Es existieren zwei Zahlen, die zusammen addiert null ergeben.

Richtig, weil es bei natürlichen Zahlen zu jeder Zahl ein negiertes Gegenstück gibt, das zusammen addiert 0 ergibt

b) Für jede natürliche Zahl gibt es irgendeine Zahl y, die dazuaddiert null ergibt.

Richtig, weil es für jede Zahl ein inverses (negiertes) Element gibt in den natürlichen Zahlen.

c) Es gibt eine Zahl y, die zu jeder natürlichen Zahl dazuaddiert null ergibt.

Falsch, weil je nach gewählter natürlicher Zahl braucht man ein anderes inverses Element

d) X Jede natürliche Zahl ergibt mit jeder anderen natürlichen Zahl addiert null

4) Katze OK a) X Katze != grau b) X PK(PK(V), OK)

grau  
OK  
istKatze PK  
ist grau PK  
X ✓

c) X PK(PK, PK) d) X PK(PK(V))  
e) X PK(PK(V, OK))

f) synt. ✓  
semant. X Es gibt etwas, das ist grau,  
wenn Katze (könnte aber auch  
brauner Tisch sein)

5) jemand leert sich Hund ist Hund PK1 PK2 OK PK1

a) synt. ✓  
semant. ✓

c) X PK2(PK1(V), -)

e) X J(PK2(V, -), PK1(V))

g) synt. ✓  
semant. X Es gibt etwas, das wird von etwas anderem <sup>x</sup>leeresen,  
wenn y ein Hund ist. (Könnte aber auch ein Hund y sein)

b) synt. ✓  
semant. X Es gibt etwas, das leert <sup>ein</sup>Hund

d) X J(PK2(V, -), PK1(V))

f) X PK2(V, PK1(V))