Campus Ciudad de México

Análisis de métodos matemáticos para la física

Actividad. Autómata celular

Estudiantes / Matricula

Alan Uriel Merlan Esquivel / A01656612

Profesores

Christian Alejandro Ávila Sánchez

Introducción.

Un autómata celular es un modelo computacional que intenta replicar el nacimiento y muerte de diversas células. Este modelo fue ideado por Stainslaw Ulam con la idea de generar maquinas capaces de generarse a sí mismo. En cuanto a su implementación computacional fue Von Neumann quien comenzó a desarrollarlo

Este se caracteriza por su evolución en tiempo discreto y consiste en una serie de células vivas a las que se le determinará si vive o muere basado en reglas propuestas inicialmente. Cabe mencionar que existen diversas variaciones del modelo. Una de las versiones más conocidas es la creado por John Horton Conway que se caracteriza por tener una vecindad de 8 y unas reglas particulares de nacimiento, muerte y supervivencia.

Desarrollo.

En este trabajo, se desarrolló un autómata unidimensional que evoluciona a través del tiempo según diversas reglas de 8 bits. En las cuales se incluyen las reglas: 110, 60, 250 237, etc. Luego se analizó las figuras presentes en los patrones y se calculo la entropía resultante de la frecuencia de cada patrón de bits.

Seudocódigo:

```
def números_aleatorios(cantidad de números aleatorios):
    return automata inicial = random.choice( valores entre 0 y 1)
def camnbio_en_las_reglas(número entero):
    if (número entero en 9 bits):
        return binario( numero entero)
def nueva_linea_automata(automata,regla,longitud):
    uevo_estado_celular = []
    for (de_inicio_a_final_del_automata).
        grupo de celulas = [celula_anterior,celula_actual,celula_siguiente]
        if grupo de celulas == alguna regla:
            uevo_estado_celular = regla de la norma con la que encaje
def automata_celular(automata inicial,regla, tiempo)
    nuevo_automata = []
    for t in tiempo:
        nuevo_automata[t] = nueva_linea_automata(automata,regla,longitud)

resul = automata_celular evaluado
```

Para diferentes longitudes y tiempos

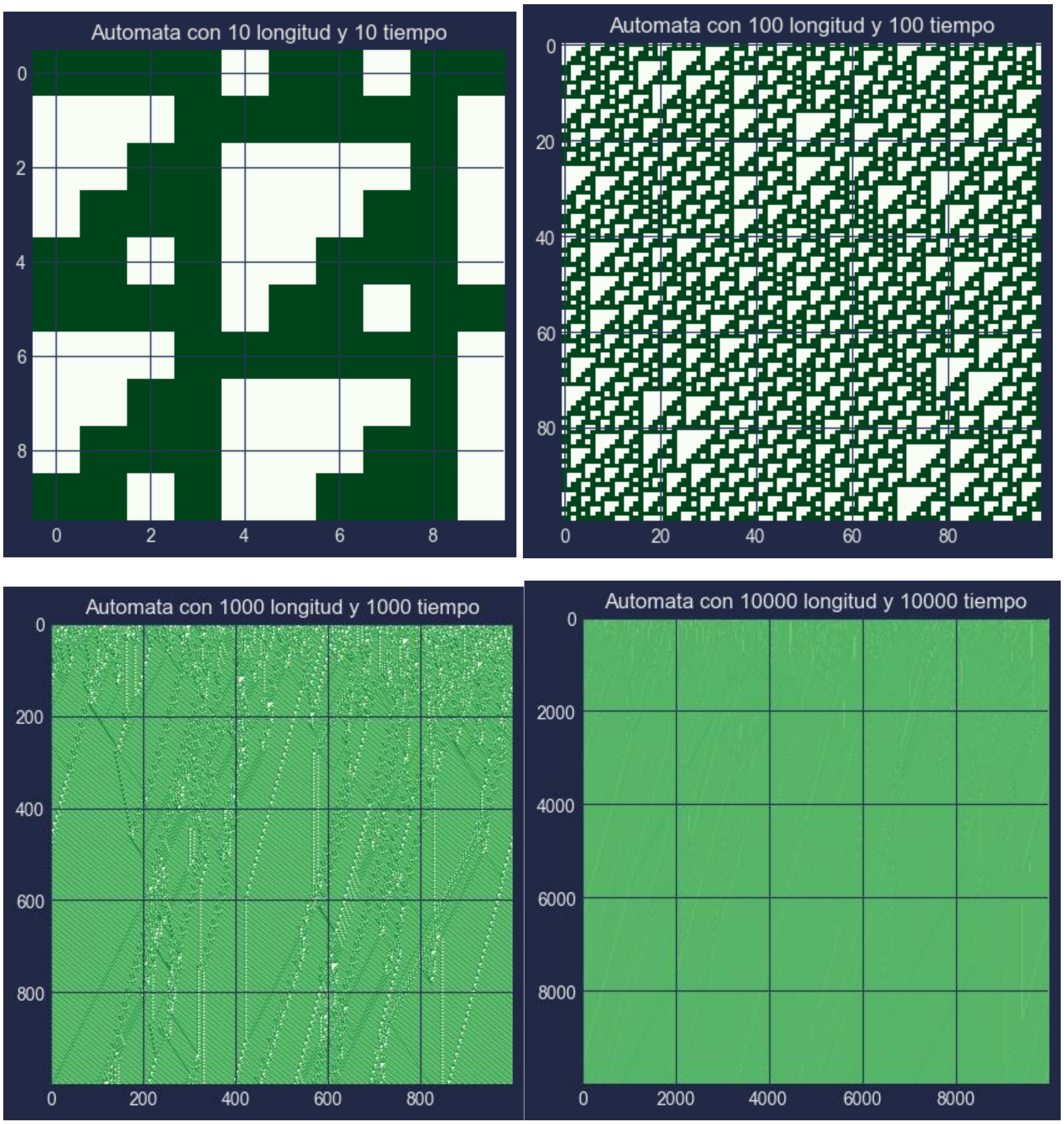
```
for longitud,tiempo en longitudes, tiempos:
    automa_inicial = numeros_aleatorios(longitud)
    automata = automata_celuluar(automata inicial, regla, tiempo)
    graficar(automata)
```

Para el cálculo de entropía en cambio se usó el siguiente seudocódigo

```
fecuencia = [cantidad de cada diferente conjunto de 3 celulas en el paso n]
frecuenca total = El conjunto de frecuencias en todos los tiempos
frecuencia_normalizada = lo transforma a una probabilidad
entropia_total = []
for todos los tiempos:
    entropia = -frecuencia_normalizada[ en tiempo] * log(frecuencia_normalizada_tiempo_n)
    entropia_total agregar entropia
graficar(entropia total)
```

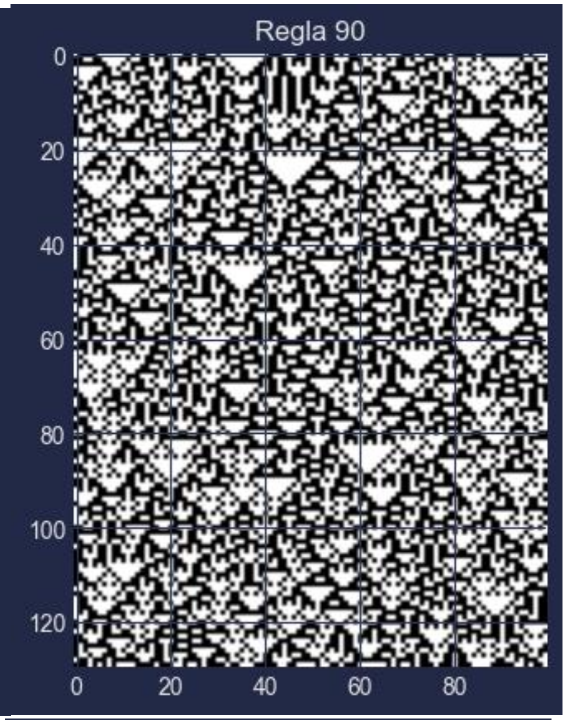
Resultados

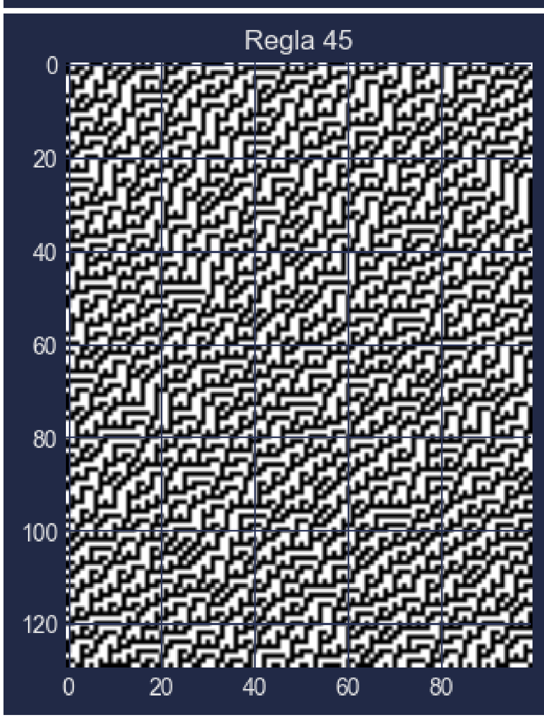
Regla 110 para diferentes longitudes y tiempos. Se puede observar estructuras tipo flechas de diversos tamaños, las cuales concuerda con un automata de etiquetas, es decir es similar a una máquina de Turing

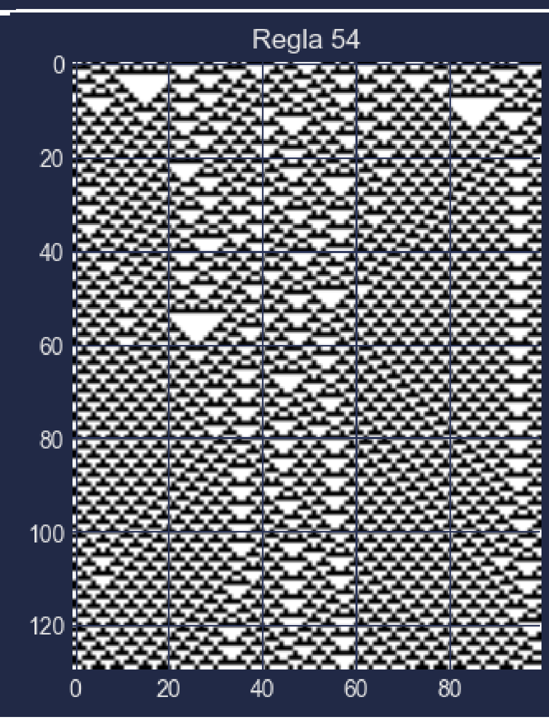


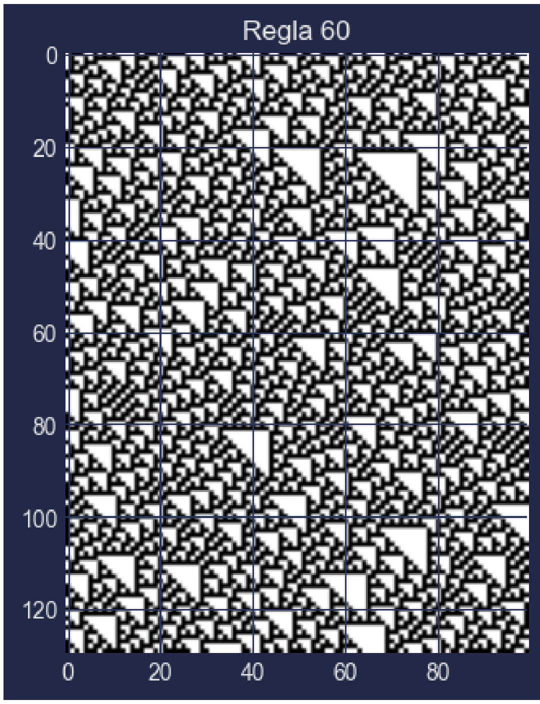
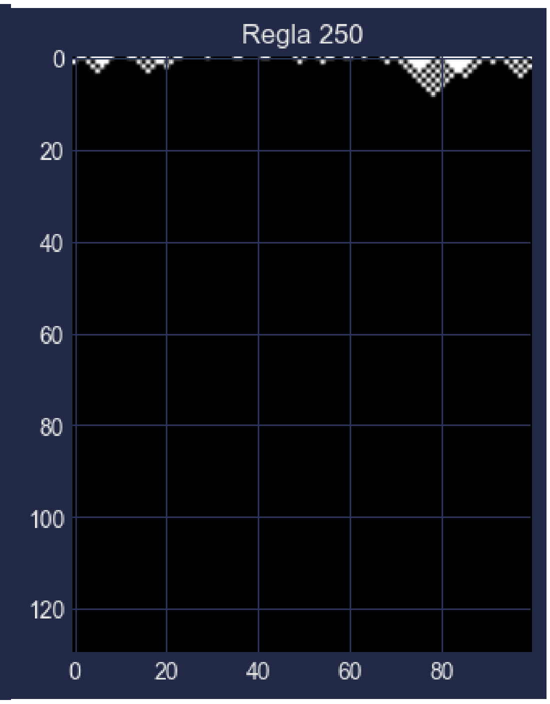
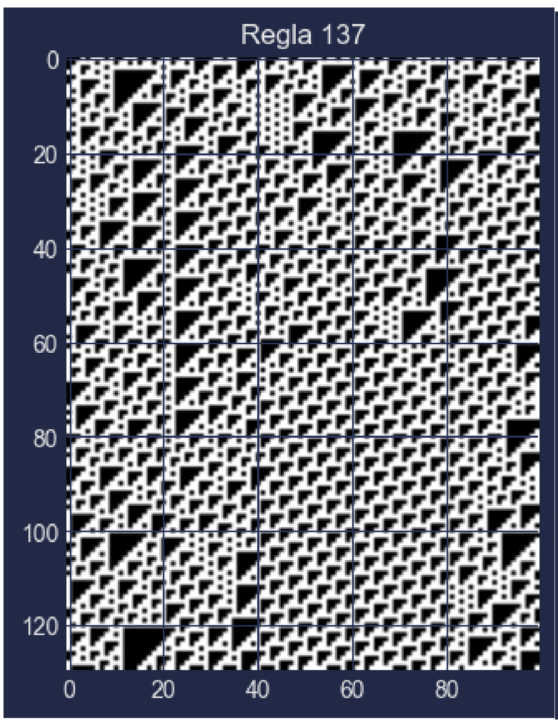
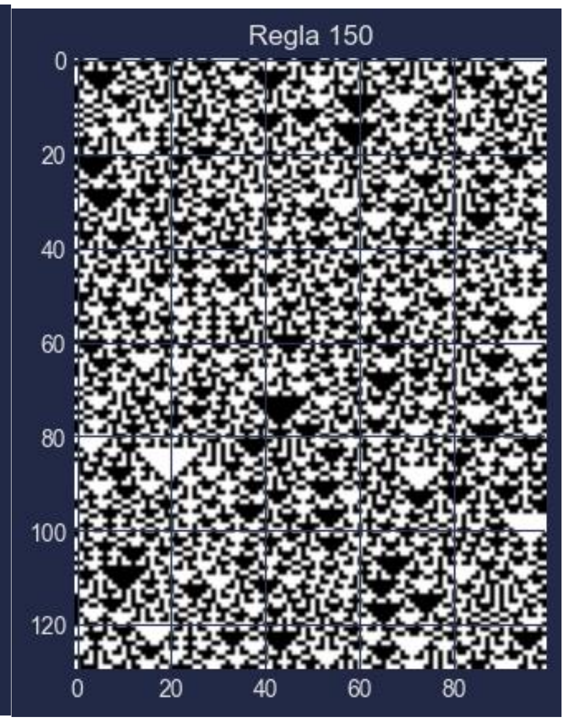
Automata celular para diferentes reglas. Se observan variadas estructuras, desde triángulos a líneas diagonales.

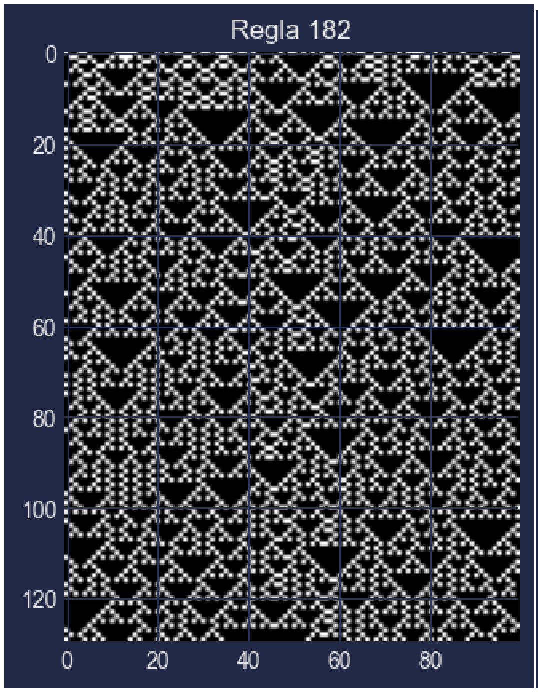

Regla 30
0
20
40
60
80
100
120
0
20
40
60
80

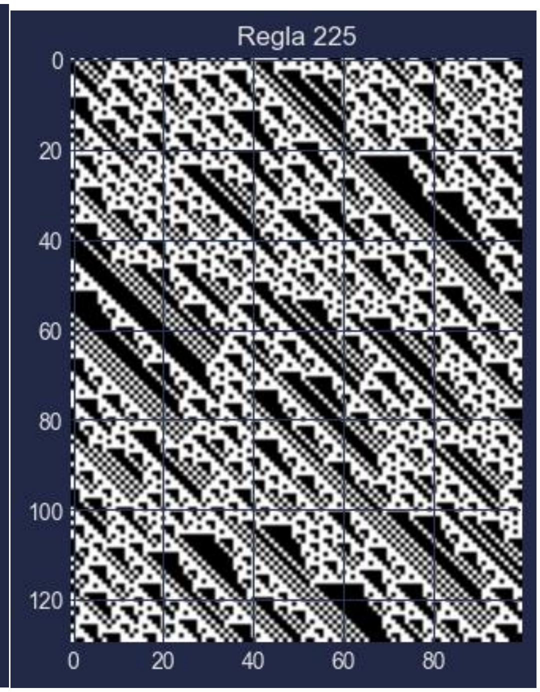

Regla 90
0
20
40
60
80
100
120
0
20
40
60
80


Regla 45
0
20
40
60
80
100
120
0
20
40
60
80

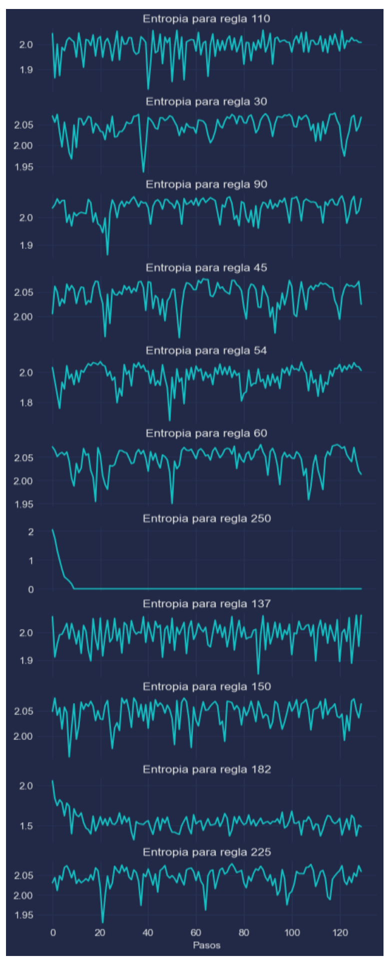

Regla 54
0
20
40
60
80
100
120
0
20
40
60
80


Regla 60
0
20
40
60
80
100
120
0
20
40
60
80

Regla 250
0
20
40
60
80
100
120
0
20
40
60
80

Regla 137
0
20
40
60
80
100
120
0
20
40
60
80

Regla 150
0
20
40
60
80
100
120
0
20
40
60
80


Regla 182
0
20
40
60
80
100
120
0
20
40
60
80

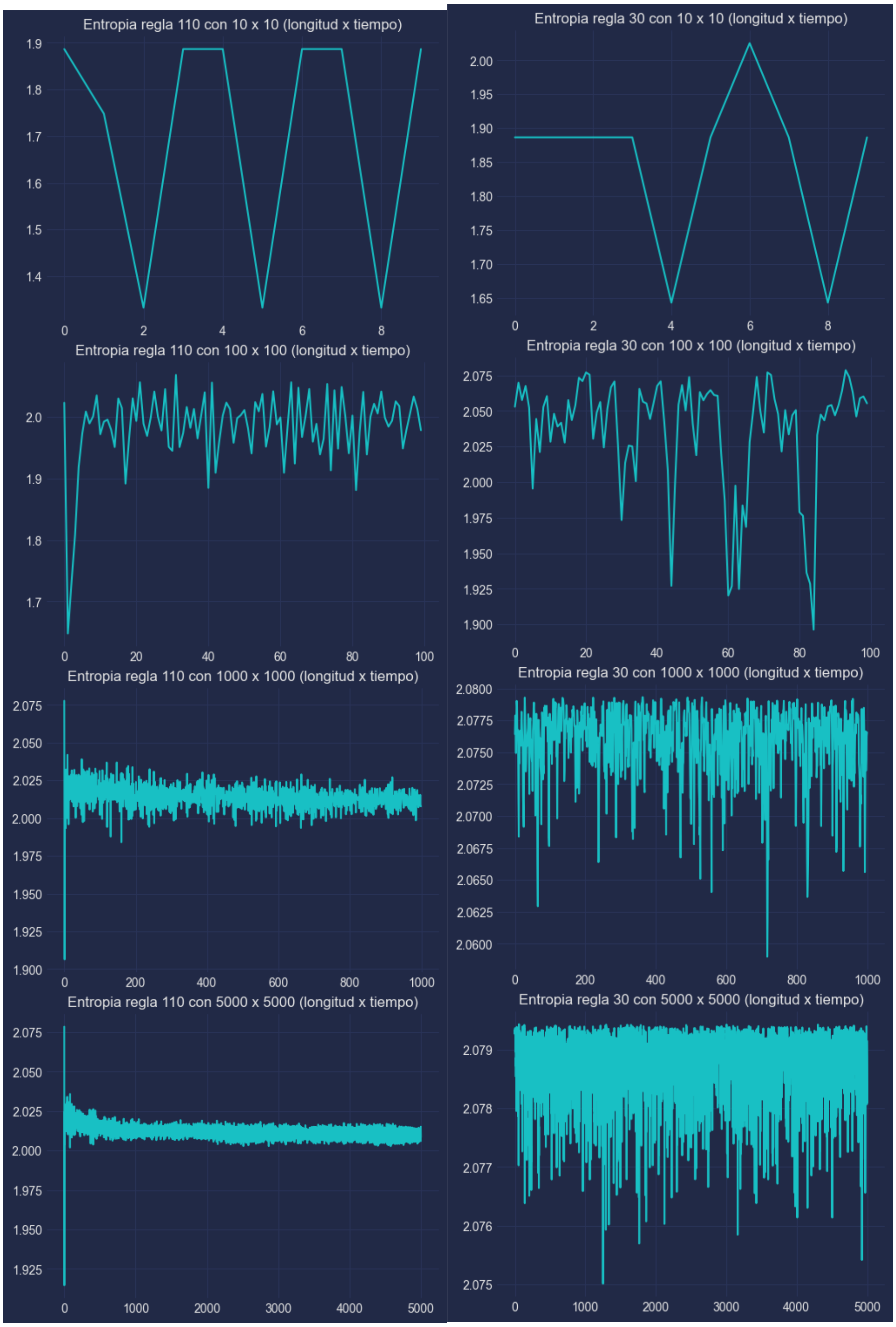

Regla 225
0
20
40
60
80
100
120
0
20
40
60
80

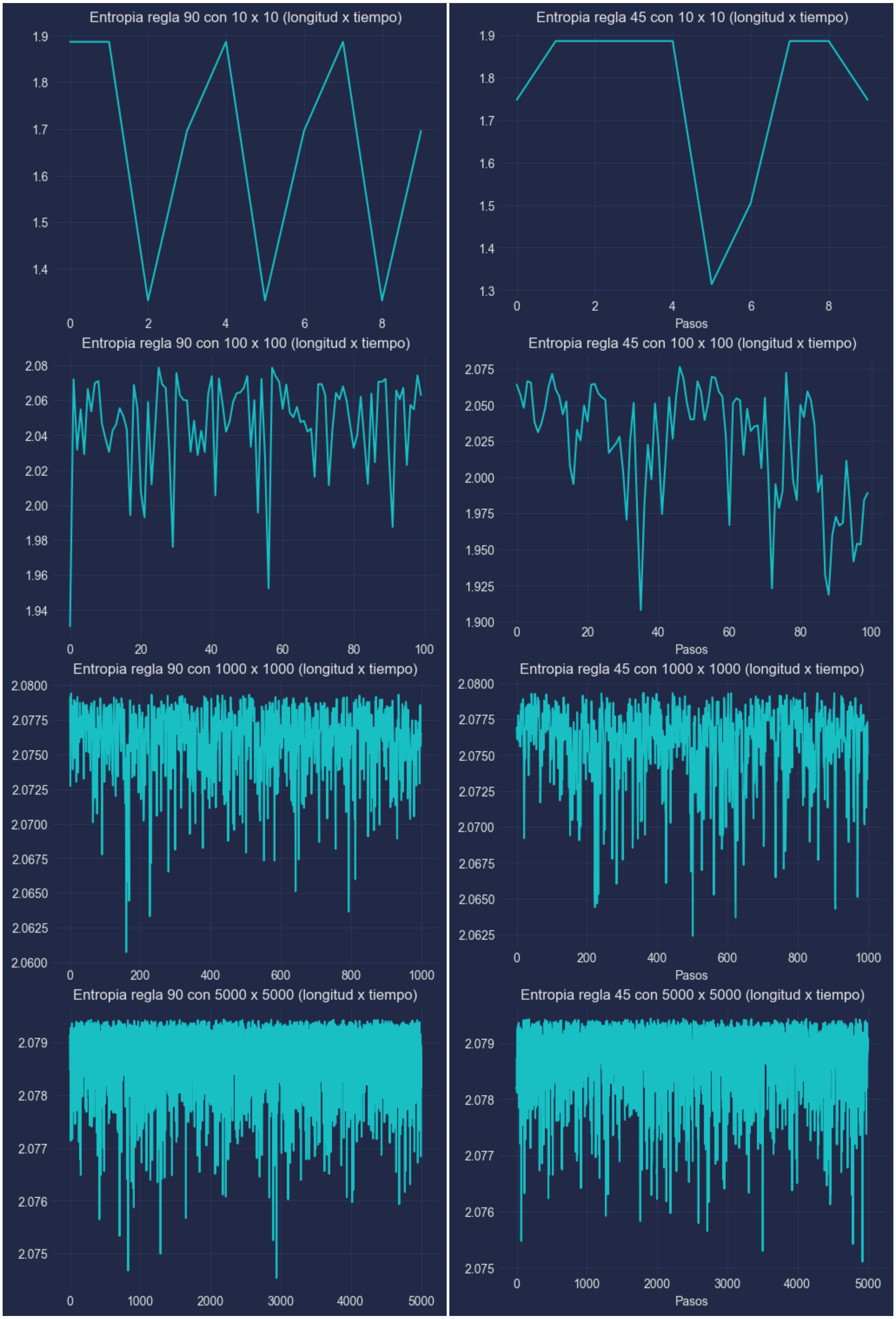
Entropía

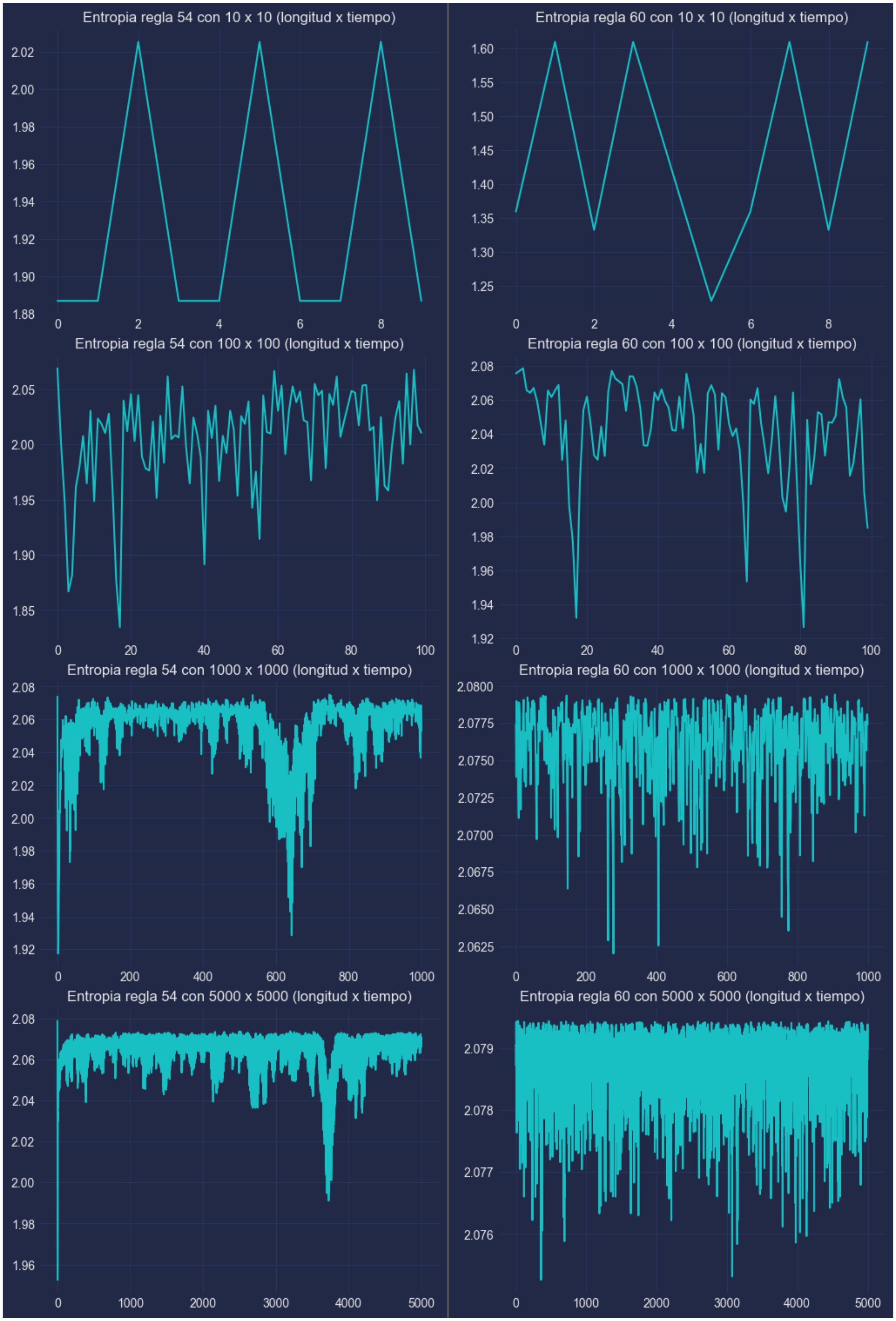

Entropia para regla 110
Entropia para regla 30
Entropia para regla 90
Entropia para regla 45
Entropia para regla 54
Entropia para regla 60
Entropia para regla 250
Entropia para regla 137
Entropia para regla 150
Entropia para regla 182
Entropia para regla 225
Pasos

Entropía para diferentes pasos y longitudes

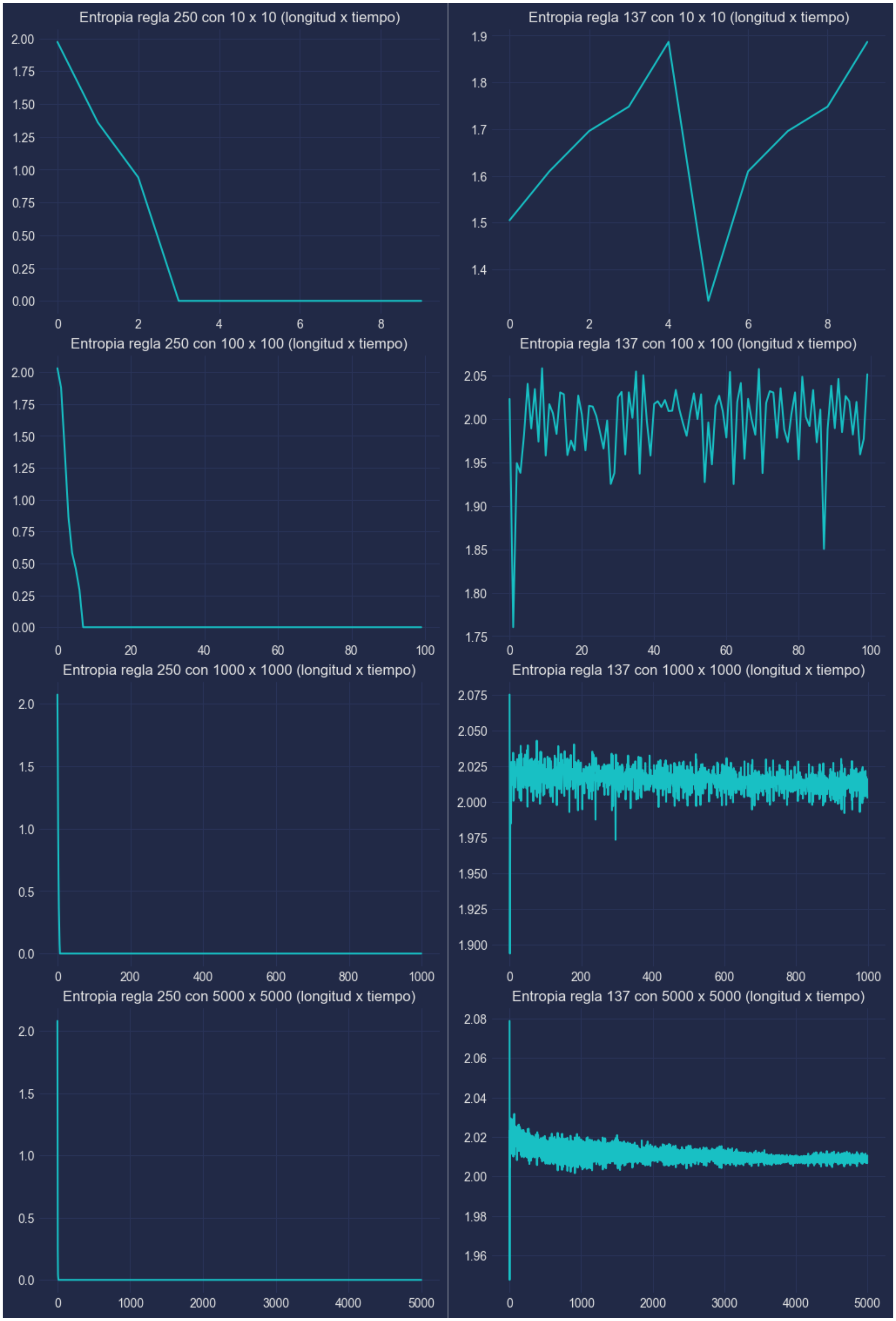
Como se puede observar los procesos rondan entre los 3 bits. La mayoría cuentan con la suficiente variabilidad para no ser estacionarios, sin embargo, la forma en que cambia la entropía en cada regla difiere. Por otra parte, la regla 150 y 182 parecen tender a un cierto limite.

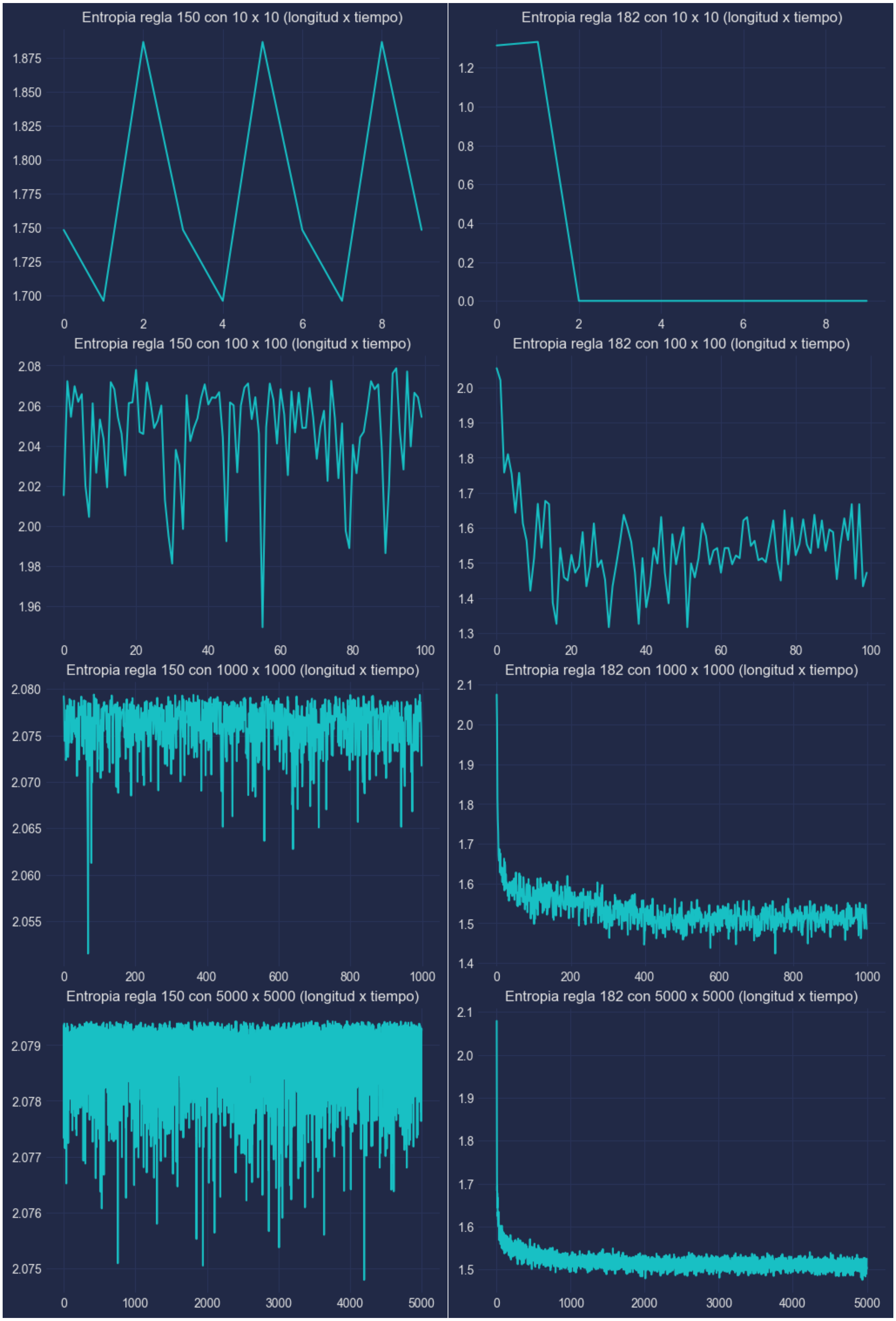


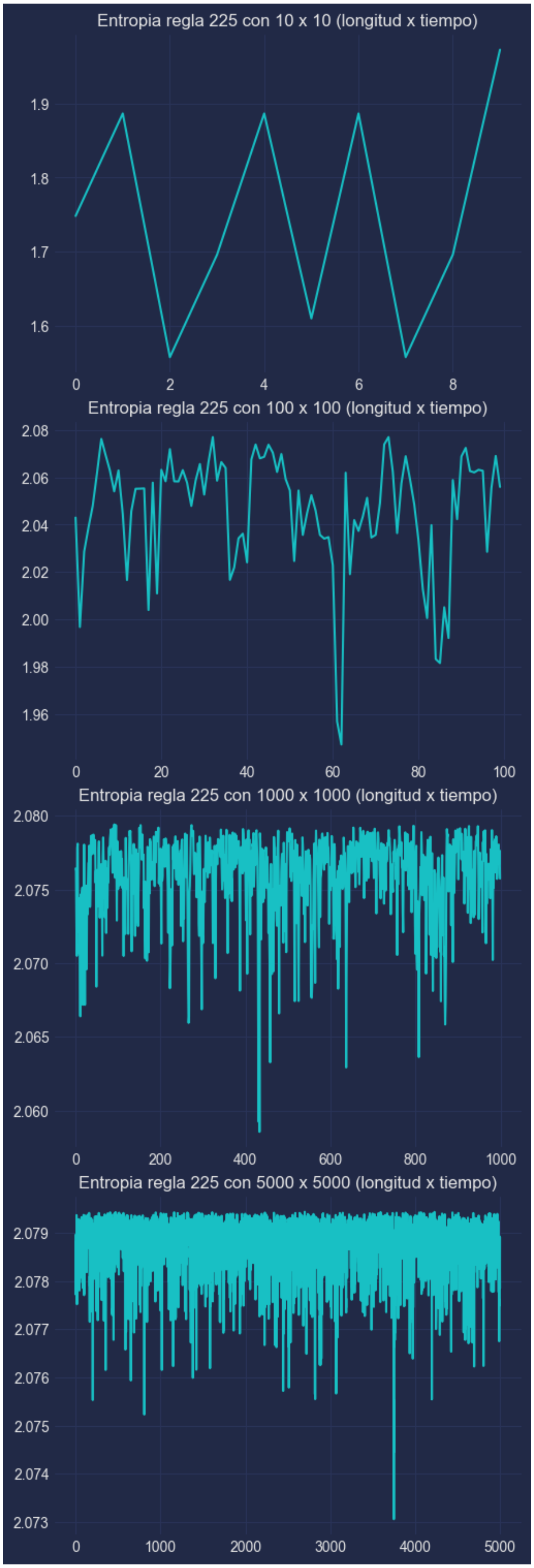

Entropia regla 90 con 10 x 10 (longitud x tiempo)
Entropia regla 45 con 10 x 10 (longitud x tiempo)
Pasos
Entropia regla 90 con 100 x 100 (longitud x tiempo)
Entropia regla 45 con 100 x 100 (longitud x tiempo)
Pasos
Entropia regla 90 con 1000 x 1000 (longitud x tiempo)
Entropia regla 45 con 1000 x 1000 (longitud x tiempo)
Pasos
Entropia regla 90 con 5000 x 5000 (longitud x tiempo)
Entropia regla 45 con 5000 x 5000 (longitud x tiempo)
Pasos



Entropia regla 54 con 10 x 10 (longitud x tiempo)
2.02
2.00
1.98
1.96
1.94
1.92
1.90
1.88
0
2
4
6
8
Entropia regla 60 con 10 x 10 (longitud x tiempo)
1.60
1.55
1.50
1.45
1.40
1.35
1.30
1.25
0
2
4
6
8
Entropia regla 54 con 100 x 100 (longitud x tiempo)
2.05
2.00
1.95
1.90
1.85
0
20
40
60
80
100
Entropia regla 60 con 100 x 100 (longitud x tiempo)
2.08
2.06
2.04
2.02
2.00
1.98
1.96
1.94
1.92
0
20
40
60
80
100
Entropia regla 54 con 1000 x 1000 (longitud x tiempo)
2.08
2.06
2.04
2.02
2.00
1.98
1.96
1.94
1.92
0
200
400
600
800
1000
Entropia regla 60 con 1000 x 1000 (longitud x tiempo)
2.0800
2.0775
2.0750
2.0725
2.0700
2.0675
2.0650
2.0625
0
200
400
600
800
1000
Entropia regla 54 con 5000 x 5000 (longitud x tiempo)
2.08
2.06
2.04
2.02
2.00
1.98
1.96
0
1000
2000
3000
4000
5000
Entropia regla 60 con 5000 x 5000 (longitud x tiempo)
2.079
2.078
2.077
2.076
0
1000
2000
3000
4000
5000


Entropia regla 250 con 10 x 10 (longitud x tiempo)
Entropia regla 137 con 10 x 10 (longitud x tiempo)
Entropia regla 250 con 100 x 100 (longitud x tiempo)
Entropia regla 137 con 100 x 100 (longitud x tiempo)
Entropia regla 250 con 1000 x 1000 (longitud x tiempo)
Entropia regla 137 con 1000 x 1000 (longitud x tiempo)
Entropia regla 250 con 5000 x 5000 (longitud x tiempo)
Entropia regla 137 con 5000 x 5000 (longitud x tiempo)


Entropia regla 150 con 10 x 10 (longitud x tiempo)
Entropia regla 182 con 10 x 10 (longitud x tiempo)
Entropia regla 150 con 100 x 100 (longitud x tiempo)
Entropia regla 182 con 100 x 100 (longitud x tiempo)
Entropia regla 150 con 1000 x 1000 (longitud x tiempo)
Entropia regla 182 con 1000 x 1000 (longitud x tiempo)
Entropia regla 150 con 5000 x 5000 (longitud x tiempo)
Entropia regla 182 con 5000 x 5000 (longitud x tiempo)



Entropia regla 225 con 10 x 10 (longitud x tiempo)
1.9
1.8
1.7
1.6
0
2
4
6
8
Entropia regla 225 con 100 x 100 (longitud x tiempo)
2.08
2.06
2.04
2.02
2.00
1.98
1.96
0
20
40
60
80
100
Entropia regla 225 con 1000 x 1000 (longitud x tiempo)
2.080
2.075
2.070
2.065
2.060
0
200
400
600
800
1000
Entropia regla 225 con 5000 x 5000 (longitud x tiempo)
2.079
2.078
2.077
2.076
2.075
2.074
2.073
0
1000
2000
3000
4000
5000

Complejidad

La complejidad espacial vendría siendo el objeto que más memoria ocupa que es resul cuya memoria ocupa longitud * número de pasos.

Para calcular la complejidad temporal observemos que nuestro codigo cuenta con dos funciones tardadas : "actualizar estado", 'evolucionar'. La función 'evolucionar' tiene un for que llema a la función 'actualizar estado' que a su vez tiene otro for. Es decir es equivalente a un for anidaddo de la siguiente estructura.

for i in range(n): for j in range(t): f()

Es decir, espero que se repita n veces el cilo que se repite t veces. Por lo que, la función f() se repetiría n*t. Por tanto, si $n = t$ su complejidad sería $O(n^2)$ y si son diferentes $O(nt)$

Conclusión

En conclusión, el autómata celular es un modelo en el que se permite observar como reglas mayoritariamente simples generar patrones a partir de condiciones aleatorias. Al mismo tiempo se observa como puede servir para modelar sistemas naturales que se pueden acomodar en conjuntos. Si bien, no es usado para modelar nada de manera particularmente precisa, es un ápice para entender modelos más actuales.